

# 프로그래밍 언어론

## -구문법



서형준

seohyoungjoon@gmail.com

## 2. PL(프로그래밍 언어)구문법

---

강의 목표:

구문법(Syntax)

- 구성요소를 이용하여 문장/프로그램을 구성하는 방법

의미 (Semantics)

- 문장/프로그램의 의미, 이것은 이런 의미
- 프로그래밍 언어 공부하는데 필요한 기본기
- . 프로그램 언어(c 파이썬 등)별로 의미가 다르다.

## 2. PL(프로그래밍 언어)구문법

### Syntax (구문)

**Syntax**는 문장의 형식적 구조, 즉 **문법적 규칙**을 의미. 문법에 맞는 문장을 만들어야 구문이 올바른 문장

### Syntax 예제:

**올바른 구문:** "나는 밥을 먹는다." (주어(나) + 목적어(밥) + 서술어(먹는다) 정상 구문)

**잘못된 구문:** "나는 먹는다 밥을."

### Semantics (의미론)

**Semantics**는 문장의 **의미**로 구문이 올바르더라도 문장의 의미가 모호하거나 논리적으로 맞지 않을 수 있다.

### Semantics 예제:

**의미적으로 올바른 문장:** "나는 밥을 먹는다."

**의미적으로 잘못된 문장:** "밥이 나를 먹는다."

### 요약

Syntax(구문)는 문장이 문법적으로 올바르게 구성되었는지 여부를 나타내며, 한국어의 경우 주어, 목적어, 서술어의 순서가 중요

Semantics(의미론)는 문장의 의미가 논리적이고 일관성 있는지를 평가. 구문이 맞더라도 의미가 비논리적이면 의미론적 오류가 발생

따라서 **Syntax**는 형식을, **Semantics**는 내용을 다루는 개념

## 2. PL(프로그래밍 언어)구문법

- BNF(BNF는 **Backus-Naur Form**의 약자)
  - 보통 "**배커스-나우어 형식**" 또는 "**배커스-나우어 폼**"
- 이 이름은 이 형식을 정의한 두 명의 컴퓨터 과학자, **\*\*존 배커스(John Backus)\*\***와 **\*\*피터 나우어(Peter Naur)\*\***의 이름에서 유래)

### <BNF 구성 요소>

#### 1. expr

- expr은 일반적으로 expression(표현식) 줄임말
- expr는 수학적 또는 논리적 연산을 나타내는 식(expression)을 의미.  
프로그래밍 언어나 문법에서 expr은 종종 숫자, 변수, 연산자 등을 결합한 표현식을 정의하는 데 사용
  - 숫자
  - 변수
  - 연산자
  - 표현식 : 수학적, 논리적이 의미

## 2. PL(프로그래밍 언어)구문법

2. **::= (정의 연산자)**  $\rightarrow$  C or Python에서 사용하는 =와 다름

BNF (Backus-Naur Form)와 같은 문법에서 사용하는 **정의 연산자**  
이 기호는 "이것은 다음과 같이 정의된다"라는 의미

**역할:**

**::=** 는 왼쪽의 비터미널(non-terminal) 기호가 오른쪽의 규칙들로 **정의**  
즉, 왼쪽의 비터미널이 오른쪽의 구성요소들로 **대체**될 수 있다는 의미

**예:**

BNF 문법에서 자주 볼 수 있는 구문

$\langle \text{expr} \rangle ::= \underbrace{\langle \text{term} \rangle}_{\textcircled{1}} \mid \underbrace{\langle \text{term} \rangle \text{"+"} \langle \text{expr} \rangle}_{\textcircled{2}} \mid \underbrace{\langle \text{term} \rangle \text{"-"} \langle \text{expr} \rangle}_{\textcircled{3}}$

여기서  $\langle \text{expr} \rangle$ 는 비터미널 기호이며, 이 기호는 다음과 같은 규칙으로 **정의**  
**::=**는  $\langle \text{expr} \rangle$ 이 오른쪽에 있는 규칙들로 대체될 수 있음

- $\langle \text{expr} \rangle$ 는 단순히  $\langle \text{term} \rangle$
- $\langle \text{expr} \rangle$ 는  $\langle \text{term} \rangle + \langle \text{expr} \rangle$
- $\langle \text{expr} \rangle$ 는  $\langle \text{term} \rangle - \langle \text{expr} \rangle$

## 2. CFG 와 BNF

CFG (Context-Free Grammar)와 BNF (Backus-Naur Form)는 프로그래밍 언어의 구문을 정의하는 데 사용되는 표현법

Context-Free Grammar (CFG)는 문법의 구조를 정의하는 형식론으로서, 프로그래밍 언어, 자연 언어, 데이터 구조 등의 문법을 분석하고 생성하기 위해 사용

- 비종단 기호(Non-terminal symbols): 더 분해될 수 있는 규칙의 왼쪽에 위치
  - 종단 기호(Terminal symbols): 실제 언어의 문자나 토큰
  - 생산 규칙(Production rules): 비종단 기호를 다른 비종단 기호 또는 종단 기호의 시퀀스로 변환하는 규칙
  - 시작 기호(Start symbol): 문법의 시작점을 나타내는 특별한 비종단 기호
- CFG는 특정 문맥에 구애 받지 않고 생성 규칙을 적용할 수 있기 때문에 '문맥 자유'라는 이름이 붙어.

## 2. CFG 와 BNF 재귀적 표현.

### Backus-Naur Form (BNF)

- BNF는 CFG를 표현하기 위한 표기법 중 하나
- CFG의 규칙을 쓰기 위한 구체적인 문법
- BNF는 컴파일러 설계 및 컴퓨터 언어 설계에서 널리 사용

다음과 같은 형식을 따릅니다

:<symbol> ::= expression: 여기서 ::=는 '정의된다(defines)'를 의미

표현식은 종단 기호와 비종단 기호의 조합으로 구성될 수 있으며,  
. 대체(Alternatives)를 나타내기 위해 | 기호

CFG는 문법의 구조를 정의하는 규칙의 집합입니다. BNF는 이러한 규칙을 표현하기 위한 구문적 형식을 제공합니다  
, 모든 BNF는 CFG의 한 형태로 볼 수 있지만, 모든 CFG가 BNF로 표현될 필요는 없습니다. BNF는 CFG를 구현하고 문서화하는 데 유용한 도구

## 2. PL(프로그래밍 언어)구문법

‘재귀적 표현’ 이 무한한 구문을 유한한 구문으로 표현

이진수 구문 ( $N ::= D \mid ND$ )

[ D -> 0, 1 이면 이진수 N 은 D 또는 ND 이다.  
=> 0, 1, 01, 101, 1111, 등 많은 것이 가능해진다.

