ADELINA OCAÑA GÓMEZ
MARIO ERNESTO PÉREZ RUIZ

SEGUNDA EDICIÓN

MATEMÁTICAS BÁSICAS

UNIVERSIDAD DE BOGOTÁ
JORGE TADEO LOZANO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES E INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

MATEMÁTICAS BÁSICAS

Universidad de Bogotá
JORGE TADEO LOZANO

Facultad de Ciencias Naturales e Ingeniería • Departamento de Ciencias Básicas

Ocaña Gómez, Adelina

Matemáticas básicas / Adelina Ocaña Gómez, Mario Ernesto Pérez Ruiz. -- 2a. ed. -- Bogotá : Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano, 2010.

262 p.; 22 cm.

ISBN: 978-958-725-056-5

1. MATEMÁTICAS. 2. NÚMEROS REALES. 3. ÁLGEBRA. I. Pérez Ruiz, Mario Ernesto. tit

CDD510'o11º

Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano
Carrera 4 Nº 22-61 – PBX: 242 7030 – www.utadeo.edu.co

MATEMÁTICAS BÁSICAS
Adelina Ocaña Gómez
Mario Ernesto Pérez Ruiz

ISBN: 978-958-725-056-5
Segunda edición: 2011

Rector: José Fernando Isaza Delgado
Vicerrector Académico: Diógenes Campos Romero
Decano de la Facultad de Ciencias Naturales e Ingeniería: Daniel Bogoya Maldonado
Director del Departamento de Ciencias Básicas: Favio Ernesto Cala Vitery
Director editorial (e): Jaime Melo Castiblanco
Revisión de estilo: Julio Mateus
Diagramación: Felipe Duque Rueda
Ajustes segunda edición: Denise Rodríguez Ríos
Portada: Felipe Duque Rueda
Coordinación administrativa: Henry Colmenares Melgarejo

MATEMÁTICAS BÁSICAS

ADELINA OCAÑA GÓMEZ
MARIO ERNESTO PÉREZ RUIZ

Agradecimientos

El Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad Jorge Tadeo Lozano agradece la valiosa colaboración de los siguientes profesores quienes, al implementar el material del presente libro en los cursos de Matemáticas Básicas, hicieron importantes observaciones que ayudaron en su consolidación:

Andrés Mauricio Romero Mora

Nivia Esther Yela Caicedo

Luis Alfonso Sánchez Bernal

Delfina Ovalle Carranza

Irina Reyes

Julio David Gil Quintero

Juan Jesús Cruz Mora

ÍNDICE GENERAL

PRESENTACIÓN

Estudios estadísticos han mostrado que los estudiantes que toman un curso de Matemáticas Básicas tienen mejores resultados académicos en los cursos posteriores donde se suponen estos fundamentos. En apoyo de un curso como este se ha elaborado un material con presentación agradable; en lenguaje sencillo, claro; de lectura atractiva, para que al ser trabajado concienzudamente por ellos les ayude a alcanzar el propósito de nivelar los conocimientos básicos del álgebra.

El libro contiene cuatro unidades. La primera, sobre *números reales*; en ella se hace un recorrido por las operaciones básicas en dicho conjunto: suma, resta, multiplicación, división y potenciación. Un especial cuidado se ha tenido en las operaciones con los números enteros y con los racionales, ya que con éstas usualmente se presentan muchas dificultades. La segunda unidad gira en torno al manejo de *las expresiones algebraicas*, particularmente, las polinómicas. Las operaciones: suma, resta, multiplicación y división entre polinomios son abordadas indicando con detalle los procesos que se siguen para la realización de cada una de ellas. La tercera unidad avanza en el proceso de *factorización*, agrupándola en tres casos que cobijan los más utilizados y requeridos en cursos posteriores: factor común, binomios y trinomios. En la cuarta y última unidad, *ecuaciones*, se indica cómo resolver ecuaciones de primer y segundo grados. Aquí se enfatiza la traducción verbal a símbolos algebraicos.

Cada unidad consta de las siguientes partes:

— *Introducción*: se hace una breve justificación de la escogencia del tema a estudiar y un resumen de los contenidos que se incluyen.

— *Situación inicial*: se presenta un problema que busca motivar el estudio de algunos contenidos de la unidad. Con el auxilio de la teoría se da respuesta a las preguntas que allí se formulan.

— *Secciones*: se desarrollan los contenidos con ejemplos ilustrativos y ejercicios.

— *Ejercicios de repaso de la unidad.*

Se recomienda al estudiante leer con anterioridad los contenidos que se tratarán en cada clase y seguir con detalle los ejemplos desarrollados, deteniéndose en cada paso, de modo que el proceso le sea claro, para así abordar en mejores condiciones los ejercicios propuestos. Realizar algunos de estos ejercicios antes de la clase le permitirá establecer el nivel de comprensión que ha tenido de la lectura, y así aclarar las dudas que surjan, en clase, o en los apoyos extraclase que ofrece la Universidad.

El éxito del curso depende en gran medida de una actitud positiva, una asistencia regular y un compromiso con las actividades que él demande.

¿Para qué sirven las matemáticas?

