

알고리즘분석 HW3 학습내용

2017104017 컴퓨터공학과 이준용

1번 문제)

1번 문제에서 QuickSort를 재귀적으로 호출하는데 그 중 partition 과정은 다음과 같이 이루어진다.

1. pivotItem을 설정한다. (어떤 Item을 골라도 상관없으나 편의상 첫번째 item으로 설정함)
2. $j = \text{low}$ 로 설정한다.
3. $i = \text{low} + 1$ 부터 시작하여 배열의 끝까지 반복을 돈다.
4. 만약 배열의 i 번째 item이 pivotitem보다 작으면 $j = j + 1$ 을 하고 j 번째 item과 i 번째 item을 swap한다.
5. 배열 끝까지 돌면 j 번째 아이템과 pivotItem($s[\text{low}]$ 로 설정)을 교환한다.

quicksort 알고리즘의 시간복잡도를 계산할 때 단위연산을 $s[i]$ 와 pivotItem의 비교라고 가정한다면 최악의 경우는 비내림차순으로 정렬되어 있을 경우이고, 항목의 수를 n 이라 가정하면

$$T(n) = T(n-1) + n - 1$$

이 된다. 이것은 재귀적으로 풀면

$$T(n) = n(n-1)/2$$

이 된다.

2번 문제)

이차원 행렬의 곱셈은 단순히 계산하면 8번의 곱셈과 4번의 덧셈이 필요하고, n 차원 행렬의 곱셈은 시간복잡도가 n^3 이 된다. N 이 커진다면 시간복잡도가 어마어마하게 커지므로 threshold보다 n 이 클 경우 사용하는 알고리즘이 Strassen 알고리즘이다. Strassen 알고리즘은 $C = AXB$ 라는 행렬이 있을 때 A 와 B 를 $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ 와 $B_{11}, B_{12}, B_{21}, B_{22}$ 의 작은 행렬로 나누어

$$M_1 = (A_{11} + A_{22}) \times (B_{11} + B_{22})$$

$$M2 = (A21+A22) \times B11$$

$$M3 = A11 \times (B12-B22)$$

$$M4 = A22 \times (B21-B11)$$

$$M5 = (A11+A12) \times B22$$

$$M6 = (A21-A11) \times (B11 + B12)$$

$$M7 = (A12-A22) \times (B21+B22)$$

를 계산하고,

$$C = M1+M4-M5+M7 \quad M3+M5$$

$M2+M4$ $M1+M3-M2+M6$ 방식으로 계산하는 방법으로

총 곱셈의 횟수가 7번 덧셈뺄셈의 수가 18번 필요하므로 위의 방법보다 n 이 큰수에 대해서 시간 복잡도가 감소한 것을 알 수 있다.