<파이선에서 이진수를 표현할 때 쓰는 정의되어 있는 BNF 구문>  
 $\langle \text{binary-number} \rangle ::= \text{"ob"} \langle \text{binary-digits} \rangle \mid \text{"oB"} \langle \text{binary-digits} \rangle$   
 $\langle \text{binary-digits} \rangle ::= \langle \text{binary-digit} \rangle \mid \langle \text{binary-digits} \rangle \langle \text{binary-digit} \rangle$   
 $\langle \text{binary-digit} \rangle ::= \text{"0"} \mid \text{"1"}$

< C 언어는 이진수를 표현하는 BNF 구문이 없음, 8진수, 16진수>  
 $\langle \text{hexadecimal-constant} \rangle ::= \text{"ox"} \langle \text{hexadecimal-digit} \rangle^+ \mid \text{"oX"}$   
 $\langle \text{hexadecimal-digit} \rangle^+ \langle \text{octal-constant} \rangle ::= \text{"o"} \langle \text{octal-digit} \rangle^+$   
 $\langle \text{hexadecimal-digit} \rangle ::= \text{"0"} \mid \text{"1"} \mid \text{"2"} \mid \text{"3"} \mid \text{"4"} \mid \text{"5"} \mid \text{"6"} \mid \text{"7"} \mid \text{"8"} \mid \text{"9"} \mid$   
 $\text{"a"} \mid \text{"b"} \mid \text{"c"} \mid \text{"d"} \mid \text{"e"} \mid \text{"f"} \mid \text{"A"} \mid \text{"B"} \mid \text{"C"} \mid \text{"D"} \mid \text{"E"} \mid \text{"F"}$   
 $\langle \text{octal-digit} \rangle ::= \text{"0"} \mid \text{"1"} \mid \text{"2"} \mid \text{"3"} \mid \text{"4"} \mid \text{"5"} \mid \text{"6"} \mid \text{"7"}$



## 2장

# 구문법(Syntax)

2.1 구문 및 구문법

2.2 유도

2.3 모호성

2.4 BNF와 구문 다이어그램

2.5 재귀 하강 파싱

- 구문법(Syntax)
  - 문장 혹은 프로그램을 작성하는 방법
  - 자연어(영어, 한국어)의 문법처럼 프로그래밍 언어의 구문법이 있다.
  - 프로그래밍 언어의 이론적 기초
- 질문
  - 어떤 언어의 가능한 문장 혹은 프로그램의 개수가 무한하지 않나요?
  - 무한한 것들을 어떻게 유한하게 정의할 수 있나요?

# 재귀적 정의: 이진수의 구문법

- 숫자(D)는 0, 1 중 하나이다.

$$D = \text{이진수}(N)$$

- 이진수 구성 방법

$$ND = \text{이진수}(N)$$

(1) 숫자(D)는 이진수(N)이다.

(2) 이진수(N) 다음에 숫자(D)가 오면 이진수(N)이다.

- 논리 규칙 형태

$$\frac{D \text{는 숫자이다}}{D \text{는 이진수 } N \text{이다}}$$

$$\frac{N \text{이 이진수이고 } D \text{가 숫자이다}}{ND \text{는 이진수이다}}$$

- 문법 형태

$N \rightarrow D$

$N \rightarrow ND$

$$\begin{array}{c} \text{N} \rightarrow \text{D} \\ \longleftrightarrow \\ \text{N} \rightarrow \text{ND} \end{array} \quad | \quad \text{ND}$$

# 이진수: 구문법과 의미론

## 이진수 구문법

$D \rightarrow 0$   
|  $1$   
or

$N \rightarrow D$   
|  $ND$

• 101

## 이진수의 의미 : 십진수 값

$$V('0') = 0$$

$$V('1') = 1$$

$$V(D)$$

$$V(ND) = V(N) * 2 + V(D)$$

→ 자릿수 증가로 인한 값의  
두배 증가를 반영하기 위함

$$V('101') = V('10') * 2 + V('1') = 2 * 2 + 1 = 5$$

$$V('10') = V('1') * 2 + V(0) = 2$$

# 십진수: 구문법과 의미론

$D \rightarrow 0$

| 1

| 2

...

| 9

$D \rightarrow 0 \sim 9$

$N \rightarrow D$

| ND

$V('0') = 0$

$V('1') = 1$

$V('2') = 2$

...

$V('9') = 9$

$V(D)$

$V(ND) = V(N) * 10 + V(D)$

↳ 자릿수 변화로 인한 값의  
10배증가를 반영하기 위해

● 386

$V('386') = 386$

$38 \times 10 + 6$

$= 380 + 6$

$= 386$

# 십진수: 구문법과 의미론

구문론

$D \rightarrow 0$

| 1

| 2

...

| 9

$N \rightarrow D$

| ND

## $V('0') = 0 \rightarrow$ 의미론

- 제시된 내용 " $V('0') = 0$ " 는 의미론(semantic)에서의 변수나 표현식의 값을 정의하는 방법

여기서  $V$ 는 값 함수(Value function)를 나타내며, 이 함수는 언어의 구성 요소(예를 들어, 리터럴, 변수, 표현식 등)에 구체적인 값을 할당

## ● 해석

- $V('0')$ : 이는 문자 또는 리터럴 '0'의 값을 나타내는 함수 호 출입니다.

