ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 2. Función de varias variables y curvas de nivel

ACTIVIDAD 2

Calculo Multivariado

UNIPANAMERICANA COMPENSAR

JONATHAN CASTILLO GRAJALES

SEMESTRE VII

MODULO I

FACULTAD DE INGENIERIA

TECNOLOGÍA EN ANÁLISIS Y DESARROLLO

DE SISTEMAS DE INFORMACIÓN

Marzo de 2020

Introducción

La presente actividad muestra en el primer punto el análisis de funciones con variables a través de un ejemplo de la temperatura aparente como una función de la temperatura y humedad.

En el punto dos (2) se evalúan las variables (x,y) y se halla el dominio y el rango de la función general.

En el punto tres (3), se intenta determinar el rango de las funciones teniendo en cuenta las restricciones de los argumentos.

Finalmente, en el punto cuatro (4) y cinco (5) se abarca el tema de curvas de nivel, teniendo en cuenta la definición del cálculo variables al darle un valor a k se genera o no una variación en la superficie del nivel de las curvas.

Funciones de varias variables

1. El índice temperatura – humedad I , es la temperatura del aire que se percibe cuando la temperatura real es T y la humedad relativa es h, de modo que es posible escribir : I=f(T,h) . la siguiente tabla de valores de I es una parte de una tabla que elaboró la National Oceanic and Atmostpheric Administration.

TABLA Temperatura aparente como una función de la temperatura y la humedad

Humedad relativa (%)

Temperatura real (°F) T \ h	20	30	40	50	60	70
80	77	78	79	81	82	83
85	82	84	86	88	90	93
90	87	90	93	96	100	106
95	93	96	101	107	114	124
100	99	104	110	120	132	144

T	Temperatura real
H	Humedad relativa
I	f(T,h)

a) Cuál es la valor de f(95,70)? Qué significa?

Solución: 124

Humedad relativa (%)

Temperatura real (°F) T \ h	20	30	40	50	60	70
80	77	78	79	81	82	83
85	82	84	86	88	90	93
90	87	90	93	96	100	106
95	93	96	101	107	114	$\boxed{124}$
100	99	104	110	120	132	144

El valor para la función f (95,70) es 124. Significa que, a mayores concentraciones ascendentes de humedad y temperatura, el índice calorífico tiende a incrementarse.

b) ¿Para qué valor de h es f(90,h) =100?

Solución:
h = 60

Humedad relativa (%)

Temperatura real (°F) T \ h	20	30	40	50	$\boxed{60}$	70
80	77	78	79	81	82	83
85	82	84	86	88	90	93
90	87	90	93	96	100	106
95	93	96	101	107	114	124
100	99	104	110	120	132	144

c) ¿Para qué valor de T es f (T ,50) =88?

Solución:

T = 85

Humedad relativa (%)

T \ h	20	30	40	50	60	70
80	77	78	79	81	82	83
$\boxed{85}$	82	84	86	88	90	93
90	87	90	93	96	100	106
95	93	96	101	107	114	124
100	99	104	110	120	132	144

Temperatura real (°F)

d) ¿Cuál es el significado de la función I =f(80,h) e I=f(100,h)? compare el comportamiento de estas dos funciones de h.

Solución:

Se establecieron valores a un rango para T, significa que el índice calorífico depende de ambas variables, su interacción mutua origina el cambio en el índice.

Humedad relativa (%)

T \ h	20	30	40	50	60	70
80	77	78	79	81	82	83
85	82	84	86	88	90	93
90	87	90	93	96	100	106
95	93	96	101	107	114	124
100	99	104	110	120	132	144

Temperatura real (°F)

2. Dadas las funciones :

2.1 Sea $g(x, y) - \cos(x + 2y)$.

a) Evalúe $g(2, -1)$.

b) Encuentre el dominio de g.

c) Determine el rango de g.

Solución:

g(x,y) = cos(x+2y)

a) Evalue

g(x,y) = cos(x+2y)

g(2, -1) = cos[(2) + 2 . (-1)]

g(2, -1) = cos (0)

g(2, -1) = 1

b) Encuentre el dominio de g

Como el coseno se define para todos los números reales, g (x, y) se define para todos los valores reales de *x, y* Por lo tanto, el dominio es
$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\}$

c) Encuentre el rango de g

cos, como una función de $\mathbb{R}$, tiene rango [-1,1]. Cualquier valor en $\mathbb{R}$ se puede obtener como x + 2y para algunos (x, y) $\in \mathbb{R}^2$, por lo que el rango de g también es

[-1,1]

Recordando qué función principal es porque sabemos que nuestro rango [-1,1]

Rango = $-1 \leq \cos(x + 2y) \leq 1$

[-1,1]

2.2 Sea $F(x, y) = 1 + \sqrt{4 - y^2}$.

a) Evalúe $F(3, 1)$.

b) Determine y trace el dominio de F.

c) Determine el rango de F.

