

Pistepilvien visualisointi laitossuunnitteluohjelmistossa

Pro Gradu
Turun yliopisto
Tulevaisuuden teknologioiden laitos
Tietojenkäsittelytiede
2018
Timo Heinonen
Tarkastajat:
P.P.
H.H.

Turun yliopiston laatujärjestelmän mukaisesti tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck-järjestelmällä

TURUN YLIOPISTO

Tulevaisuden teknologioiden laitos

Timo Heinonen Pistepilvien visualisointi laitossuunnitteluoohjelmistossa

Pro Gradu, 37 s., 3 liites.

Tietojenkäsittelytiede

12. joulukuuta 2019

Turun yliopiston laatujärjestelmän mukaisesti tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin Originality Check -järjestelmällä.

Juuh elikkäs gradutyötä...

Sisältö

1 Johdanto	1
1.1 Pistepilvet ja laserkeilaimet	1
1.2 Pistepilvidatan käsittey	6
1.3 Pistepilvien hyödyntäminen tietokoneavusteisessa suunnittelussa	8
1.4 Tutkielman tavoitteet ja rakenne	10
2 Pistepilvien käsitellyssä käytetyt tietorakenteet	10
2.1 Pistepilvien käsitellyn haasteet	11
2.2 Hierarkiset tietorakenteet	12
3 Laitossuunnitteluohjelmistoon optimoitu tietorakenne	18
3.1 Käyttötapaukset ja vaatimukset tietorakenteelle	19
3.2 Tietorakenteen valinta	21
3.3 Pistedatan esitysmuoto	22
3.4 Tietorakenteen rakentaminen	26
3.5 Renderöinti	30
3.6 Pisteiden valinta	35
4 Tietorakenteen arviointi	35
4.1 Tietorakenteen rakentaminen ja lataaminen	35
4.2 Visualisointi	35
4.3 Pisteiden valitseminen	35
4.4 Jotain muuta?	35
4.5 Jotain muuta?	35
5 Johtopäätökset	35
Viitteet	35

1 Johdanto

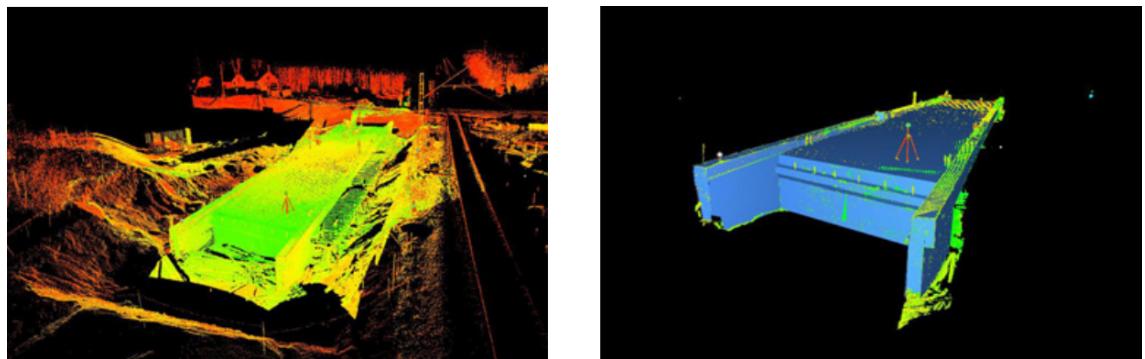
Tässä luvussa määritellään pistepilven käsite, tutustutaan laserkeilaimiin, joilla pistepilviä taltioidaan ja mainitaan muutamia yleisiä pistepilvien käsittelyn työvaiheita. Lisäksi esitellään muutama esimerkki pistepilvien käyttökohteista. Lopuksi määritellään tämän tutkielman tavoitteet, toteutustapa ja rakenne.

1.1 Pistepilvet ja laserkeilaimet

Pistepilveksi kutsutaan jotakin objektiota tai maisemaa kuvaavaa suurta joukkoa pisteitä kolmiulotteisessa avaruudessa. Pistepilvi tuotetaan yleensä laserkeilaimella (engl. *Laser Scanner*), joka ampuu ympärilleen laserpurskeita ja mittaa etäisyksiä pisteisiin, joista purske heijastuu takaisin. Pistepilviä voidaan tuottaa myös synteettisesti ottamalla näytepisteitä mistä tahansa 3d-mallista, mutta tässä tutkielmassa keskitytään laserkeilaimilla tuottuihin pistepilviin.¹

Pistepilville on useita käyttökohteita, joista arkkitehtuuri ja rakentaminen on yksi tärkeimmistä. Pistepilvien hyödyntäminen voidaan aloittaa rakennusprojektiin hyvin varhaisessa vaiheessa. Rakennettavan tontin ympäristöstä voidaan ottaa laserkeilauska, jotta suunniteltavan rakennuksen sopimista tontille voidaan helposti arvioida. Rakennusprojektiin aikana säädöllisillä laserkeilauskilla voidaan seurata tarkasti projektin etenemistä ja havaita mahdollisia ongelmia ajoissa. Pistepilvillä on myös tärkeä rooli rakennuksen valmistumisen jälkeen. Muutostötä tehtäessä halutaan rakennuksesta saada ajantasalla oleva 3d-malli. Manuaalinen mallintaminen olisi hyvin suuri työ verrattuna muutaman kymmenen pistepilven luomiseen laserkeilaimella, mikä voidaan tehdä päivässä. [2]

¹1980-luvulta lähtien pisteitä on ehdotettu yleisiksi renderöintiprimitiiveiksi kuvaamaan mitä tahansa geometriaa [1]. Ajatus on nykyään vielä ajankohtaisempi, sillä renderöitäävät mallit monimutkaistuvat jatkuvasti ja usein yksittäiset polygonit projisoituvat kuvaruudulle alle pikselin kokoisina. Tällöin polygonien kärkipisteiden sijaan olisi tehokkaampaa säilyttää muistissa vain yhtä pistettä. Grafiikkakirjastot ja näytönohjaimet on kuitenkin vielä optimoitu kolmioiden käsittelyyn.



