7장 | MIXED EFFECT MODEL (AND OTHERS)

SAS를 이용한 실험 계획과 분산 분석 (자유아카데미)

고정효과 vs. 임의효과

- 고정효과(fixed effect) : 실험에 사용된 요인의 수준에만 우리의 관심이 있는 경우
- 임의효과(random effect) : 실험에 사용된 요인의 수준이 속한 전체 모집단에 우리의 관심이 있는 경우 (즉, 요인의 수준을 큰 모집단에서 임의로 추출된 값이라고 가정할 때)

- (e.g.) 조류독감에 대한 백신의 효능을 조사하고자 하여 drug1=새로운 백신, drug2=placebo 라고 두고 실험을 하였다. fixed effect
- (e.g.) 고도에 따른 운동능력의 차이를 조사하고자 하여, 해발 100미터, 500미터, 1000미터 위치에서 단거리, 중거리, 장거리 기록을 비교하였다. random effect

예제

- 다음 요인 중에서 고정효과와 임의효과를 구분하라.

- 성별 (남,여)
- 온도 (30도, 60도, 90도)
- 승용차 구동시스템 (전륜구동, 후륜구동, 4륜구동)

ONE-WAY RANDOM EFFECT MODEL

- 모형식

$$
\boxed{\begin{array}{rcl}
y_{ij} & = & \mu + \tau_i + \epsilon_{ij} \\
\\
\tau_i & \sim & \text{i.i.d. } N(0, \sigma_\tau^2) \\
\epsilon_{ij} & \sim & \text{i.i.d. } N(0, \sigma^2) \\
\tau_i,\ \epsilon_{ij} & \text{are} & \text{independent}
\end{array}}
$$

- E(MS)

$$
\begin{array}{rcl}
E(MStreat) & = & \sigma^2 + n\sigma_\tau^2 \\
E(MSE) & = & \sigma^2
\end{array}
$$

$$
\boxed{F_0 = \frac{MStreat}{MSE}} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{rcl} H_0 & : & \sigma_\tau^2 = 0 \\ H_1 & : & \sigma_\tau^2 \neq 0 \end{array}}
$$

TWO-WAY RANDOM EFFECT MODEL

- 모형식

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk}$$

$$\begin{aligned} \alpha_i &\sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma_\alpha^2) && \text{A 효과} \\ \beta_j &\sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma_\beta^2) && \text{B 효과} \\ (\alpha\beta)_{ij} &\sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma_{\alpha\beta}^2) && \text{AB 효과} \\ \epsilon_{ijk} &\sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma^2) \end{aligned}$$

$\alpha_i,\ \beta_j,\ (\alpha\beta)_{ij},\ \epsilon_{ijk}$ are independent

- E(MS)

$$\begin{aligned} E(MSA) &= \sigma^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + bn\sigma_\alpha^2 \\ E(MSB) &= \sigma^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + an\sigma_\beta^2 \\ E(MSAB) &= \sigma^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 \\ E(MSE) &= \sigma^2 \end{aligned}$$

$$H_0 : \sigma_\alpha^2 = 0$$

$$\Longrightarrow F_0 = \frac{MSA}{MSE} \text{ or } \boxed{\frac{MSA}{MSAB}}$$

MIXED EFFECT MODEL

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk},$$

$$i = 1, 2, \cdots, a, \quad j = 1, 2, \cdots, b$$

$$k = 1, 2, \cdots, n_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^{a} \alpha_i = 0$$

$$\beta_j \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma_\beta^2)$$

$$(\alpha\beta)_{ij} \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma_{\alpha\beta}^2)$$

$$\epsilon_{ijk} \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$$

β_j, $(\alpha\beta)_{ij}$, ϵ_{ijk} 는 서로 독립이다.

Source	d.f.	SS	MS	F_0
A	$a-1$	SSA	MSA	$\frac{\text{MSA}}{\text{MSAB}}$
B	$b-1$	SSB	MSB	$\frac{\text{MSB}}{\text{MSAB}}$
AB	$(a-1)(b-1)$	SSAB	MSAB	$\frac{\text{MSAB}}{\text{MSE}}$
Error	$ab(n-1)$	SSE	MSE	
Total	$abn-1$	SST		

표 7.7: 혼합효과의 이원배치법의 분산분석표

SAS CODE

```
proc glm data=a;
        class A  B;
        model y=A  B  A*B;
run;
```