- $= 0$ : 이는 '0'이라는 문자 또는 리터럴이 실제로 가지는 값이 0임을 나타냅니다

# 수식의 구문법

- 일반적인 수식의 구문론
- 수식 의 예제 (+ 와 \* 하기가 가능한 수식)

5, 5 + 13, 5 + 13 + 4, 5 \* 13 + 4, (5 + 13), (5 + 13) \* 12, ...

- 구문법 : 쓰는 방법( -> 형태로 작성될 수 있다"는 의미)

$$\begin{array}{l} E \rightarrow E * E \\ \quad | \quad E + E \\ \quad | \quad (E) \\ \quad | \quad N \end{array}$$
$$N \rightarrow N D \mid D$$
$$D \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$$

# 수식의 의미

## 수식의 구문법

$E \rightarrow E * E$   
|  $E + E$   
|  $(E)$   
|  $N$

## 수식의 의미(시맨틱스)

$V(E * E) = V(E) * V(E)$   
 $V(E + E) = V(E) + V(E)$   
 $V((E)) = V(E)$   
 $V(N)$

$V(E * E) = V(E) \times V(E)$   
 $V(E + E) = V(E) + V(E)$   
 $V((E)) = V(E)$   
 $V(N) = V(N)$

- 수식의 의미

$$\begin{aligned} V('3 * 5 + 12') &= V('3 * 5') + V('12') = V('3') * V('5') + V('12') \\ &= 3 * 5 + 12 = 27 \end{aligned}$$



# 프로그래밍 언어의 구문구조

- 프로그래밍 언어의 구문 구조를 어떻게 표현할 수 있을까?
  - 재귀를 이용한 구문법으로 정의
- 문장 **S**의 구문법
  - $\text{id} = E$
  - $\text{if } E \text{ then } S \text{ else } S$
  - $\text{while } E \text{ do } S$
- 문맥-자유 문법(CFG: Context-free grammar)
  - 이러한 재귀 구조를 자연스럽게 표현할 수 있다.

$$\begin{array}{l} S \rightarrow \text{id} = E \\ \quad | \text{ if } E \text{ then } S \text{ else } S \\ \quad | \text{ while } ( E ) S \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} S \rightarrow \text{id} = E \\ S \rightarrow \text{if } E \text{ then } S \text{ else } S \\ S \rightarrow \text{while } ( E ) S \end{array}} \right\}$$

# 문맥-자유 문법 CFG

- 문맥-자유 문법 CFG는 다음과 같이 구성

- 터미널 심볼의 집합  $T$  (숫자, 문자, 연산자 등)
- 넌터미널 심볼의 집합  $N$
- 시작 심볼  $S$  (넌터미널 심볼 중에 하나)
- 다음과 같은 형태의 생성(문법) 규칙들의 집합

$X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_n$  여기서  $X \in N$  그리고  $Y_i \in T \cup N$

$X \rightarrow \varepsilon$  (오른쪽이 빈 스트링인 경우  $\varepsilon$  (epsilon, 빈 문자열) 대체)

- 보통 넌터미널(nonterminal) 심볼은 대문자로,  
터미널(terminal) 심볼은 소문자로 표기한다.

# 생성 규칙

- 생성 규칙(production rule) 또는 문법 규칙
  - $X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_n$
  - $X$ 를 작성하는 방법을 정의하는 문법 규칙
  - $X$ 는  $Y_1 Y_2 \dots Y_n$  형태로 작성할 수 있다는 것을 의미

- 문장  $S$

$S \rightarrow \text{id} = E$  선언문

$S \rightarrow \text{if } E \text{ then } S \text{ else } S$  조건문

$S \rightarrow \text{while } ( E ) S$  반복문

$S \rightarrow \text{id} = E$

| if  $E$  then  $S$  else  $S$

| while (  $E$  )  $S$

# [언어 S의 문장 요약 문법 1]

Stmt S  $\rightarrow$  id = E

| S; S

| if E then S

| if E then S else S

| while (E) S

| read id

| print E

문장인 Stmt는 이렇게 표현이 가능하고

Expr E  $\rightarrow$  n | id | true | false

| E + E | E - E | E \* E | E / E | ( E )

| E == E | E != E | E < E | E > E | !E

여기 더 안되는지  
이런 것 있지는?

표현식인 Expr은  
이런식 (Page 16)처럼

된다는 말인가?

그래서 더 아니라

그냥 ( ) 쓸 수 있는거?

# [언어 S의 문장 요약 문법 1]

전 PPT 설명

CFG로 작성

Stmt  $S \rightarrow id = E$  변수 식별자 표현식

|  $S; S$  |  $if\ E\ then\ S$

|  $if\ E\ then\ S\ else\ S$

|  $while\ (E)\ S$

|  $read\ id$  |  $print\ E$

$id$ 는 변수 식별자이고,  $E$ 는 표현식(expression)

$S \rightarrow S; S$  → 두 개의 명령문  $S$ 를 세미콜론(;)으로 연결하여 순차적 실행

$S \rightarrow if\ E\ then\ S$ :  $E$ 가 참일 때 명령문  $S$  실행 → (if에 맞은 x)

$S \rightarrow while\ (E)\ S$ :  $E$ 가 참인 동안 명령문  $S$ 를 반복

$S \rightarrow read\ id$ : 입력을 받아 변수  $id$ 에 저장

$S \rightarrow print\ E$ : 표현식  $E$ 의 결과를 출력

# [언어 S의 문장 요약 문법 1]

언어 이해

CFG로 작성

Expr  $E \rightarrow n \mid id \mid true \mid false$

$\mid E + E \mid E - E \mid E * E \mid E / E \mid ( E )$

$\mid E == E \mid E != E \mid E < E \mid E > E \mid !E$

$n$ : 숫자 리터럴 예를 들어, 42, 3.14 등

$id$ : 식별자(변수 이름) x, temperature 등

$true, false$ : 불리언 리터럴, 논리적 참과 거짓표현

$E + E$ : 두 표현식의 합  $E - E$ :  $E * E$ :  $E / E$ :