Kuva 1. Silta Joroisten ja Varkauden välissä Kuvasintiellä. Vasemmalla pistepilvi, oikealla pistepilvestä muodostetua geometriaa suunnitteluoohjelmassa. Kuva: [3]

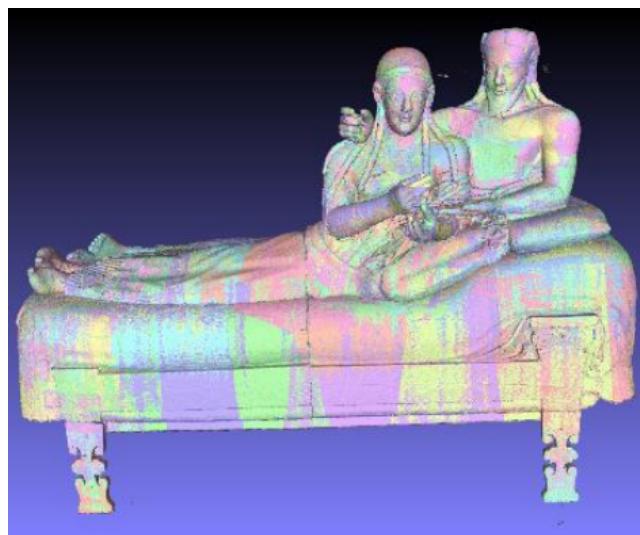
Eräs mielenkiintoisen sovelluuskohde laserkeilaukselle on sillanrakentaminen. Sillanrakentamisessa haasteita tuottavat tien ja maaston geometrian yhteensovittamisen lisäksi projektin pitkä kesto. Silta on rakennettava osissa ja lopputuloksen on oltava suora, minkä takia siltatyömaalla suoritetaan usein tarkistusmittauksia. Älykäs silta -projektissa tutkitiin tapoja hyödyntää tietotekniikkaa sillanrakentamisessa ja -korjaamisessa, ja havaittiin laserkeilauksen olevan hyvä tapa suorittaa tarkkuusmittauksia. Laserkeilauksella muodostettiin pistepilviä sillan kannesta ja rakenteista, jonka jälkeen niistä muodostettiin pintoja 3d-suunnitteluoohjelmaan. Pistepilvi ja siitä muodostettu geometria on esitetty kuvassa 1. [3]

Pistepilviä käytetään hyväksi myös arkeologiassa. Roomalaiset perustivat vuoden 40 tienoilla Tonavan varrelle nykyisen Itävallan alueelle sotilasleirin, josta kasvoi myöhemmin Carnuntumin kaupunki. Kaupungin muurien ulkopuolelle rakennettiin amfiteatteri, johon mahtui 13000 katsojaa. Vuonna 2007 Ala-Itävallan osavaltion hallitus aloitti arkeologiset kaivaukset amfiteatterin alueella, joiden yhteydessä alueesta muodostettiin kattava pistepilvi noin kahdellasadalla laserkeilauksella. Ruudunkaappaus kysestä pistepilvestä on esitetty kuvassa 2. [5]

Pistepilviä käytetään historiallisen kulttuuriperinnön säilyttämiseen myös pienemmäsä mittakaavassa. 1800-luvulla tehdyissä Cerveterin arkeologisissa kaivauksissa Italiassa löydettiin 500-luvulla terrakottasavesta tehty etruskilainen sarkofagi, joka kuvasi avio-



Kuva 2. Carnuntumin kaupungin amfiteatteri taltioituna laserkeilauksella. Kuva: [4]



Kuva 3. Etruskilaisesta sarkofagista muodostettu pistepilvi. Kuva: [6]

paria rentoutumassa tuonpuoleisessa. Satoihin palasiin hajonnut sarkofagi restauroitiin vuonna 1893 ja se digitoitiin käyttämällä laserkeilausta ja fotogrammetriaa vuonna 2013 taidenäytelyä varten. Sarkofagista keilattu pistepilvi on esitetty kuvassa 3. [6]

Eräs vaativa pistepilvien sovelluskohde on itseohjautuvat kulkuneuvot. Voidakseen navigoida liikenteessä itseohjautuva auto tarvitsee kameroiden ja ultraäänisensoreiden lisäksi katollen laserkeilaimen, jolla voidaan tarkkailla auton etäisyyttä muihin tienkäytäjiin ja esteisiin. Itseohjautuvat autot ovat merkittävä tutkimuskohde myös pistepilvien käsitelyn kannalta. Auton katolle asennettavan laserkeilaimen tulisi olla tarkka, nopea ja edullinen, ja sen tuottamaa pistedataa täytyy voida käsitellä reaalialjassa. [7]

Pistepilviä voidaan käyttää myös huomattavasti suuremmassa mittakaavassa. Maanmittauslaitos on kerännyt ilmasta käsin pistepilvidataa lähes koko Suomen maaperästä. Lentokoneesta keilattu pistepilvi on melko harva - puoli pistettä neliömetriä kohden -, mutta keilattavan kohteen laajuus tekee pilvistä valtavia. Pistepilviä on käytetty lähinnä metsävarojen kartoittamiseen, mutta Maanmittauslaitos aikoo ryhtyä keräämään pistedataa tarkemmillä laserkeilamilla myös rakennuksista. [8]

Laserkeilaimet

Perinteinen pistepilvien mittaanmiseen käytetty laserkeilain on jalustalla seisova laite, joka pyörii pystyakselinsa ympäri ampuen ympärilleen miljoonia laserpurskeita. Laserkeilain mittaa etäisyyksiä pisteisiin, joista laserpurske heijastuu takaisin keilaimeen ja muodostaa näistä pisteistä pistepilven. Heijastuksen voimakkuutta käytetään usein määräämään pisteeelle väri. Yleensä tarkasteltavaa kohdetta täytyy keilata useista eri suunnista, jotta saatasiin tarpeeksi kattava joukko pistepilviä. Kohteesta riippuen voidaan tarvita jopa satoja keilauksia. Pistepilvien sovittamista yhteen tarkastellaan luvussa 1.2.

Nykyaikaisella laserkeilaimella saadaan muodostettua hyvin tarkka ja tiheä pistepilvi nopeasti. Esimerkiksi kuvassa 4 näkyvä Leica Geosystems RTC360 -keilaimen luvataan mittamaavan jopa kaksi miljoonaa pistettä sekunnissa ja kiertävän täyden ympyrän alle kahdessa minuutissa. Keilaimen lisäksi laitteessa on kamera, jolla saadaan määritettyä



Kuva 4. Kulkuaikateknikaan perustuva Leica RTC360 -laserkeilain.

