ממן 11

יונתן אוחיון

2018 ביולי 20

שאלה 1א

ראשית, נמצא את הפתרון הכללי של המד"ר הנתונה:

$$y' = \tan y \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{\sin y}{\cos y}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos y dy}{\sin y} = dt$$

$$\Rightarrow \int \frac{\cos y dy}{\sin y} = \int dt$$

$$\Rightarrow \ln(\sin y) = t + C \Rightarrow y(t) = \arcsin(Ce^t)$$

התמונה של הפתרון שמצאנו היא $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$, אבל ערך ההתחלה הנתון לא נמצא בו. לכן, ע"מ לקבל פתרון כביל לערך ההתחלה (שנמצא בקטע $[-2.5\pi,-1.5\pi]$), נחסר π ונקבל את הפתרון הכללי המתאים לבעיית ערך ההתחלה שלנו:

$$y(t) = \arcsin(Ce^t) - 2\pi$$

נציב את תנאי ההתחלה, נפתור לC ונקבל

$$y(0) = \arcsin(C) - 2\pi = \frac{-13\pi}{6} \Rightarrow \arcsin(C) = \frac{-\pi}{6} \Rightarrow C = -\frac{1}{2}$$

ולכן הפתרון לבעיית ההתחלה הוא:

$$y(t) = \arcsin\left(\frac{-e^t}{2}\right) - 2\pi$$

כנדרש.

2