

ממך 13

יונתן אוּחיון

2 בספטמבר 2017

1 שאלה 1

1.1 הקבוצות

$$\begin{aligned}A &= [-1, 1] \\B &= [0, 2] \\A - B &= [-1, 0) \\A \oplus B &= \{x \in \mathbb{R} \mid x \in [-1, 2] \wedge x \notin (0, 1)\} \\A \cup B &= [-1, 2]\end{aligned}$$

1.2 עוצמת הקבוצות

לפי משפט 4.5, ניתן להסיק כי העוצמה של קטעים פתוחים וסגורים הינה C . לפיכך, כל הקבוצות $A, B, A - B, A \oplus B, A \cup B$ הינם שוות-עוצמה ועוצמתן הינה C .

1.3 שונות הקבוצות

א. נראה ש A שונה משאר הקבוצות:

$$\begin{aligned}-1 \in A \wedge -1 \notin B &\rightarrow A \neq B \\0 \in A \wedge 0 \notin A - B &\rightarrow A \neq A - B \\0.5 \in A \wedge 0.5 \notin A \oplus B &\rightarrow A \neq A \oplus B \\2 \notin A \wedge 2 \in A \cup B &\rightarrow A \neq A \cup B\end{aligned}$$

ב. נראה ש B שונה משאר הקבוצות:

$$\begin{aligned}A \neq B & \text{ (לפי סעיף א)} \\0 \in B \wedge 0 \notin A - B &\rightarrow B \neq A - B \\0.5 \in B \wedge 0.5 \notin A \oplus B &\rightarrow B \neq A \oplus B \\-1 \notin B \wedge -1 \in A \cup B &\rightarrow B \neq A \cup B\end{aligned}$$

ג. נראה ש $A - B$ שונה משאר הקבוצות:

$$A \neq A - B \text{ (לפי סעיף א)}$$

$$B \neq A - B \text{ (לפי סעיף ב)}$$

$$2 \notin A - B \wedge 2 \in A \oplus B \rightarrow A - B \neq A \oplus B$$

$$2 \notin A - B \wedge 2 \in A \cup B \rightarrow A - B \neq A \cup B$$

ד. נראה ש $A \oplus B$ שונה משאר הקבוצות:

$$A \neq A \oplus B \text{ (לפי סעיף א)}$$

$$B \neq A \oplus B \text{ (לפי סעיף ב)}$$

$$A - B \neq A \oplus B \text{ (לפי סעיף ג)}$$

$$0.5 \notin A \oplus B \wedge 0.5 \in A \cup B \rightarrow A \oplus B \neq A \cup B$$

ה. נראה ש $A \cup B$ שונה משאר הקבוצות:

$$A \neq A \cup B \text{ (לפי סעיף א)}$$

$$B \neq A \cup B \text{ (לפי סעיף ב)}$$

$$A - B \neq A \cup B \text{ (לפי סעיף ג)}$$

$$A - B \neq A \cup B \text{ (לפי סעיף ד)}$$

לפיכך, הצלחנו למצוא קבוצות $A, B, A - B, A \oplus B, A \cup B$ כך שעוצמותיהן שוות אך הן שונות אחת מהשנייה.