Kuva: https://leica-geosystems.com/-/media/images/leicageosystems/about-us/news%20room/reporter/reporter-83/09-discovering-the-power-of-scanning/leica-espresso_expert_insights_640x750_slider4.ashx?la=en&hash=9D35592CBB571C3777E1E8A9A0A056BD

pisteille oikeat värit. [9]

Laserkeilaimien toimintaperiaatteissa on eroja. Kaksi yleisintä toimintaperiaatteita ovat kulkuaikateknika (engl. *Time-Of-Flight*) ja vaihesiirtotekniikka (engl. *phase shift*). Kulkuaikateknikkassa pisteen etäisyys keilaimesta selviää ajasta, joka kuluu laserpurskeen lähetettämisestä sen heijastuksen vastaanottamiseen. Pisten etäisyys keilaimesta on yksinkertaisesti

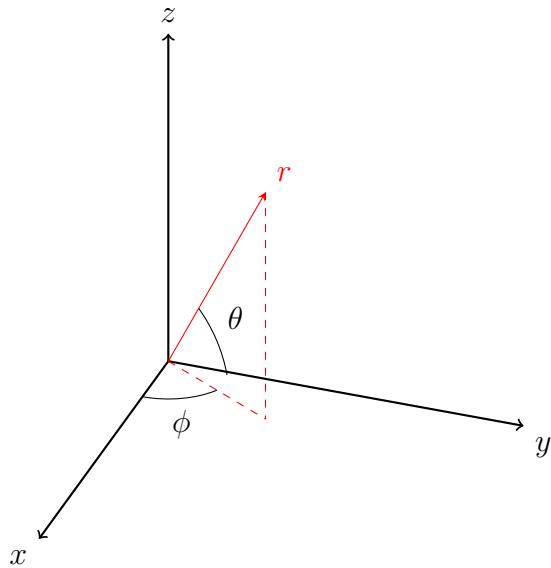
$$d = \frac{c \cdot t}{2}, \quad (1)$$

missä c on valonnopeus ja t on mitattu aika. [10] Vaihesiirtotekniikka perustuu keilaimesta lähtevän signaalin vaiheen vertaamista palaavan signaalin vaiheeseen. Pisteen etäisyys keilaimesta saadaan laskemalla

$$d = n \cdot \lambda + \frac{\Phi \cdot \lambda}{2 \cdot \pi}, \quad (2)$$

missä n on havainnon täysien aaltojen määrä, λ on signaalin aallonpituuus ja Φ on lähtevän ja palaavan signaalin vaihe-ero. [10]

Laserkeilain tallentaa mittaan pisteet pallokoordinaateissa. Pisten siirtäminen



Kuva 5. Pallokoordinaatisto. Pisteen sijainti avaruudessa ilmaistaan korotuskulmalla θ , atsimuuttikulmalla ϕ ja säteellä r .

pallokoordinaateista karteesiseen koordinaatistoon onnistuu laskemalla koordinaatit

$$\begin{aligned} x &= r \cdot \sin \theta \cdot \cos \phi, \\ y &= r \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi, \\ z &= r \cdot \cos \theta, \end{aligned} \tag{3}$$

missä r on pallon säde, θ on korotuskulma ja ϕ atsimuuttikulma. Pallokoordinaatista on havainnollistettu kuvassa 5.

1.2 Pistepilvidatan käsittely

Laserkeilauksen tuottama pistepilvi sisältää joukon pisteitä koordinaatistossa, jonka origona on keilaimen sijainti. Usein keilauksen kohteesta otetaan kymmeniä tai jopa satoja keilauksia, jotka täytyy saada samaan koordinaatistoon. Tätä kutsutaan pistepilvien rekisteröinniksi.

Pistepilvet voidaan reksiteröidä usealla eri tavalla. Joskus keilattavaan kohteeseen asetetaan erityisiä merkkikuvioita, jotka näkyvät useasta keilaimesta. Kun tiedetään merkkien etäisyyys ja suunta kustakin keilaimesta, voidaan pistepilvet sovittaa yhteen koor-

dinaatistoon. Joissakin sovelluksissa käyttäjä merkitsee pilvistä pisteitä, jotka kuvaavat samaa aluetta.

Pistepilviä voidaan rekisteröidä myös ilman merkkikuvioita. Iteratiivinen lähimmän pisteen algoritmi (engl. *iterative closest point, ICP*) sovitaa pistepilven toiseen etsimäl-lä rotaation ja translaation, jolla pilvien välinen virhe saadaan minimoitua. ICP-algoritmi määrittää ensin pilvistä toisiaan vastaavat pisteet ja virhe lasketaan kaikkien vastaavuuk-sien välisistä etäisyysistä. Yksinkertaisimillaan pistettä vastaavaksi pisteeksi merkitään sovitettavan pilven lähinnä sijaitseva piste. ICP-algoritmi tarvitsee käyttäältä usein hyvän alkuarvauksen, jotta pilvien sovittaminen onnistuisi.²

Pistepilvissä on usein muukalaispisteitä (engl. *outlier*), johtuen esimerkiksi laserkei-laimen epätarkkuudesta tai vaikkapa tuulen heiluttamista puiden lehdistä. Yksinkertai-nen teknikka poistaa muukalaispisteitä pilvestä on verrata pisteen normalivektoria sen naapuripisteiden normaaleihin. Pisteen p_i normalivektori voidaan selvittää pääkompo-nenttianalysillä (engl. *principal component analysis, PCA*). Ensin on etsittävä pilvestä pisteen p_i k lähintä nauria, jonka jälkeen naapuriston pistestä lasketaan ominaisarvot. Kahta suurinta ominaisarvoa vastaavaa ominaisvektoria voidaan käyttää kuvaamaan ta-soa, joka sovitetaan naapuruston päälle. Jäljelle jäävä ominaisvektori kuvailee pisteen p_i normaalialia. [12]

Joissakin sovelluksissa halutaan luoda pistedataasta kohteen pintoja kuvaava polygoni-verkko, jotta visualisointi olisi nopeampaa olemassaolevilla grafiikkakirjastoilla ja visu-aalinen lopputulos parempi. Yksinkertainen teknikka luoda tiivis kolmiointi pistepilvestä on Delaunayn kolmiointi³ (engl. *Delaunay triangulation*). Delaunayn kolmiointi perus-tuu Voronoin diagrammiin (engl. *Voronoi diagram*), joka jakaa pisteytä sisältävän tason tai avaruuden konvekseihin Voronoin soluihin. Voronoin solu kattaa sen alueen, jossa etä-i-syys solua vastaavaan pisteesseen on pienempi kuin muihin pisteisiin. Kahden solun välillä

²Täysin automaattista pistepilvien rekisteröintiä on tutkittu paljon, ks. esim. [11].