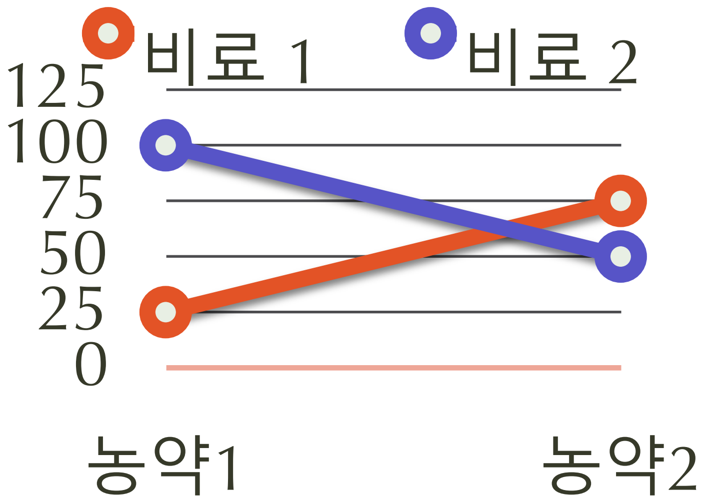
Fixed Effect

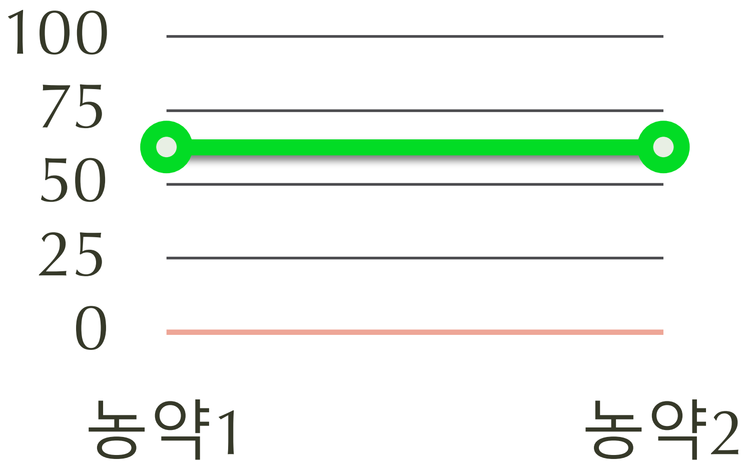
```
proc glm data=a;

        class A  B;

        model y=A  B  A*B;

        random A B A*B;

run;
```

Random Effect

OTHERS

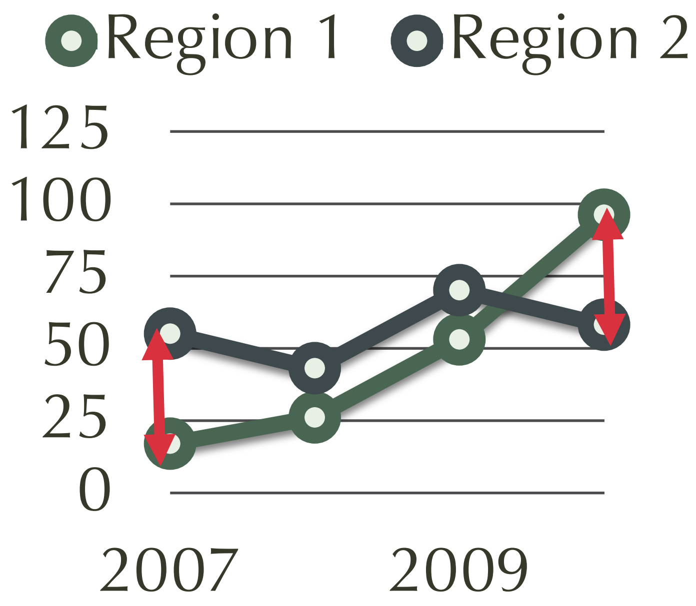
- 주효과(main effect)가 유의함에도 불구하고, 주효과 검정이 유의하지 않게 나올 수 있다.





- 이 경우, 주효과(main effect)보다는 조건부 주효과를 해석하는 것이 의미있다.
- 비료1 사용할 때 농약의 효과 / 비료2 사용할 때 농약의 효과
- SAS 의 slice 옵션을 활용

SAS SLICE OPTION




```
proc glm data=a;
        class region year;
        model y=region year region*year;
        lsmeans region*year / slice=year;
run;
```

region*year Effect Sliced by year for Y

year	df	SS	MS	F value	Pr>F
2007	1	657	657	20.9	0.001
2008	1	29	29	0.9	0.457
2009	1	28	28	0.8	0.567
2010	1	720	720	21.3	0.001

상호작용 풀링

- 상호작용효과가 유의하지 않을 때 (p-value >0.25)
- 오차항 자유도가 적을 경우 (<20)
- 상호작용이 없을 것이라는 확신이 든다면...

source	d.f.	S.S.
A	a-1	SSA
B	b-1	SSB
AB	(a-1)(b-1)	SSAB
Error	ab(n-1)	SSE
Total	abn-1	SST

source	d.f.	S.S.
A	a-1	SSA
B	b-1	SSB
Error	ab(n-1)+(a-1)(b-1)	SSE*
Total	abn-1	SST

Multiple Comparison (TWO-WAY)

- AB 상호작용의 유의성 여부에 따라 다르다.