Solución

a) Evalue F (3, 1)

$f(3,1) = 1 + \sqrt{4 - 1^2}$

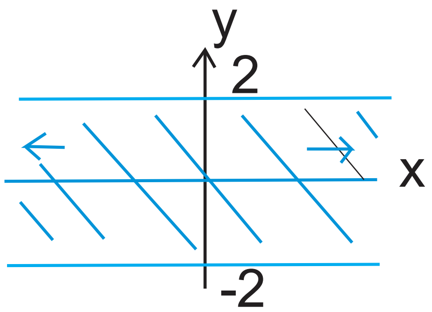
$= 1 + \sqrt{3}$

b) Determine y trace el dominio F

Solución:

$4 - y^2 \geq 0 \Rightarrow 4 \geq y^2 \Rightarrow |y| \leq 2$

D: $\{(x,y) \mid -2 \leq y \leq 2 \; ; -\infty \leq x \leq \infty\}$



$\sqrt{4 - y2}$

c) Determine el rango F

f(x, ±2) = 1 + $\sqrt{4 - \pm 2)2}$

[1,3]

2.3 Sea $f(x, y, z) = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} + \ln(4 - x^2 - y^2 - z^2)$.

a) Evalúe $f(1, 1, 1)$.

b) Determine y describa el dominio de f.

Solución:

a) Evalue f(1, 1, 1)

$f(1,1,1) = \sqrt{1}+\sqrt{1}+\sqrt{1}+\ln(4-1^2-1^2-1^2)$

$= 1 + 1 + 1 + \ln(1)$

$= 3$

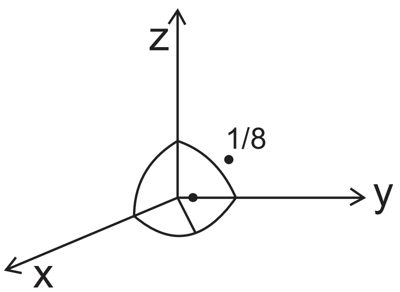
b) Determine y escriba el dominio de F

D(f): $x \geq 0$, y , ≥ 0, $z \geq 0$

$4 - x^2 - y^2 > 0$

$4 > x^2 + y^2 + z^2$

Sphire r < 2



2.4 Sea $g(x, y, z) = x^3y^2z\sqrt{10 - x - y - z}$.

a) Evalúe $g(1, 2, 3)$.

b) Determine y describa el dominio de g.

Solución:

a) Evalue g(1,2,3)

$g(1,2,3) = 1^3 2^2 3\sqrt{10-1-2-3}$

$= 12\sqrt{4} = 12 \,.\, 2 = 24$

b) Determine y describa el dominio de g

$10 - x - y - z \geq 0$

$x + y + z \leq 10$ todos los puntos que se encuentran debajo del plano $x + y + z = 10$

$ax + by + cz = d$

3. En los problemas a , b determine el rango de la función dada.

a) $f(x, y) = 10 + x^2 + 2y^2$ c) $f(x, y) = x + y$

b) $f(x, y, z) = \text{sen}(x + 2y + 3z)$ d) $f(x, y, z) = 7 - e^{xyz}$

Solución:

a) f(x,y) = 10 + x^2 + $2y^2$

$z = 10 + x^2 + 2y^2$

$10 + x^2 \geq 0 \qquad 2y^2 \geq 0$

$z \geq 0$

Rango: $\{z \in \mathbb{R}^2 / z \geq 0\}$ que es lo mismo $\{ z \in \mathbb{R}/[0,\infty)\}$

Solución:

b) f(x,y,z) = sen(x+2y+3z)

Rango [-1 ; 1]

Solución: F(x, y, z) = Sen (x + 2y + 3z)