³Delaunayn kolmiointi sopii harvoin oikeilla laserkeilaimilla taltioituihin, häiriötä sisältäviin pistepil-viin. Hyvän yleiskatsauksen realistisemmista pinnanmuodostustekniikoista ovat julkaisseet esim. [13]

on Voronoin jana, josta etäisyys kahteen pisteeeseen on sama, ja kolmen janan leikkauspisteessä on Voronoin kärki, josta etäisyys kolmeen pisteeeseen on yhtä suuri. Delaunayn kolmiointi on Voronoin diagrammin duaaligraafi, josta luodaan graafi siten, että pisteiden välillä on kaari, mikäli niitä vastaavat Voronoin solut jakavat Voronoin janan. [14]

Joskus pistepilvet halutaan kompaktimpaan esitysmuotoon, jossa niiden käsitteily on helpompaa. Pistepilvestä voidaan luoda panoramakuva projisoimalla laserkeilaimen ympäröimät pisteet kaksiulotteiselle kuvatasolle.⁴ Panoramakuvan resoluutiosta riippuen pistepilvestä voidaan karsia huomattava määrä pisteitä, joiden koko olisi liian pieni projisointuna kuvatasolle. Panoramakuvaan on helppo soveltaa erilaisia kuvankäsittelyalgoritmeja, kuten piirteentunnistusta (engl. *feature detection*).

1.3 Pistepilvien hyödyntäminen tietokoneavusteisessa suunnittelussa

Aiemmin mainittiin erilaisia sovelluksia laserkeilainten tuottamille pistepilville. Tässä tutkielmassa keskitytään pistepilvien hyödyntämiseen tietokoneavusteisessa suunnittelussa (engl. *computer aided design, CAD*) ja erityisesti laitossuunnitteluohjelmistoissa (engl. *plant design software*).

Tietokoneavusteisessa suunnittelussa pistepilviä käytetään olemassaolevien rakenteiden taltiointiin. Usein käytetty esimerkki on autoteollisuuden alalta: ryhmä suunnittelijoita kokeilee uutta korimallia rakentamalla prototyppiauton helposti muovattavasta materiaalista. Kun prototyppi on todettu aerodynaamiseksi ja miellyttävän näköiseksi, täytyy se saada digitoitua, jotta se voidaan siirtää massatuotantoon. Usein yksinkertaisin ja kustannustehokkain tapa on laserkeilata prototyppi ja jatkokäsitellä pistepilveä niin, että saadaan luotua haluttu 3d-malli.

Laitossuunnittelussa yleisempi ongelma on 3d-mallin vanhentuminen tai sen puuttuminen kokonaan. Vaikka laitosta alunperin suunniteltaessa siitä olisi tehty 3d-malli, laitteistojen sommittelua saatetaan muuttaa ilman, että samoja muutoksia tehdään 3d-malliin.

⁴Projekti vaikuttaa suuresti panoramakuvan laatuun. ks. esim [15]

Kun 3d-mallia halutaan taas hyödyntää, voi olla kustannustehokkaampaa luoda laitoksesta laserkeilaimella pistepilvi kuin mallintaa tehdyt muutokset suunnitteluoohjelmalla. [16]

Kuten sillanrakennuksessa, myös laitoksia rakentaessa on joskus syytä suorittaa tarkusmitauksia ja verrata niitä alkuperäiseen 3d-malliin. Pistepilvet ovat tähänkin taroitukseen sopivia. Nykyaikaisten laserkeilainten tuottamat pistepilvet ovat niin tarkkoja, että niistä voi havaita esimerkiksi putkien roikkumisen ja lämpölaajenemisen [16].

Pistepilviä voi hyödyntää monin tavoin laitossuunnittelussa. Jos laitokseen halutaan vaikkapa uusi vesiputki, voidaan sen mahtuminen varmistaa reitittämällä putki suunnitteluoohjelmistolla ja tarkastamalla, osuuko se pistepilveen. Jos taas vanhasta laitoksesta halutaan luoda ajantasalla oleva 3d-malli, voi suunnittelija mallintaa laitosta pistepilvien avulla. Pistepilven päälle on helppo sijoittaa suunnitteluoohjelman putkistoja ja laitteita oikeille paikoilleen. Markkinoilla on myös ohjelmistoja, joiden luvataan tuottavan pistepilvestä automaattisesti älykäs 3d-malli komponenttitietoineen ilman aikaavievää päälle-mallinnusta [17].

Tietokoneavusteisen suunnittelun ohjelmisto käsittelee pistepilviä eri tavoin riippuen suunnittelutyön luonteesta. Kappalemallinnuksessa visualisoidaan usein yksittäisiä osia, joita kuvaavat pistepilvet ovat hyvin tiiviitä ja usein kaikki pisteet ovat kerralla näkyvissä. Laitossuunnittelussa pistepilvet ovat taas hyvin laajoja ja voivat kuvata esimerkiksi koko-naisista tehdasalueita. Näissä sovelluksissa on tärkeää pistepilven nopea rajaaminen niin, että vain näkymän sisältävät pisteet renderöidään. Usein on tarpeen myös käyttää eri tarkkuksia pistepilven eri osille; kaukana katsojasta sijaitsevista pisteistä renderöidään vain osa [18]. Joitakin yleisiä käyttötapauksia pistepilvien kanssa työskentelystä laitossuunnitelussa ja niiden esittämiä vaatimuksia laitossuunnitteluoohjelmistolle on esitetty luvussa 3.1.

1.4 Tutkielman tavoitteet ja rakenne

Tämän tutkielman tarkoituksesta on tutustua pistepilvien käsittelyn ja visualisoinnin tuotamia ongelmia ja selvittää niihin ratkaisuvaihtoehtoja alan julkaisujen pohjalta. Selvitystyön pohjalta kehitetään tietorakenne erityisesti laitossuunnitteluoohjelmiston tarpeisiin. Lopuksi arvioidaan tietorakenteen suorituskykyä ja soveltuvuutta tehtävään käyttäen verrokkina yksinkertaista ei-hierarkista tietorakennetta.

Tässä luvussa on perehdytty pistepilviin ja laserkeilaimiin yleisellä tasolla. Luvussa 2 tutustutaan alan kirjallisuuteen ja esitellään tietorakenteita, joiden ominaisuuksia voisi hyödyntää myös laitossuunnitteluoohjelmistossa. Luvussa 3 määritellään vaatimuksia, joita laitossuunnitteluoohjelmisto asettaa pistepilvien käsittelyyn ja visualointiin käytetylle tietorakenteelle. Tämän jälkeen ehdotetaan luvussa 2 esiteltyihin julkaisuihin perustuva, laitossuunnitteluoohjelmistoon soveltuva tietorakenne. Tätä tietorakennetta verrataan yksinkertaiseen toteutukseen luvussa 4.

