

## Tärnülesanne nr. 60

Leidke järgmised piirväärtused:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{a} \left\lfloor \frac{b}{x} \right\rfloor, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lfloor x \rfloor}{x}.$$

**Esimese piirväärtuse lahendus:**

Põrandafunktsiooni definitsiooni kohaselt  $\lfloor x \rfloor = x - d$ ,  $0 \leq d < 1$ ,  $\lfloor x \rfloor \in \mathbb{Z}$ , seega

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{a} \left\lfloor \frac{b}{x} \right\rfloor &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{a} \left( \frac{b}{x} - d \right), \quad 0 \leq d < 1 \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{a} \frac{b}{x} - \frac{x}{a} d \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{b}{a} - \frac{x}{a} d \right) \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{a} d = 0 &\Rightarrow = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{b}{a} - \frac{x}{a} d \right) = \frac{b}{a} \end{aligned}$$

Seega  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{a} \left\lfloor \frac{b}{x} \right\rfloor = \frac{b}{a}$ .

**Teise piirväärtuse lahendus:**

Jagan piirväärtuse kaheks, juhuks  $x \rightarrow 0+$  ja  $x \rightarrow 0-$ :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\lfloor x \rfloor}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{0}{x} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{\lfloor x \rfloor}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{-1}{x} = \infty \end{aligned}$$

Kuna  $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\lfloor x \rfloor}{x} \neq \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{\lfloor x \rfloor}{x}$  pole  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lfloor x \rfloor}{x}$  määratud.