$( E )$ : 괄호 안의 표현식을 그룹화 우선순위 명시

$E == E$ : 두 표현식이 같은지 비교

$E != E$ : 두 표현식이 다른지 비교

$E < E$ :  $E > E$ :  $!E$ : 표현식  $E$ 의 논리적 부정

# [언어 S의 문장 요약 문법 1]

## BNF로 작성

(STATEMENT)

$\langle S \rangle ::= \langle id \rangle "=" \langle E \rangle \mid \langle S \rangle ";" \langle S \rangle \mid "if" \langle E \rangle "then" \langle S \rangle \mid$   
 $"if" \langle E \rangle "then" \langle S \rangle "else" \langle S \rangle \mid "while" "(" \langle E \rangle ")" \langle S \rangle \mid$   
 $"read" \langle id \rangle \mid "print" \langle E \rangle$

(Expression)

$\langle E \rangle ::= \langle n \rangle \mid \langle id \rangle \mid "true" \mid "false" \mid \langle E \rangle "+" \langle E \rangle \mid \langle E \rangle "-"$   
 $\langle E \rangle \mid \langle E \rangle "*" \langle E \rangle \mid \langle E \rangle "/" \langle E \rangle \mid "(" \langle E \rangle ")" \mid \langle E \rangle "=="$   
 $\langle E \rangle \mid \langle E \rangle "!=" \langle E \rangle \mid \langle E \rangle "<" \langle E \rangle \mid \langle E \rangle ">" \langle E \rangle \mid "!" \langle E \rangle$



2.2

유도





# 유도(Derivation)



- 입력된 문장 혹은 프로그램이 문법에 맞는지 검사하는 것을 구문검사라고 한다.

어떤 문장 혹은 프로그램이 구문법에 맞는지는 어떻게 검사할 수 있을까?

- 입력된 문장이 문법에 맞는지 검사하려면 문법으로부터 유도(derivation)해 보아야 한다.

- **[핵심 개념]** 어떤 문장이 문법으로부터 유도 가능하면 문법에 맞는 문장이고 그렇지 않으면 문법에 맞지 않는 문장이다. ⇒ 해당 내용을 할수 있어야함.

# 유도(Derivation)

- 핵심 아이디어
  1. 시작 심볼  $S$ 부터 시작한다.
  2. 비터미널 심볼  $X$ 를 생성규칙을 적용하여  $Y_1 Y_2 \dots Y_n$ 으로 대체한다.
  3. 이 과정을 비터미널 심볼이 없을 때까지 반복한다.

---
- 생성 규칙  $X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_n$  적용
  - $X$ 를  $Y_1 Y_2 \dots Y_n$ 으로 대체한다. 혹은
  - $X$ 가  $Y_1 Y_2 \dots Y_n$ 을 생성한다.
- 터미널 심볼
  - 대체할 규칙이 없으므로 일단 생성되면 끝
  - 터미널 심볼은 그 언어의 토큰이다.
- 예
  - $S \rightarrow aS \mid b$
  - $S \Rightarrow aS \Rightarrow aaS \Rightarrow aaaS \Rightarrow aaab$

# 유도(Derivation)

- 직접 유도(Direct derivation)  $\Rightarrow$

- 생성 규칙을 한 번 적용
- 생성 규칙  $X_i \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_n$  이 존재하면

$$X_1 \dots X_i \dots X_n \Rightarrow X_1 \dots X_{i-1} Y_1 Y_2 \dots Y_n X_{i+1} \dots X$$

$\Rightarrow X_i$  가  $Y_1 Y_2 \dots Y_n$  로 한번 대체

$\Rightarrow$  생성 규칙이  $A \rightarrow BC$  인 경우, 문자열  $xAy$  에서  $A$  를  $BC$  로 한 번에 대체하여  $xBCy$

- 유도(Derivation)  $\Rightarrow^*$  생성 규칙을 여러 번 적용

- $X_1 \dots X_n \Rightarrow \dots \Rightarrow Y_1 \dots Y_m$  이 가능하면  $X_1 \dots X_n \Rightarrow^* Y_1 \dots Y_m$

# 유도 예제 - 숙지 필요(^^) : 9월 11일 ~

- CFG

$$E \rightarrow E * E \quad (1)$$

$$| E + E \quad (2)$$

$$| (E) \quad (3)$$

$$| N \quad (4)$$

$$N \rightarrow N D \mid D$$

$$D \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$$

- 생성할 스트링:  $3 + 4 * 5$

- 유도

$$E \Rightarrow E + E \Rightarrow N + E \Rightarrow D + E \Rightarrow 3 + E \Rightarrow 3 + E * E \Rightarrow \dots \Rightarrow 3 + 4 * 5$$

- $3 + 4 + 5$  유도 ?

↓  
29페이지가  
앞은  
28.

# 좌측 유도과 우측 유도

- 좌측 유도(leftmost derivation)  $\Rightarrow D$ 를 쓴게 좋대.

- 각 직접 유도 단계에서 가장 왼쪽 nonterminal을 선택하여 이를 대상으로 생성 규칙을 적용한다.

- $3 + 4 * 5$ 의 좌측 유도

$$E \Rightarrow E + E \Rightarrow E + E * E \Rightarrow N + E * E \Rightarrow 3 + E * E \Rightarrow 3 + N * E \\ \Rightarrow 3 + 4 * E \Rightarrow 3 + 4 * N \Rightarrow 3 + 4 * 5$$

$\rightarrow$  기호 식 쓰고 등 바꾸기

- 우측 유도(rightmost derivation)

- 각 직접 유도 단계에서 가장 오른쪽 nonterminal을 선택하여 이를 대상으로 생성 규칙을 적용하면 된다.