Tämä tutkielma on tehty CADMATIC Oy:n toimeksiantona. CADMATIC on suomalainen ohjelmistoyritys, joka kehittää tuotteita laivojen ja laitosten tietokoneavustiseen suunnittelun. CADMATIC on toiminut alalla 1980-luvulta lähtien ja sillä on asiakkainaan yli tuhat organisaatiota yli viidestäkymmenestä maasta [19]. Yrityksen pääkonttori on Turussa. Tutkielmassa kehitettävää tietorakennetta testataan CADMATIC Plant Modeler -laitossuunnitteluoohjelmistossa, sekä eBrowser-mallinkatseluohjelmistossa.

2 Pistepilvien käsittelyssä käytetyt tietorakenteet

Tässä luvussa selvitetään, mitä haasteita pistepilvien käsittely asettaa tietorakenteille ja visualisointialgoritmeille. Lisäksi tutustutaan haasteisiin vastaaviin hierarkisista tietorakenteista kirjoitettuihin julkaisuihin.

2.1 Pistepilvien käsittelyn haasteet

Suurin haaste pistepilvien käsittelyssä on niiden koko. Nykyaintelijan, kuten luvussa 1.1 esitetty Leica Geosystemsin RTC360, tuottaa pistepilven, jossa on satoja miljoonia pisteitä. Kun tällaisella keilaimella tehdään useita keilauksia, on pisteiden määrä valtava. Oletetaan esimerkiksi, että suressa projektissa käytetään pistepilviä, joissa on yhteensä miljardi pistettä. Kun koordinaatit tallennetaan kolmella nelitavuisella liukuluvuulla ja värit RGB-muodossa kolmella tavulla ja lisätään perään vielä yksi täytetavu, voidaan yksi pilven piste esittää 16:lla tavulla. Miljardin pisteen pilvi olisi siis kooltaan 16 gigatavua. Tämän kokoista pilveä ei haluta pitää kerralla keskusmuistissa, vaan pisteitä haetaan levyltä muistiin ulkoisen muistin algoritmeilla (engl. *out-of-core algorithm*).

Pisteiden määrän vuoksi ei ole realistista olettaa, että kaikki pisteet voitaisiin visualoida reaalialajassa. Pisteiden määrää voidaan karsia harventamalla pilveä esimerkiksi jakaamalla pilvi säännöllisiin kuutioihin, niin sanottuihin vokseleihin, (engl. *volume element, voxel*), ja näytämällä vain yksi piste kustakin vokselista. Pilven harventaminen kuitenkin aiheuttaa yksityiskohtien katoamista pilvestä, joten sitä täytyy käyttää sovelluskohteesta riippuen maltillisesti.

Usein on hyväksyttävä, ettei pistepilveä saada visualisoitua reaalialajassa. Interaktiivisessa ohjelmistossa on tärkeää kuitenkin pitää ruudunpäivitystaajuus tarpeeksi korkeana. Tällöin voidaan pistepilvestä piirtää ruudulle ensin karkea yleiskuva, jota tarkennetaan vähitellen, ellei käyttäjä keskeytä visualisointia esimerkiksi vaihtamalla kuvakulmaa. Tällainen astettainen visualisointi on mahdollista käyttämällä hierarkisia tietorakenteita pistepilven käsittelyssä. Tämän tekniikan etuna on se, että käyttäjä näkee välittömästi pistepilven yleisen muodon ilman, että hänen täytyy odottaa, että koko pilvi on visualisoitu. Jos käyttäjällä riittää kärsivällisyys, näkee hän kaikki pilven yksityiskohdat, kun visualisointialgoritmi on käynyt koko tietorakenteen läpi.

2.2 Hierarkiset tietorakenteet

Pistepilvien käsittely on paljon tutkittu aihe ja siihen käytetyistä tietorakenteista löytyy paljon julkaisuja. Esitellään seuraavaksi muutama kiinnostava hierarkinen tietorakenne. Aihealueen pioneerityönä pidetään Rusinkiewiczin ja Levoyn Qsplatia, joka onkin antanut vaikuttteita uudemmille tietorakenteille. Dachsbacher et al. esittelivät peräkkäispistepuut, jotka voidaan visualisoida hyvin nopeasti näytönohjaimella. Viime vuosina pistepilvien visualisoinnin tutkimuksen kirkkainta kärkeä on edustanut Wienin teknillisen yliopiston tietokonegrafiikan tutkimusyksikkö. Tämän tutkielman päälähteinä käytetään Claus Scheiblauerin ja Markus Schützin julkaisuja sisäkkäispistepuista.

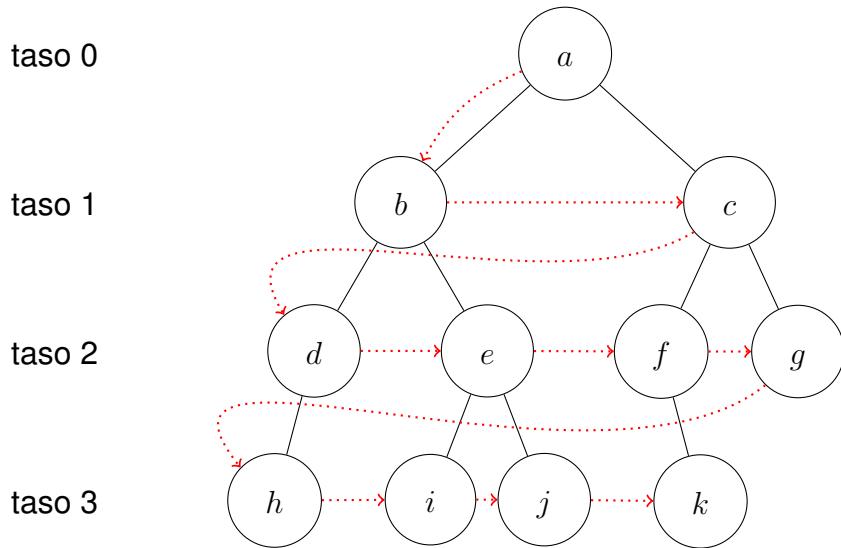
Qsplat

Yksi ensimmäisistä pistedatan visualisointiin käytetyistä hierarkisista tietorakenteista on Rusinkiewiczin ja Levoyn esittämä QSplat, joka on kehitetty polygoniverkon visualisointiin pisteen avulla. Tietorakenne muodostetaan kolmiodusta mallista, jossa kolmioiden normaalit tunnetaan, joten se ei suoraan sovella raa'an pistepilvidatan käsitellyyn.⁵ QSplatissa on käytetty kuitenkin monia kiinnostavia tekniikoita, joita voi hyödyntää pistepilvien käsitellyssä. [20]

