Tärnülesanne nr. 7

Joosep Näks

Avaldise $\vdash \lambda f: ((a \to a) \to a).\lambda z: a.f((\lambda x: a.\lambda y: a.x)z)$ tüüp on $((a \to a) \to a) \to a \to a$. Tõesuspuu:

$$\frac{\{f:((a\rightarrow a)\rightarrow a),z:a,y:a,x:a\}\vdash x:a}{\{f:((a\rightarrow a)\rightarrow a),z:a,x:a\}\vdash \lambda y:a.x:a\rightarrow a}\\ \frac{\{f:((a\rightarrow a)\rightarrow a),z:a,x:a\}\vdash \lambda y:a.x:a\rightarrow a}{\{f:((a\rightarrow a)\rightarrow a),z:a\}\vdash (\lambda x:a.\lambda y:a.x):a\rightarrow (a\rightarrow a)}\\ \frac{\{f:((a\rightarrow a)\rightarrow a),z:a\}\vdash (\lambda x:a.\lambda y:a.x):a\rightarrow (a\rightarrow a)}{\{f:((a\rightarrow a)\rightarrow a),z:a\}\vdash (\lambda x:a.\lambda y:a.x)z:a\rightarrow a}\\ \frac{\{f:((a\rightarrow a)\rightarrow a),z:a\}\vdash f((\lambda x:a.\lambda y:a.x)z):a}{\{f:((a\rightarrow a)\rightarrow a)\}\vdash \lambda z:a.f((\lambda x:a.\lambda y:a.x)z):a\rightarrow a}\\ \vdash \lambda f:((a\rightarrow a)\rightarrow a).\lambda z:a.f((\lambda x:a.\lambda y:a.x)z):((a\rightarrow a)\rightarrow a)\rightarrow a\rightarrow a}$$