- $3 + 4 * 5$ 의 우측 유도

$$E \Rightarrow E + E \Rightarrow E + E * E \Rightarrow E + E * N \Rightarrow * E + E * 5 \\ \Rightarrow E + N * 5 \Rightarrow * E + 4 * 5 \Rightarrow N + 4 * 5 \Rightarrow * 3 + 4 * 5$$

# 문법 G 언어 : 구문법을 정하고 사용가능 언어

- 문법 G에 의해서 정의되는 언어  $L(G)$ 
    - 문법 G에 의해서 유도되는 모든 스트링들의 집합
      - $L(G) = \{a_1 \dots a_n \mid S \Rightarrow^* a_1 \dots a_n, \text{ 모든 } a_i \text{ 는 터미널 심볼이다.}\}$
  - 예: 문법 G(새로 만든 언어 G 의 구문은 괄호와 a로 선언)
    - $S \rightarrow ( S )$
    - $S \rightarrow a$
- (1) 먼저 몇 개의 가능한 스트링을 생성해 보면 다음과 같이 무한대.
- $S \Rightarrow a$
  - $S \Rightarrow (S) \Rightarrow (a)$
  - $S \Rightarrow (S) \Rightarrow ((S)) \Rightarrow ((a))$
  - ...
- (2) 이들을 집합 형태로 표현해 보자. : 괄호가 n번 인 집합, 무한대
- $L(G) = \{a, (a), ((a)), (((a))), \dots\} = \{ (^n a )^n \mid n \geq 0 \}$

# 문법 G 언어 : 구문법을 정하고 사용가능 언어

- 문법 G에 의해서 정의되는 언어  $L(G)$ 
  - 문법 G에 의해서 유도되는 모든 스트링들의 집합
    - $L(G) = \{a_1 \dots a_n \mid S \Rightarrow^* a_1 \dots a_n, \text{ 모든 } a_i \text{ 는 터미널 심볼이다.}\}$

예제: 2진수 덧셈만 가능한 문법과 언어  $L(G)$ 는 ?

$D \rightarrow 0 \mid 1$

$N \rightarrow D \mid ND, \quad L(G) = \{0, 1, 00, 11, 111, \dots\}$  무한대 가 가능

무한대 좋음!

# 유도 트리

- 유도 트리(Derivation tree)
  - 유도 과정 혹은 구문 구조를 보여주는 트리
  - 유도 트리 = 파스 트리 = 구문 트리
- 유도는 시작 심볼로부터 시작하여 연속적으로 직접 유도를 한다.

$$S \Rightarrow \dots \Rightarrow \dots$$

- 이러한 유도 과정은 다음과 같이 트리 형태로 그릴 수 있다.
    - (1)  $S$ 가 트리의 루트이다.
    - (2) 규칙  $X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_n$ 을 적용하여 직접 유도를 할 때마다  $X$  노드는  $Y_1, \dots, Y_n$ 를 자식 노드로 갖도록 트리를 구성한다.
- 생성된 스트링이 구문에 적합한지 확인하는 과정을 트리로 작성



# 유도 트리 예제

- CFG

$$\begin{aligned} E &\rightarrow E * E \\ &| E + E \\ &| (E) \\ &| N \end{aligned}$$

$$N \rightarrow N D | D$$

$$D \rightarrow 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9$$

- 생성할 스트링:  $3 + 4 * 5$

- 유도

$$\begin{aligned} E &\Rightarrow E + E \Rightarrow N + E \Rightarrow^* 3 + E \\ &\Rightarrow 3 + E * E \Rightarrow^* 3 + 4 * 5 \end{aligned}$$

→ 10의 자리 여케하는지 알것!

(귀찮음)  
(십진수 표현) - ex. 987.

$N \rightarrow D | ND$

$D \rightarrow 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9$

$N \Rightarrow ND | NDD$  (3자리까지)

$| ND7$

$| N87$

$| D87$

$| 987$

순서중요.  
5 4 3으로 하면 안됨.

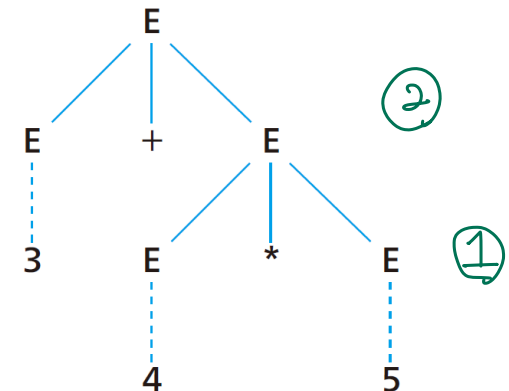


그림 2.1  $3 + 4 * 5$ 를 위한 파스 트리  $\Rightarrow (4 * 5) + 3 = 23$

→ 그림그리는게 해법이름.

# 유도 트리에 대한 참조

- 이 트리 구조는  $3 + (4 * 5)$ 와 같은 결합 성질을 보여준다.  
위 페이지 유도식 결과 = 28
- 주의
  - 좌측 유도와 우측 유도 모두 같은 파스트리를 갖는다.
  - 차이점은 파스트리에 가지가 추가되는 순서이다.



2.3

모호성



# 모호성(Ambiguity)

- 수식을 위한 문법

$$\begin{array}{l} E \rightarrow E * E \\ \quad | \quad E + E \\ \quad | \quad (E) \\ \quad | \quad N \end{array}$$

- 예

3 + 4 \* 5

- 이 스트링은 **두 개의 좌측 유도**를 갖는다.  $\Rightarrow$

(1)  $E \Rightarrow E + E \Rightarrow N + E \Rightarrow^* 3 + E \Rightarrow 3 + E * E \Rightarrow^* 3 + 4 * 5$  (+ 먼저)

(2)  $E \Rightarrow E * E \Rightarrow E + E * E \Rightarrow N + E * E \Rightarrow 3 + E * E \Rightarrow^* 3 + 4 * 5$  (x 먼저)

- 이 스트링은 **두 개의 파스트리**를 갖는다.

모호성 갖는 것

· 괄호 ( )

· +, \* 순서

① (+) 먼저    ② (x) 먼저 사용할 수 있다.

# 모호성(Ambiguity)

- 모호한 문법(ambiguous grammar)

- 어떤 스트링에 대해 **두 개 이상의 좌측 유도**를 갖는다.
- 어떤 스트링에 대해 **두 개 이상의 우측 유도**를 갖는다.
- 어떤 스트링에 대해 **두 개 이상의 파스 트리**를 갖는다.