QSplat perustuu puurakenteeseen, jonka solmuissa on rajauspalloja (engl. *bounding sphere*). Pallot jakavat avaruutta rekursiivisesti pienempiin osiin siten, että juuren pallo sisältää kaikki kolmiot ja jokainen sisäinen solmu jakaa avaruuden keskimäärin neljään osaan. Puun latva saavutetaan, kun avaruuden jakamisen seurauksena jäljelle jää yksi kolmio. Siitä muodostetaan lehtisolmu, jonka rajauspallo sisältää koko kolmion. Puun visualisointi onnistuu piirtämällä jokaisen pallon kohdalle sopivan kokoinen täplä (engl. *splat*). Puurakenne mahdollistaa myös tehokkaan pisteen karsimisen. Jos solmun pallo ei ole näkökentässä, eivät sen lapsetkaan ole ja haaraa ei tarvitse käydä läpi. [20]

Puurakenne tallennetaan levylle leveysjärjestyksessä (engl. *breadth-first*). Tämän an-

⁵Itse asiassa Rusinkiewicz ja Levoy käyttivät laserkeilatusta pistepilvestä muodostettua kolmioverkkoa, jonka tietorakenne esitti yksinkertaistettuna pistedatana.



Kuva 6. Puun läpikäyntijärjestys (punainen katkoviiva) muodostaa luonnolliset tarkkuus-tasot

siosta puun tasot muodostavat luonnolliset tarkkuustasot (engl. *level-of-detail, LOD*): juurisolmun pallo esittää koko mallia, ensimmäinen taso sisältää muutaman pienemmän pallon, ja niin edelleen. Kun tällainen tiedoston sisäinen rakenne yhdistetään ulkoisen muisin teknikoihin, voidaan täplien piirtäminen aloittaa heti, kun tarpeeksi puun solmuja on ladattu levyltä muistiin.⁶ Puun rakennetta on havainnollistettu kuvassa 6. [20]

Toinen hyödyllinen QSplatissa käytetty tekniikka on koordinaattien kvantisointi (engl. *quantization*). Kun tarkkuudesta voidaan tinkiä, solmujen pallojen absoluuttisia koordinaatteja ei tallenneta, vaan niiden sijainti ilmaistaan suhteessa vanhempiinsa. Pallon säteen ja keskipisteen suhteellisen poikkeaman ilmaisemiseen käytetään vain 13:a arvoa. Pallon säde r voi olla välillä $[\frac{1}{13}, \frac{13}{13}]$ ja samaten keskipisteen suhteellisen poikkeaman x, y ja z -koordinaatit ovat vanhemman pallon läpimitan kolmastoistaosan monikertoja. Kun vielä hylätään vanhemman pallon ulkopuolella olevat keskipisteet ja käytetään hakutauua, voidaan pallon sijainti esittää vain 13:lla bitillä, kun normaali liukulukuesitys vaatisi vähintään 16 tavua. [20]

QSplat onnistui visualisoimaan 1,5-2,5 miljoonaa pistettä sekunnissa, mikä on sen

⁶Rusinkiewicz ja Levoy päättävät ruudulle projisoitujen täplien koon perusteella kuinka syvälle puussa tulee edetä.

aikaisella laitteistolla erinomainen tulos [20]. Kuten sanottu, se ei sellaisenaan kuitenkaan sovelli laserkeilattujen pistepilvien käsitellyyn. Pistepilvien pisteiden normaaleja ei yleensä tiedetä, joten ne pitäisi esiprosessointivaiheessa selvittää esimerkiksi luvussa 1.2 esitettyä tekniikalla. QSplat tarjoaa kuitenkin monia tekniikoita, joita pistepilviä käsittelevässä tietorakenteessa voidaan hyödyntää, kuten hierarknen rakenne ja koordinaattien suhteellinen esitystapa.

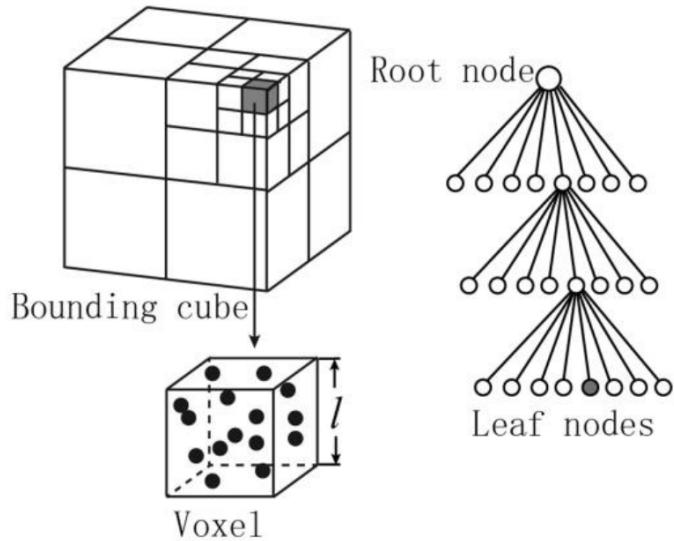
Peräkkäispistepuut

Dachsbacher et al. esittelevät niin kutstutun peräkkäispistepuun (engl. *sequential point tree*), jossa pisteet on aluksi järjestetty samaan tapaan pallopuuhun kuin QSplatissa. Pisteet sijaitsevat puun lehtisolmuissa ja sisäsolmuissa säilytetään täpliä, jotka juuri ja juuri peittävät solmun lasten rajauspallot. Täplien väri määräytyy lapsisolmujen värien keskiarvolla. [21]

Jokaiseen puun solmuun on virhelaskelmien perusteella lisätty rajat katseluetäisydelle, jolla solmu valitaan visualisoitavaksi. Visualisointivaiheessa hierarkia litistetään tauukoksi, joka voidaan syöttää suoraan näytönohjaimelle. Näytönohjain käy taulukkoa läpi ja valikoi sopivat solmut, joiden perusteella täpliä piirretään ruudulle. [21]

Peräkkäispistepuut voidaan visualisoida nopeasti näytönohjaimen käytön ansiosta, mutta niissä on myös heikkouksia. Tietorakenteen vaatimuksena on, että kaikki data mahtuu näytönohjaimen muistiin. Näin on vain pienillä malleilla ja tilannetta pahentaa se, että peräkkäispistepuut eivät ole kovin säästäväisiä muistin suhteen. Hierarkian jokaisessa sisäsolmussa luodaan lisää dataa, kun lapsisolmujen unionia kuvataan täplän sijainnilla ja koolla, sekä keskimääräisellä värillä.

