ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 3. Taller Límites – Continuidad y Derivadas Parciales

ACTIVIDAD 3

Calculo Multivariado

UNIPANAMERICANA COMPENSAR

JONATHAN CASTILLO GRAJALES

SEMESTRE VII

MODULO I

FACULTAD DE INGENIERIA
TECNOLOGÍA EN ANÁLISIS Y DESARROLLO
DE SISTEMAS DE INFORMACIÓN
Marzo de 2020

ACTIVIDAD

Luego de revisar los pdf , videos y encuentro sincrónico, sobre FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES Y CURVAS DE NIVEL ,solucione los siguientes ejercicios propuestos , escanee y suba el documento a la plataforma en la fecha establecida

LÍMITES Y CONTINUIDAD

1. Evalúe el límite dado, si existe. (resuelva los ítems impares)

1. $\lim\limits_{(x,y)\to(5,-1)} (x^2 + y^2)$

Solución: no existe

lim (x^2+y^2)
(x,y) $\rightarrow$ *(5, -1)*

$= (5)^2+(-1)^2$
$= 25 + 1$
$= 27$

3. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} \dfrac{4 - x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

Solución: si existe

lim
(x,y) $\rightarrow$ *(1, 1)* $\frac{4-x^2-y^2}{x^2+y^2}$

(x,y) $\rightarrow$ *(1, 1)* $\frac{4-(1)^2-(1)^2}{(1)^2+(1)^2} = \frac{4-1-1}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$

5. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)} x^3y^2(x + y)^3$

Solución: no existe

lim $(1)^3\,(2)^2(1+2)^3 = 108$
(x,y) $\rightarrow$ *(1, 2)*

7. $\lim\limits_{(x,y)\to(2,2)} \dfrac{xy}{x^3+y^2}$

Solución:

lim

(x,y) $\rightarrow$ *(2,2)* $\frac{xy}{x^3+y^2} = \frac{(2)(2)}{(2)^3+(2)^2} = \frac{4}{8+4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

9. $\lim\limits_{(x,y)\to(4,3)} xy^2\left(\dfrac{x+2y}{x-y}\right)$

Solución:

lim

(x,y) $\rightarrow$ *(4,3)* $((4)(3))^2 \left(\frac{4+2(3)}{4-3}\right) = 144\, (\frac{10}{1}) = \frac{154}{1}$

11. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,3)} \dfrac{xy-3y}{x^2+y^2-6y+9}$

Solución: no esta definida

lim

(x,y) $\rightarrow$ *(0,3)* $\left(\frac{(0)(3)-3(3)}{(0)^2+(3)^2-6(3)+9}\right) = \frac{-9}{0}$

2. Determine si la función f definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{6x^2y^3}{(x^2+y^2)^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

es continua en (0, 0).

DERIVADAS PARCIALES

3.En los siguientes ejercicios , calcule $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$ con respecto a la función dada:

1. $z = 7x + 8y^2$

Solución:

$$\frac{\delta}{\delta x}(7x + 8y^2)$$

$$=\frac{\delta}{\delta x}(7x) + \frac{\delta}{\delta x}(8y^2)$$

$$\frac{\delta}{\delta x}(7x) = 7$$

$$\frac{\delta}{\delta x}(8y^2) = 0$$

=7 + 0

=7

$$\frac{\delta}{\delta y}(7x + 8y^2)$$

$$=\frac{\delta}{\delta y}(7x) + \frac{\delta}{\delta y}(8y^2)$$

$$\frac{\delta}{\delta y}(7x) = 0$$

$$\frac{\delta}{\delta y}(8y^2) = 16y$$

=0+16y

=16y

2. $z = xy$

Solución:

$\frac{\delta}{\delta x}$ (xy)=y

$$\frac{\delta}{\delta x}\ (xy)$$

$$= y\frac{\delta}{\delta x}\ (x)$$

$$= y.1$$

$$= y$$

$\frac{\delta}{\delta y}$ (xy)=x

$$\frac{\delta}{\delta y}\ (xy)$$

$$= y\frac{\delta}{\delta y}\ (x)$$

$$= x.1$$

$$= x$$

3. $z = 3x^2y + 4xy^2$

Solución:

$$= \frac{\delta}{\delta x}(3x^2y + 4xy^2)$$

$$= \frac{\delta}{\delta x}(3x^2y) + \frac{\delta}{\delta x}(4xy^2)$$

$$\frac{\delta}{\delta x}(3x^2y) = 6yx$$

$$\frac{\delta}{\delta x}(4x^2y) = 4y^2$$

$$= 6yx + 4y^2$$

$$= \frac{\delta}{\delta y}(3x^2y + 4xy^2)$$

$$= \frac{\delta}{\delta y}(3x^2y) + \frac{\delta}{\delta y}(4xy^2)$$

$$\frac{\delta}{\delta y}(3x^2y) = 3x^2$$

$$\frac{\delta}{\delta y}(4x^2) = 8xy$$

$$= 3x^2 + 8xy$$

4. $z = \frac{x}{x+y}$

Solución:

$$\frac{\delta}{\delta x}\left(\frac{x}{x+y}\right)$$

$$= \left(\frac{\frac{\delta}{\delta x}(x)(x+y) - \frac{\delta}{\delta x}(x+y)x}{x+y}\right)$$

$$\frac{\delta}{\delta x}(x) = 1$$

$$\frac{\delta}{\delta x}(x+y) = 1$$

$$= \frac{1.(x+y) - 1.x}{(x+y)^2}$$

$$1.(x+y) - 1.x = y$$

$$= \frac{y}{(x+y)^2}$$

$$\frac{\delta}{\delta y}\left(\frac{x}{x+y}\right)$$

$$= x\frac{\delta}{\delta y}((x+y)^{-1})$$

$$= x\frac{\delta}{\delta u}(u^{-1}) = -\frac{1}{u^2}$$

$$= \frac{\delta}{\delta y}(x+y) = 1$$

$$= x\left(-\frac{1}{u^2}\right).1$$

$$= x\left(-\frac{1}{(x+y)^2}\right).1$$

$$= x\left(-\frac{1}{(x+y)^2}\right).1: -\frac{x}{(x+y)^2}$$

$$= -\frac{x}{(x+y)^2}$$

4. Encuentre la derivada parcial indica.

1. $z = e^{xy};\ \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

Solución:

$z = e^{xy}$

$z = e^{xy}x^2$

2. $f(x, y) = 5x^2y^2 - 2xy^3;\ f_{xy}$

Solución:

$f(x, y) = 5x^2y^2 - 2xy^3; F_{xy}$

$f(x) = 10xy^2 - 2y^3$

$f(y) = 10x^2y - 6xy^2$

3. $w = u^2v^3t^3;\ w_{tuv}$

Solución:

$w = u^2v^3t^3$

$w(u) = 2uv^3t^3$

$w(v) = u^2 3v^2t^3$

$w(t) = u^2v^3 3t^2$

4 $F(r,\theta) = e^{r^2}\cos\theta;\ F_{r\theta r}$

Solución:

$F(r,0) = e^{r^2} cos\ 0$

$F(0) = e^{r^2}(-sen\ 0)$ $F(0) = -e^{r^2} sen\ 0$

$F(r) = 2re^{r^2} cos\ 0$

5. $z = x^4y^{-2};\ \frac{\partial^3 z}{\partial y^3}$

6. $f(p,q) = \ln\frac{p+q}{q^2};\ f_{qp}$

Solución:

$f(p,q) = ln\frac{p+q}{q^2}$

$f(p) = Ln\frac{p+q}{q^2}$

$f(p) = Ln\ (\frac{p+q}{q^2})\ \frac{p+q}{q^2}$

$f(p) = \frac{1}{\frac{p+q}{q^2}}\ \frac{1}{q^2}$

$$f(p) = \frac{1}{\frac{p+q}{q^2}} \frac{1}{q^2}$$

$$f(p) = \frac{1}{p+q}$$

$$f(q) = ln\frac{p+q}{q^2}$$

$$f(q) = ln\frac{-q-2p}{q(p+q)}$$

7. $w = \frac{\cos(u^2 v)}{t^3}; \quad w_{vvt}$

Solución:

$$w = \frac{\cos(u^2 v)}{t^3}$$

$$w(u) = -\frac{2usen(u^2 v)}{t^3}$$

$$w(v) = -\frac{u^2 sen(u^2 v)}{t^3}$$

$$w(t) = \frac{3cos(u^2 v)}{t^4}$$

8. $H(s,t) = \frac{s+t}{s-t}; \quad H_{tts}$

Solución:

$$H(s,t) = \frac{s+t}{s-t}$$

$H(s) = \frac{(s-t)-(s+t)}{(s-t)^2}$ $\qquad H(s) = \frac{-2t}{(s-t)^2}$

$H(t) = \frac{(1)(s-t)-(-1)(s+t)}{(s-t)^2}$ $\qquad H(t) = \frac{2s}{(s-t)^2}$

REGLA DE LA CADENA

5. Encuentre la derivada indicada (resuelva solo los numerales impares)

1. $z = \ln(x^2 + y^2); \quad x = t^2, y = t^{-2}; \quad \frac{dz}{dt}$

Solución:

$$z = Ln(x^2 + y^2)$$

$$\frac{dz}{dt} = Ln(x^2 + y^2); x = t^2, y = t^{-2}$$

$$\frac{dz}{dt} = Ln(t^2 + t^{-2})$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1}{t^2 + t^{-2}}\left(2t - \frac{2}{t^3}\right)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{t^2\left(2t - \frac{2}{t^3}\right)}{t^4 + 1}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{t^2\left(\frac{2t^4 - 2}{t^3}\right)}{t^4 + 1}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\left(\frac{2t^4 - 2}{t}\right)}{t^4 + 1}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{2t^4 - 2}{t(t^4 + 1)}$$