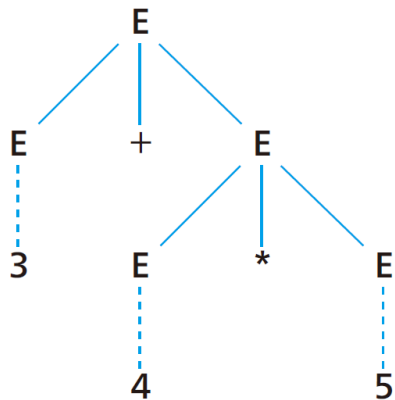


그림 2.2  $3 + 4 * 5$ 의 첫 번째 파스 트리  
 $\rightarrow 23$

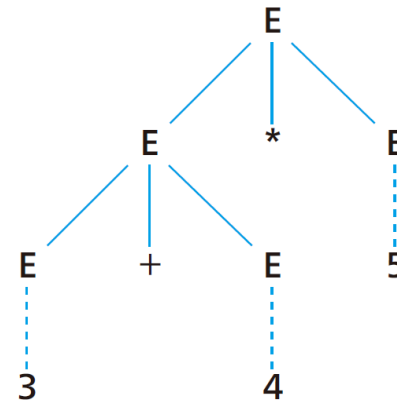


그림 2.3  $3 + 4 * 5$ 의 두 번째 파스 트리  
 $\rightarrow 35$

- 모호성은 나쁘다

- 왜?

# 모호성 처리 방법 1

- 구조식이 주어지면 구조식에 대한 유도식 & 트리 알아야함.

## 문법 재작성

- 원래 언어와 같은 언어를 정의하면서 모호하지 않도록 문법 재작성

## 예

- 우선 순위를 적용하여 모호하지 않도록 재작성
- 수식은 여러 개의 항들을 더하는 구조이다.

$E \rightarrow E + T \mid T$   
 $T \rightarrow T * F \mid F$   
 $F \rightarrow N \mid (E)$

→ 급 T는 위임?: E에 보 6분의 정합

→ N이 생각된 것. 내가 할 때 떼어서!!

구조식 → 해당 구조식은 주어진.  
주어진 것을 토대로 식 만들 리 많음

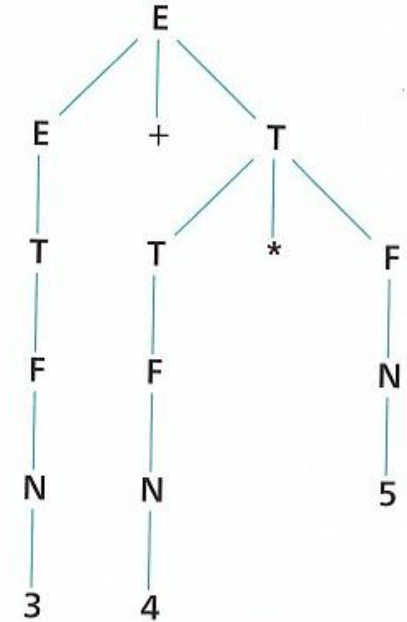


그림 2.4  $3 + 4 * 5$ 에 대한 유도 트리  
23

## 3 + 4 \* 5의 좌측 유도

- $E \Rightarrow E + T \Rightarrow^* N + T \Rightarrow 3 + T \Rightarrow 3 + T * F \Rightarrow 3 + F * F$   
 $\Rightarrow 3 + N * F \Rightarrow^* 3 + 4 * N \Rightarrow^* 3 + 4 * 5 \Rightarrow 23$

# 모호성 예: The Dangling Else

- 모호한 문법

$S \rightarrow \text{if } E \text{ then } S$   
 $\quad \mid \text{if } E \text{ then } S \text{ else } S$

*S가 어느 S에 걸려야 하는지 확인 X*

- 이 문장에 대한 두 개의 파스 트리

if e1 then if e2 then s1 else s2

*1-1      1-2*

*해당 S가 1-1의 else인지 1-2의 else인지 모름.*

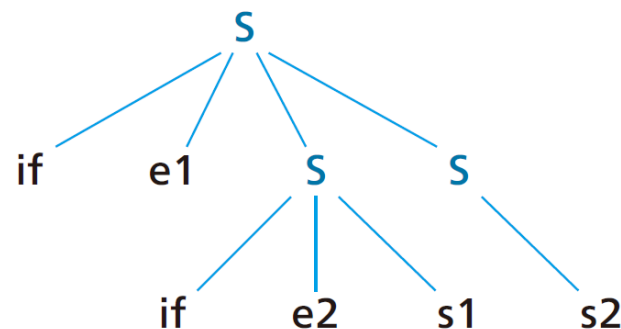
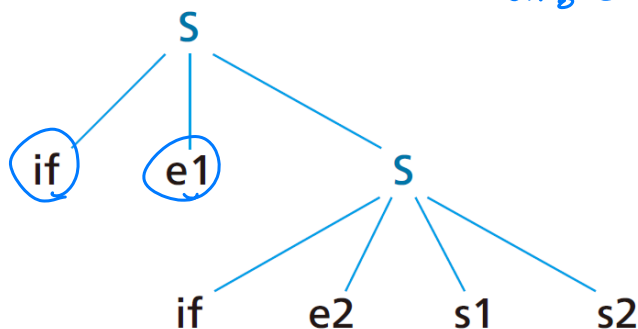


그림 2.5 if 문: 모호한 문법

# 모호성 처리 방법 2

[모호성]  
□ 수식모호성  
□ if 모호성.

- 언어 구문 일부 변경
  - 원래 언어와 약간 다른 언어를 정의하도록
  - 언어의 구문을 일부 변경하여
  - 모호하지 않은 문법 작성

$S \rightarrow \text{if } E \text{ then } S \text{ end}$   $\rightarrow$  end로 모호성 구분을 짓자!  
|  $\text{if } E \text{ then } S \text{ else } S$

## 작성 예

- $\text{if } e1 \text{ then if } e2 \text{ then } s1 \text{ else } s2 \text{ end}$
- $\text{if } e1 \text{ then if } e2 \text{ then } s1 \text{ end else } s2$

?