$\mathbb{R}$ $\text{sen}^{-1} = (x + 2y + 3z)$ ➔ ArcSen = x + 2y + 3z

Dominio de una función seno $] - \infty ; \infty [$

o Dom F = $\{ (x, y, z) \in - \infty ; \infty / \text{sen} = x+2y+3z\}$

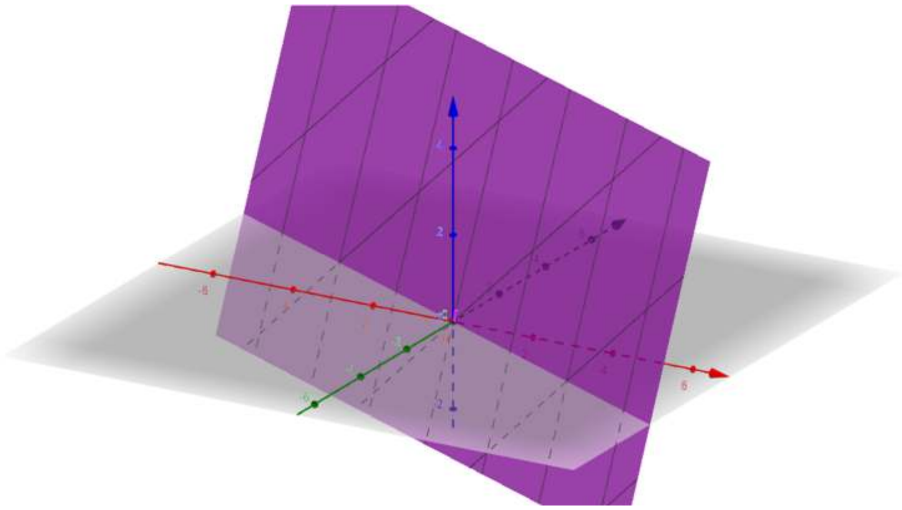
4. En los problemas 1 al 4 dibuje alguna de las curvas de nivel asociadas con la función dada:

1. $f(x, y) = x + 2y$

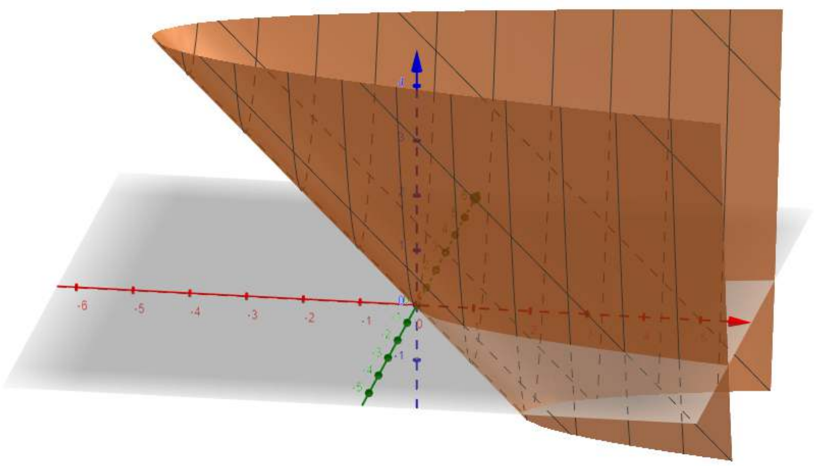
Solución:

Es una función lineal. Su gráfica es un plano inclinado.

Esto corresponde a un mapa de curvas de nivel que tiene líneas rectas igualmente espaciadas.