La inmensa mayoría de los matemáticos dirá que las matemáticas son bellas de por sí, que se justifican a sí mismas. Pero las matemáticas son además necesarias, o más bien, indispensables. Podrían ser la ciencia invisible: parte de su mérito consiste en estar detrás de múltiples facetas de la vida cotidiana, ocultas pero esenciales. Y son también el motor del cambio: no hay avión, robot, computador… tecnología del futuro, que no se alimente de matemáticas. Algunas de estas facetas se reflejan en las siguientes situaciones:

¿Habrá que sacar hoy el paraguas? Las matemáticas son esenciales para predecir qué tiempo hará. Para ello se divide la atmósfera que envuelve al planeta en cajas imaginarias de cerca de 50 kilómetros de lado y entre algunas decenas y centenas de metros de alto. Por medio de los satélites y las estaciones meteorológicas se toman datos climáticos de estas cajas y se introducen todas las variables en potentes ordenadores que las combinan con las leyes de la dinámica y la física en complicados cálculos para predecir cómo se comportará el tiempo en los siguientes días. A más largo plazo, y con modelos matemáticos similares a estos que incorporan las interacciones de la atmósfera con los océanos, los hielos o la biosfera, se estudian también los posibles efectos del cambio climático.

¡Lo siento, no hablo español! A veces consideradas un lenguaje universal, las matemáticas resultan también indispensables para la traducción automatizada de cualquier idioma, desde el francés al zulú. Esto es así porque los programas informáticos de traducción se basan en estadísticas y probabilidades, junto a enormes bases de datos de palabras, para dar con la traducción más correcta de cada término.

¡Coge el teléfono! Marcar un número y hablar con alguien a través de un teléfono móvil es más complicado de lo que parece. Solo la norma GSM (Global System for Mobile Communications), que permite conectar un receptor con otro, supone más de 5.000 páginas de especificaciones técnicas. Las matemáticas y los algoritmos no sólo consiguen simplificar este proceso, sino que son fundamentales en cada uno de los pasos de una llamada: la transformación de la voz en series numéricas, su envío por ondas hertzianas, el encriptado de la comunicación, la gestión de las distintas frecuencias de radio de cada operador...

Comunicación blindada: cómo encriptar una conversación telefónica para que no sea escuchada por otras personas, o cómo garantizar la seguridad de una tarjeta de crédito. Desde la II Guerra Mundial, donde los matemáticos jugaron un papel determinante en el descifrado de mensajes secretos, esta ciencia constituye la pieza clave de muchos de los sistemas de seguridad usados de forma cotidiana. Un buen número de estos sistemas se basan en el protocolo RSA, construido en torno a la idea de que, si bien se pueden construir cifras enormes a partir de números primos $(N = p \cdot q)$, resulta muy complicado hallar los factores p y q cuando sólo se conoce N.

¡Puja y gana! ¿Qué tiene que hacer una persona para sacar el máximo beneficio a la hora de pujar en una subasta? La teoría de los juegos, creada por el matemático de origen húngaro John Von Neumann en los años 1920-1940, analiza los diversos actores y sus diferentes estrategias para anticiparse a ellos. Un ejemplo: en una situación simétrica en la que unos piensan lo mismo que los otros, un postor debe buscar el máximo beneficio sabiendo que los demás van a seguir la misma estrategia que la de él.

¿Se caerá este rascacielos? Los números han permitido también elaborar complejos modelos matemáticos para representar prácticamente cualquier sólido o fluido en un ordenador y simular cuál será su comportamiento en la realidad. Es decir, predecir de alguna forma el futuro. Estos modelos son ya utilizados para analizar la estabilidad de rascacielos y puentes ante un terremoto o para simular el aterrizaje de una sonda espacial en un lugar remoto. En estos momentos se intenta también reproducir los órganos del cuerpo humano en un ordenador y llegar a saber con antelación cómo responderá un paciente en un quirófano durante una operación.

La probabilidad de desarrollar un cáncer. Muchas enfermedades tienen un componente hereditario, lo que significa que una persona puede estar más predispuesta a padecer un mal si es portador o no de un determinado gen. Así ocurre con el gen BRCA1, cuya mutación se descubrió en 1990 y que está implicada en un porcentaje elevado de mujeres con cáncer de mama. Para hallarlo, los investigadores tuvieron que apoyarse en múltiples análisis estadísticos sobre personas emparentadas.

De *Parque Jurásico* a *Star Wars*. Conseguir que unos juguetes cobren vida en la pantalla de cine o que el ataque de un tiranosaurio rex haga agarrarse a los espectadores de sus asientos es posible, en gran medida, gracias a las matemáticas. Muchos de los efectos especiales más alucinantes del cine o las películas de animación son una combinación de pixeles y formas geométricas creadas a partir de matemáticas por medio de programas informáticos.

Revivir el pasado. Reconstruir una vasija rota nunca es fácil. Pero qué pasa si ésta además tiene siglos de antigüedad y debe ser recompuesta sin saber cómo era a partir de cientos o miles de pequeños fragmentos desordenados e incompletos. Las matemáticas son igualmente una herramienta indispensable para la arqueología, pues permiten reconstruir superficies de todo tipo e incluso partes de un cuerpo humano a partir de unos pocos restos antiguos. Las piezas disponibles son digitalizadas e introducidas en progra-