## 2.4

## BNF와 구문 다이어그램

---

# BNF/EBNF

- BNF(Backus-Naur Form)

$\langle \text{expr} \rangle \rightarrow \langle \text{expr} \rangle + \langle \text{term} \rangle \mid \langle \text{term} \rangle$

$\langle \text{term} \rangle \rightarrow \langle \text{term} \rangle * \langle \text{factor} \rangle \mid \langle \text{factor} \rangle$

$\langle \text{factor} \rangle \rightarrow \text{number} \mid (\langle \text{expr} \rangle)$

- EBNF(Extended BNF)

$\langle \text{expr} \rangle \rightarrow \langle \text{term} \rangle \{ + \langle \text{term} \rangle \}$

$\langle \text{term} \rangle \rightarrow \langle \text{factor} \rangle \{ * \langle \text{factor} \rangle \}$

$\langle \text{factor} \rangle \rightarrow \text{number} \mid (\langle \text{expr} \rangle)$

- [핵심 개념]

[ ] : 0번 혹은 1번 (optional) – 선택

{ } : 0번 이상 반복

# [언어 S 문법 2:EBNF]

$\langle \text{stmt} \rangle \rightarrow \text{id} = \langle \text{expr} \rangle ;$   
|  $\{ \langle \text{stmt} \rangle \}$   
|  $\text{if} (\langle \text{expr} \rangle) \text{ then } \langle \text{stmt} \rangle [\text{else } \langle \text{stmt} \rangle]$   
|  $\text{while} (\langle \text{expr} \rangle) \langle \text{stmt} \rangle$   
|  $\text{read id};$   
|  $\text{print } \langle \text{expr} \rangle ;$

$\langle \text{expr} \rangle \rightarrow \langle \text{bexp} \rangle \{ \& \langle \text{bexp} \rangle \mid ' \mid \langle \text{bexp} \rangle \} \mid !\langle \text{expr} \rangle \mid \text{true} \mid \text{false}$   
 $\langle \text{bexp} \rangle \rightarrow \langle \text{aexp} \rangle [\langle \text{relop} \rangle \langle \text{aexp} \rangle]$   
 $\langle \text{relop} \rangle \rightarrow == \mid != \mid < \mid > \mid <= \mid >=$   
 $\langle \text{aexp} \rangle \rightarrow \langle \text{term} \rangle \{ + \langle \text{term} \rangle \mid - \langle \text{term} \rangle \}$   
 $\langle \text{term} \rangle \rightarrow \langle \text{factor} \rangle \{ * \langle \text{factor} \rangle \mid / \langle \text{factor} \rangle \}$   
 $\langle \text{factor} \rangle \rightarrow [ - ] ( \text{number} \mid ' ( \langle \text{aexp} \rangle ) ' \mid \text{id} )$

# 구문 다이어그램

- 구문 다이어그램

- 각 생성규칙을 다이어그램으로 표현
- 논터미널 => 사각형
- 터미널 => 원
- 순서 => 화살표

- 수식 문법 EBNF

$\langle \text{expr} \rangle \rightarrow \langle \text{term} \rangle \{ + \langle \text{term} \rangle \mid - \langle \text{term} \rangle \}$

$\langle \text{term} \rangle \rightarrow \langle \text{factor} \rangle \{ * \langle \text{factor} \rangle \mid / \langle \text{factor} \rangle \}$

$\langle \text{factor} \rangle \rightarrow \text{number} \mid (\langle \text{expr} \rangle)$

# 구문 다이어그램

- 수식 문법 EBNF

$\langle \text{expr} \rangle \rightarrow \langle \text{term} \rangle \{ + \langle \text{term} \rangle \mid - \langle \text{term} \rangle \}$   
 $\langle \text{term} \rangle \rightarrow \langle \text{factor} \rangle \{ * \langle \text{factor} \rangle \mid / \langle \text{factor} \rangle \}$   
 $\langle \text{factor} \rangle \rightarrow \text{number} \mid ( \langle \text{expr} \rangle )$

- EBNF에서 중괄호로 나타낸 반복
- 다이어그램에서는 루프를 사용
- expr를 위한 다이어그램
  - 화살표를 따라가면서 루프를 돌아
  - term을 여러 번 반복할 수 있다.