Wimmer ja Scheiblauer esittävät parannuksia peräkkäispistepuihin. Uusien täplien luomisen sijaan puun sisäsolmuissa valitaan lapsisolmuista edustaja, joka parhaiten kuvaa sisäsolmun esittämää avaruuden osaa. Tämä on tärkeä huomio, sillä käsiteltäessä massiivisia pistepilviä tulisi välttää ylimääräisen datan luomista. Hierarkiasta muodostetaan tarkkuustasot siten, että alemmat tarkkuustasot sisältyvät ylempiin tasoihin ja visua-



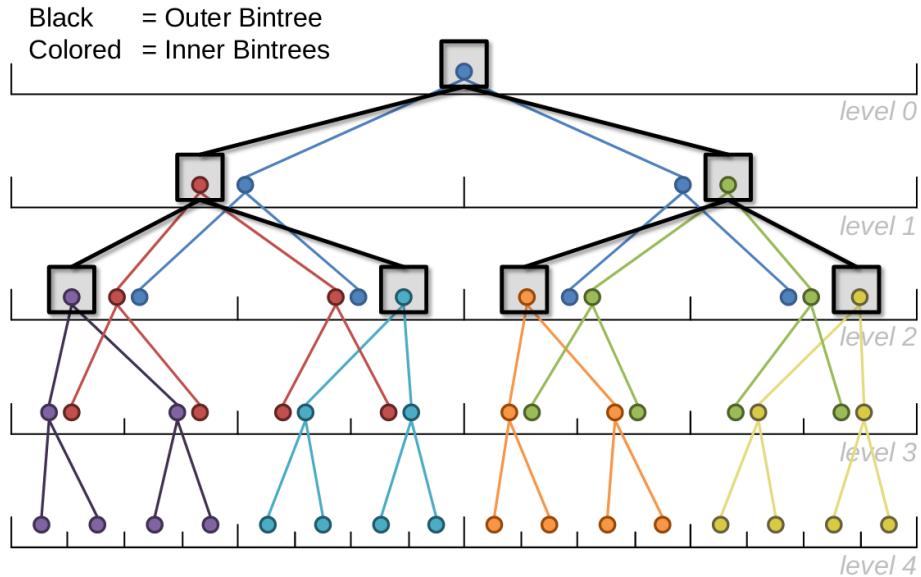
Kuva 7. Oktettipuun juurisolmu sisältää kaikki pisteet sisältävän rajauslaatikon. Jokainen sisäsolmu jakaa rajauslaatikkonsa kahdeksaan osaan. Kuva: [23]

lisointaessa oikea tarkkuustaso valitaan täplien koon ja katseluetäisyyden perusteella. Solmua vastaavan täplän koko määräytyy siitä, kuinka syvällä hierarkiassa se on. Wimmer ja Scheiblauer kutsuvat tästä rakennetta muistioptimoiduksi peräkkäispistepuksi. (engl. *memory optimized sequential point tree, MOSPT*) [22]

Sisäkkäispistepuut

Wimmer ja Scheiblauer kritisovat muistioptimoituja peräkkäispistepuita siitä, että ne eivät tue näkökentän ulkopuolisten pisteiden tehokasta karsimista ja siitä, ettei muistioptimointi yksinään riittänyt poistamaan tarvetta ulkoisen muistin algoritmeille. Ratkaisuksi he esittivät sisäkkäisiä oktettipuita (engl. *nested octree*). Oktettipuu⁷ on yksinkertainen avaruutta rekursiivisesti jakava tietorakenne, jonka jokainen sisäsolmu jakaa kuvaamansa avaruuden osan kahdeksaan osaan. Oktettipuun rakennetta on havainnollistettu kuvassa 2.2. Wimmerin ja Scheiblauerin tietorakenteessa oktettipuita on kahdessa tasossa. Ulomppaa oktettipuuta käytetään avaruuden jakamiseen, sen tehokkaiseen läpikäymiseen ja nä-

⁷Tätä suomennosta käyttää esimerkiksi Davidsson [24]. Vaihtoehtoinen suomennos on kahdeksanpuu.



Kuva 8. Sisäkkäinen binääripuu, jossa sekä ulomman, että sisempien puiden syvyys on kolme. Ulompaa puuta kuvaavat mustat neliöt ja sisempää värikkät ympyrät. Puista muodostuu viisi tarkkuustasoa. Kuva: [25]

kökentän ulkopuolisten alueiden karsimiseen. Ulomman puun jokainen solmu sisältää yhden sisemmän oktettipuun, joka vastaa samaa avaruuden osaa, kuin ulkoisen puun solmu. Pisteet sijoitetaan sisempiin puihin, yksi jokaiseen solmuun. [22]

Sisäkkäisistä oktettipuista luodaan tarkkuustasot siten, että sisemmistä puista kerätään pisteitä ulomman puun tasojen mukaan. Tarkkuustasoon kuuluvat pisteet sijaitsevat siis ulomman puun samalla tasolla, mutta useiden sisempien puiden eri tasolla. Tarkkuustasojen muodostumista on havainnollistettu kuvassa 2.2. Puut tallennetaan levylle tarkkuustaso kerrallaan, mikä mahdollistaa ulkoisen muistin algoritmien käytön. Visualisoitaessa tarvitsee levyltä lukea pisteitä vain haluttuun tarkkuustasoon asti, eikä loppuja pisteitä tarvitse ladata muistiin. [22]

Scheiblauer jalostaa sisäkkäisten oktettipuiden ideaa väitöskirjassaan esittelemällä muokkavat sisäkkäiset oktettipuut (engl. *modifiable nested octree, MNO*). Jos edellä esiteltyjä sisäkkäisiä oktettipuita halutaan muokata rakentamisen jälkeen, on sisemmät puut rakennettava ja muokattu hierarkia tallennettava levylle uudestaan. Nimensä mukaisesti MNO mahdollistaa tehokkaan pisteiden lisäämisen ja poistamisen. [25]

MNO:n rakenne eroaa sisäkkäisistä oktettipuista siten, että sisemmät puut korvataan säädöllisillä, kolmiulotteisilla ruudukoilla, joihin pisteet tallennetaan. MNO:n rakentaminen alkaa juurisolmusta, joka vastaa kaikki pisteet peittävää avaruutta. Solmun sisältämä ruudukko jakaa solmua kuvaavan avaruuden osan $128^3 = 2097152$ soluun. Pisteitä lisätään puuhun yksi kerrallaan niin, että jokaiseen ruudukon soluun mahtuu vain yksi piste. Jos solu on varattu, sijoitetaan piste ylimääräiseen taulukkoon odottamaan, että vastaavia pisteitä kertyy tarpeeksi, jotta olisi järkevä luoda uusia solmuja puuhun. Kun ennaltaehkästä vähimmäismäärää pisteitä on kertynyt ylimääräisten pisteiden taulukkoon, luodaan ruudukon sisältävälle solulle lapsisolmuja ja sijoitetaan ylimääräiset pisteet niihin. Ruudukkoon sijoitettavien pisteiden määrälle on hyvä asettaa myös yläraja. [25]