3. $z = \cos(3x + 4y); \quad x = 2t + \frac{\pi}{2}, y = -t - \frac{\pi}{4}; \quad \left.\frac{dz}{dt}\right|_{t=\pi}$

Solución:

$$\frac{dz}{dt} = cos(3\left(2t + \frac{\pi}{2}\right) + 4\left(-t - \frac{\pi}{4}\right))$$

$$\frac{dz}{dt} = cos\left(6t + \frac{3\pi}{2}\right) + (-4t - \pi)$$

$$\frac{dz}{dt} = cos(6t)6 - 4t - \pi$$

5. $p = \dfrac{r}{2s + t}$; $r = u^2, s = \dfrac{1}{u^2}, t = \sqrt{u}$; $\dfrac{dp}{du}$

Solución:

$$\frac{dp}{du} = \frac{u^2}{2\left(\frac{1}{u^2}\right) + \sqrt{u}}$$

6. Determine las derivadas parciales indicadas (Resuelva los numerales impares)

1. $z = e^{xy}$; $x = u^3, y = u - v^2$; $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$

Solución:

$$z = e^{u^3(u-v^2)}$$

$$\frac{dz}{du} = e^{u^3(u-v^2)}$$

$$\frac{dz}{du} = u^3(u - v^2)$$

$$\frac{dz}{du} = 3u^2(u - v^2) + u^3(1)$$

$$\frac{dz}{du} = 4u^3 - 3u^2v^2$$

$$\frac{dz}{du} = e^{u^3(u-v^2)}(4u^3 - 3v^2u^2)$$

$$\frac{dz}{dv} = e^{u^3(u-v^2)}$$

$$\frac{dz}{dv} = u^3(u - v^2)$$

$$\frac{dz}{dv} = 0(u - v^2) + u^3(-2v)$$

$$\frac{dz}{dv} = 0 - 2vu^3$$

$$\frac{dz}{dv} = e^{u^3(u-v^2)} \ - 2vu^3$$

3. $z = 4x - 5y^2$; $x = u^4 - 8v^3, y = (2u - v)^2$; $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$

Solución:

$$\frac{dz}{du} = 4(u^4 - 8v^3) - 5(2u - v)^2$$

$$\frac{dz}{du} = 4u^4 - 32v^3 - 5(4u^2 - 4uv + v^2)$$

$$\frac{dz}{du} = 4u^4 - 32v^3 - 20u^2 - 20uv + 5v^2$$

$$\frac{dz}{du} = 16u^3 - 40u - 20u$$

$$\frac{dz}{du} = 16u^3 - 60u$$

$$\frac{dz}{dv} = -96v^2 - 20v + 10v$$

$$\frac{dz}{dv} = -96v^2 - 10v$$

5. $w = (u^2 + v^2)^{3/2}$; $u = e^{-t} \operatorname{sen} \theta, v = e^{-t} \cos \theta$; $\frac{\partial w}{\partial t}, \frac{\partial w}{\partial \theta}$

Solución:

$$\frac{dw}{dt} = (e^{-t} sen\ 0 + e^{-t}\ cons\ 0\ )^{3/2}$$

$$\frac{dw}{d0} = (e^{-t} sen\ 0 + e^{-t}\ cons\ 0\ )^{3/2}$$

7. $R = rs^2t^4;\quad r = ue^{v^2}, s = ve^{-u^2}, t = e^{u^2v^2};\quad \frac{\partial R}{\partial u}, \frac{\partial R}{\partial v}$

Solución:

$$\frac{dR}{du} = ue^{v^2} ve^{-u^2} e^{u^2v^2}$$

$$\frac{dR}{dv} = ue^{v^2} ve^{-u^2} e^{u^2v^2}$$

Referencias

Palacios, I. R. (2017). *CÁLCULO de varias variables.* México: GRUPO EDITORIAL PATRIA.

Universidad de Jaén. (15 de marzo de 2005). *Capítulo 6 Funciones de varias variables reales.* Obtenido de http://www4.ujaen.es/~angelcid/Archivos/An_Mat_ESTADISTICA/Apuntes/T6_Funciones_Varias_Variables.pdf