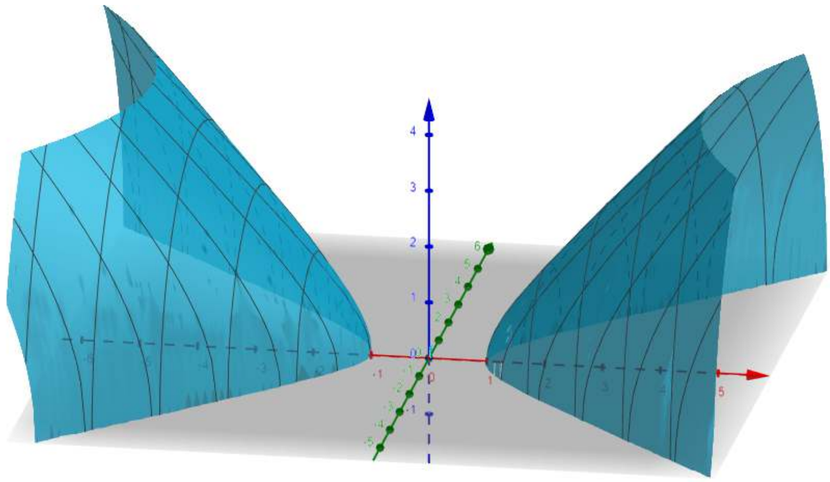


2. $f(x, y) = y^2 - x$



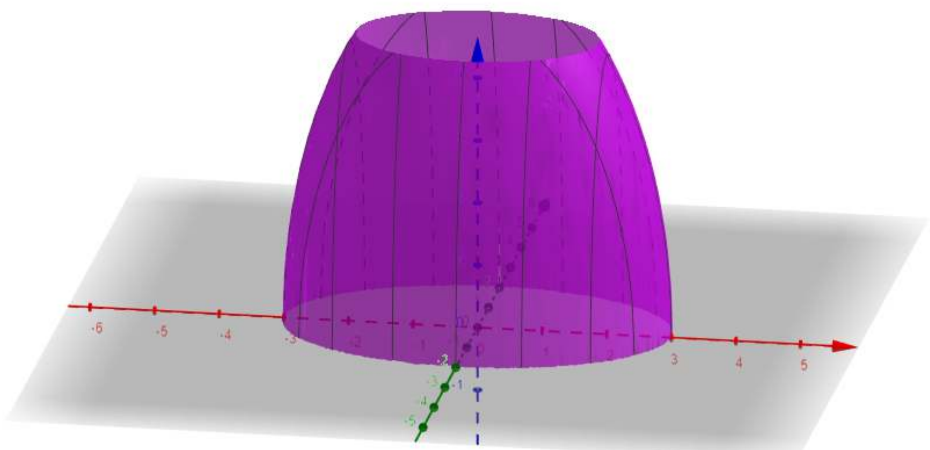
3. $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2 - 1}$

Se trata de dos hiperboloides orientados en ambos extremos del eje x.



4. $f(x, y) = \sqrt{36 - 4x^2 - 9y^2}$

Aparece una superficie cortada por un plano, en donde se genera una curva de nivel a determinada altura z del corte.



5. En los siguientes ejercicios describa la superficie de nivel pero no grafique

1. $f(x, y, z) = \frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{4}z^2$

Solución:

La gráfica de la superficie es un paraboloide orientado positivamente hacie el eje z.

2. $f(x, y, z) = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2$

Solución:

$f(x, y, z) = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2$

0

$k = 0, 1, 6, 8, -6, -8$

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 0$

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2$=1

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 6$

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2$=8

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2$=-6

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = -8$

Son esferas crecientes al mayor sea el numero (k) mayor es el radio de esta misma, y cuando los (k) los numero son negativos k=0 no refleja ninguna figura en la gráfica.

3. $f(x, y, z) = x^2 + 3y^2 + 6z^2$

Solución:

$f(x, y, z) = x^2 + 3y^2 + 6z^2$ o también se representa como $f(x, y, z) = x^2 + \frac{y^2}{\frac{1}{3}} + \frac{z^2}{\frac{1}{6}} = 0$

$K = 0,1, -1,4, -4,8, -8$

$x^2 + 3y^2 + 6z^2 = 0$ cuando k=0 está ubicado en los puntos (0,0)

$x^2 + 3y^2 + 6z^2 = 1$ cuando k=1 el radio es de mismo valor

$x^2 + 3y^2 + 6z^2 = -1$

$x^2 + 3y^2 + 6z^2 = 4$ cuando k=4 el radio es 2

$x^2 + 3y^2 + 6z^2 = 8$ cuando k=8 el radio es >2

$x^2 + 3y^2 + 6z^2 = -8$

Cunado k es de valores negativos el valor del radio es 0 y no se refleja en la gráfica. Formando una figura creciente de una elipse.

46. $G(x, y, z) = 4y - 2z + 1$

$a(y, z) = 4y - 2z + 1$

Es una función lineal y corresponde a una recta.

4y-2z+1= -15 cuando k -15

4y-2z+1=0 cuando k = 0

4y-2z+1=5 cuando k = 5

4y-2z+1=15 cuando k = 15

Cuando el valor de k es negativo o positivo crea rectas perpendiculares a lo largo del eje x.

Conclusión

Día a día, en las actividades comunes de la vida cotidiana es posible darse cuenta que muchas cantidades no son absolutas; es decir, que éstas dependen de otros factores para cambiar su valor o condición. Existen cantidades que para cambiar es necesario que dos o más variables cambien.

Referencias

herleo. (10 de enero de 2013). *Dominio de Una Función de Varias Variables*. Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=OT2nE2lrpfs&t=6s

Khan Academy. (2018). *Mapas de curvas de nivel*. Obtenido de https://es.khanacademy.org/math/multivariable-calculus/thinking-about-multivariable-function/ways-to-represent-multivariable-functions/a/contour-maps

La Prof Lina M3. (25 de enero de 2019). *Dominio, rango y gráfica de una función en varias variables | La Prof Lina M3*. Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=b_Affw5ArMY&t=75s

Palacios, I. R. (2017). *CÁLCULO de varias variables.* México: GRUPO EDITORIAL PATRIA.

Universidad de Jaén. (15 de marzo de 2005). *Capítulo 6 Funciones de varias variables reales.* Obtenido de http://www4.ujaen.es/~angelcid/Archivos/An_Mat_ESTADISTICA/Apuntes/T6_Funciones_Varias_Variables.pdf