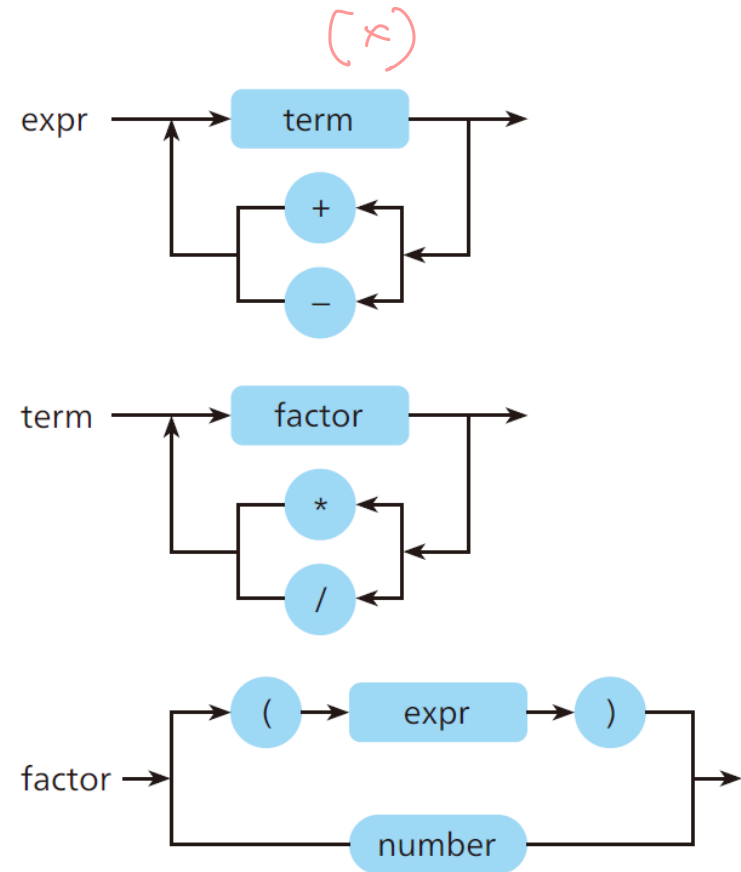


그림 2.6 수식 문법의 구문 다이어그램



2.5

## 재귀 하강 파싱



# 지금까지 한 것/앞으로 할 것!

● 주제	논리	구현
<hr/>		
● 구문법	문법	파서
● 의미론	의미 함수	인터프리터
● 타입	타입 규칙	타입 검사기

# 재귀 하강 파싱(recursive-descent parsing)

- 파싱
  - 입력 스트링을 유도하여 문법에 맞는지 검사
- 파서
  - 입력 스트링을 유도하여 문법에 맞는지 검사하는 프로그램
- 재귀 하강 파서의 기본 원리
  - 입력 스트링을 좌측 유도(leftmost derivation)하도록 문법으로부터 직접 파서 프로그램을 만든다.



# 재귀 하강 파싱 구현

- 각 넌터미널
  - 하나의 프로시저(함수, 메소드)를 구현한다.
- 프로시저 내에서
  - 생성규칙 우변을 적용하여 좌우선 유도 하도록 작성한다.

$\langle A \rangle \rightarrow \langle B \rangle c \langle D \rangle$   $\longrightarrow$ 

```
A( )  
{  
    B( );  
    match("c");  
    D( );  
}
```

- 프로시저 호출
  - 생성 규칙을 적용하여 유도
- match(문자);
  - 다음 입력(토큰)이 문자와 일치하는지 검사

# 예제

- 수식을 재귀-하강 파싱
- `<command> → <expr> '\n'`

```
void command(void)
{
    int result = expr( );
    if (token == '\n')
        printf("The result is: %d\n", result);
    else error();
}
```

```
void parse(void)
{
    token = getToken();
    command();
}
```

```
main()
{
    parse();
    return 0;
}
```

# 예제

- $\langle \text{expr} \rangle \rightarrow \langle \text{term} \rangle \{ + \langle \text{term} \rangle \}$

```
void expr(void)
```

```
{
```

```
    term( );
```

```
    while (token == '+') {
```

```
        match('+');
```

```
        term();
```

```
    }
```

```
}
```

```
void match(int c)
```

```
{ // 현재 토큰 확인 후 다음 토큰 읽기
```

```
    if (token == c)
```

```
        token = getToken();
```

```
    else error();
```

```
}
```

# 어휘분석기 getToken()

```
int getToken() { // 다음 토큰(수 혹은 문자)을 읽어서 리턴한다.  
    while(true) {  
        try {  
            ch = input.read();  
            if (ch == ' ' || ch == '\t' || ch == '\r') ;  
            else if (Character.isDigit(ch)) {  
                value = number();  
                input.unread(ch);  
                return NUMBER;  
            }  
            else return ch;  
        } catch (IOException e) {  
            System.err.println(e);  
        }  
    }  
}
```

# 수식 값 계산기

- 수식 값 계산
  - 재귀-하강 파싱 하면서 동시에 수식의 값을 계산
- $\langle \text{expr} \rangle \rightarrow \langle \text{term} \rangle \{ + \langle \text{term} \rangle \}$

```
int expr(void)
{
    int result = term( );
    while (token == '+') {
        match('+');
        result += term();
    }
    return result;
}
```

# 수식 값 계산기

- 항의 값 계산
  - 재귀-하강 파싱 하면서 동시에 항(term)의 값을 계산
- $\langle \text{term} \rangle \rightarrow \langle \text{factor} \rangle \{ * \langle \text{factor} \rangle \}$

```
int term(void)
{
    int result = factor( );
    while (token == '*') {
        match('*');
        result *= factor();
    }
    return result;
}
```

# 수식 값 계산기

- 인수 값 계산
  - 수 혹은 괄호 수식의 값 계산
  - $\langle \text{factor} \rangle \rightarrow \langle \text{number} \rangle \mid (\langle \text{expr} \rangle)$
  - $\langle \text{number} \rangle \rightarrow \langle \text{digit} \rangle \{ \langle \text{digit} \rangle \}$

- 사용 예

>> 12+33

45

>> 3\*5+10

25

>> (2+3)\*12

60

>> 2+3\*12

38

# 파서/계산기

- 재귀-하강 파서/계산기 확장 구현

- 뺄셈(-), 나눗셈(/) 추가
- 비교연산(==, !=, >, <, !) 추가
- 논리 연산(&, |, !)을 추가
- 파이선 으로 작성

- 문법(EBNF)

$\langle \text{expr} \rangle \rightarrow \langle \text{bexp} \rangle \{ \& \langle \text{bexp} \rangle \mid ' \mid \langle \text{bexp} \rangle \} \mid !\langle \text{expr} \rangle \mid \text{true} \mid \text{false}$

$\langle \text{bexp} \rangle \rightarrow \langle \text{aexp} \rangle [ \langle \text{relop} \rangle \langle \text{aexp} \rangle ]$

$\langle \text{relop} \rangle \rightarrow == \mid != \mid < \mid > \mid <= \mid >=$

$\langle \text{aexp} \rangle \rightarrow \langle \text{term} \rangle \{ + \langle \text{term} \rangle \mid - \langle \text{term} \rangle \}$

$\langle \text{term} \rangle \rightarrow \langle \text{factor} \rangle \{ * \langle \text{factor} \rangle \mid / \langle \text{factor} \rangle \}$

$\langle \text{factor} \rangle \rightarrow [-] ( \langle \text{number} \rangle \mid ( \langle \text{aexp} \rangle ) )$

$\langle \text{number} \rangle \rightarrow \langle \text{digit} \rangle \{ \langle \text{digit} \rangle \}$