Jokainen tietorakenteen solmu tallennetaan omaan tiedostoonsa levylle, josta niitä ladataan muistiin visualisointivaiheessa tarvittaessa. Visualisointialgoritmiin kuuluu käyttäjän asettama pistebudjetti, joka asettaa ylärajan yhdessä ruudunpäivityksessä piirrettävien pisteiden määrälle.⁸ Tätä rajaa säätämällä käyttäjä saa jonkinlaisen kontrollin ruudunpäivitystaajuuden suhteeseen. [25]

Tiedostorakenne mahdollistaa hierarkian yksinkertaisen muokkaamisen. Lisättäessä uusia pisteitä MNO:hon tarkastetaan ensin, sijoittuuko se juurisolmun kuvaamaan avaruuden osaan. Jos näin on, onnistuu lisääminen kuten rakennusvaiheessa. Muussa tapauksessa juurisolmulle luodaan vanhemmia kunnes jokin niistä muodostaa tarvittavan kokoinen avaruuden, ja piste lisätään sen ruudukkoon. Kun puun vanhan juuren yläpuolelle luodaan uusia solmuja, jää niiden ruudukot vajaaksi. Tällöin alemmista solmuista nostetaan pisteitä ylöspäin niin kauan, kunnes vajaita ruudukoita on vain lehtisolmuissa. Pisteiden poistaminen puusta on triviaalia, kun sisäsolmuihin mahdollisesti jäävät tyhjät ruudukot täytetään kuten pisteitä lisättäessä. [25]

Markus Schütz jatkoi Wimmerin ja Scheiblauerin työtä esittelemällä opinnäytetyösseen verkkoselaimessa ajettavan Potree-nimisen pistepilvivisualisoijan. Potreen käyttämä

⁸Scheiblauer testasi pistepilvivisualisoijaansa asettamalla rajan vain sataantuhanteen pisteeseen.

tietorakenne perustuu Scheiblauerin muokattaviin sisäkkäisiin oktettipuihin, mutta hierarkian rakennusvaiheessa kiinnitetään huomiota pisteiden tasaiseen jakautumiseen solmujen välille. Oktettipuun sisäsolmujen ruudukoihin hyväksytään uusia pisteitä vain, jos ne ovat tarpeeksi kaukana muista ruudukon pisteistä. Lehtisolmut hyväksyvät ennaltamääärättyyn rajaan saakka kaikki pisteet, kunnes ne muutetaan sisäsolmuiksi ja liian lähekkäin olevat pisteet jaetaan uusien lapsisolmujen kesken. [26]

Potree käyttää ulkoista muistia tehokkaasti ja pystyy käsittämään jopa 640 miljardia pistettä sisältäviä pistepilviä.⁹ Rakennusvaiheessa oktettipuun solmuja tallennetaan tasaisin väliajoin levylle, jottei muisti täytyisi. Kun jokainen solmu tallennetaan omaan tiedostoonsa, on yksittäisten solmujen tallentaminen ja lukeminen levyltä helppoa. Massiivisia pistepilviä kuvaavat hierarkiatkin voivat olla satojen megatavujen kokoisia. Schütz ratkaisee suurten hierarkoiden nopean lataamisen verkon yli jakamalla senkin puurakteeseen. Näin voidaan välttää sekä turhien pisteiden, että näkökentän ulkopuolella olevien hierarkian haarojen lataaminen muistiin. [26]

Potreenv visualisointialgoritmi priorisoii niitä hierarkian solmuja, jotka ovat lähellä kat-selupistettä ja joiden kuvaruudulle projisoitu koko on suurin. Visualisoinnin suorituskykyä voidaan säädellä Scheiblauerin toteutuksen mukaisesti käyttäjän asettamalla piste-budgetilla. Schütz on kehittänyt Potreehen myös hienostuneen, näytönohjaimella ajettavan algoritmin mukautuvaan pisteiden koon määrittämiseen; pistepilven harvemmissa osissa piirretään pisteet suurempina, jottei reikiä esiintyisi. [26]

3 Laitossuunnitteluoohjelmistoon optimoitu tietorakenne

Tässä luvussa esitellään pistepilvien käsittelyyn ja visualisointiin soveltuva tietorakenne ja algoritmeja erityisesti laitossuunnitteluoohjelmiston tarpeisiin. Ensin määritellään vaa-

⁹Kyseinen pistepilvi (Actueel Hoogtebestand Nederland, ANH2, <http://ahn2.pointclouds.nl/>) kuvailee Alankomaiden valtiota ja se vaatii 7,68 teratavua tallennustilaan. Potreen tietorakenteessa pistepilvi jakautui 13:lle tasolle ja 38:aan miljoonaan solmuun.

timukset tietorakenteelle tyypillisten pistepilvien käyttötapausten mukaan, jonka jälkeen valitaan alan kirjallisuudesta sovelluskohteelle hyödyllisimmät tekniikat.

3.1 Käyttötapaukset ja vaatimukset tietorakenteelle

Kolme yleistä käyttötapausta pistepilvien kanssa työskenneltäessä ovat mallintaminen, mittaaminen ja katselu, jotka asettavat erilaisia vaatimuksia pistepilviä käsitlevälle ja visualisoivalle Laitossuunnitteluoohjelmistolle. Esitellään seuraavaksi käyttötapaukset ja niiden asettamat vaatimukset.

Mallintaminen

Kun laitoksesta halutaan luoda ajantasalla oleva 3d-malli pistepilven avulla, täytyy se mallintaa suunnitteluoohjelmiston käyttämäksi geometriaksi pistepilveä mukailleen. Lattiat ja seinät on tasoina helppo asettaa paikalleen, kuten myös suunnitteluoohjelmiston komponenttikirjastosta löytyvät laitteet. Suurin työ on yleensä putkistoissa, ilmakanavissa ja kaapeliradoissa. Useat suunnitteluoohjelmistot tarjoavat jonkinasteista automatisointia etenkin putkien reittykseen pistepilven päälle. Ohjelmisto voi automaattisesti tunnistaa pilvestä sylinteritä ja asettaa niiden päälle sopivia putkisto-osia. Vaihtoehtoisesti käyttäjä voi valita pilvestä muutamia pisteitä ja ohjelmisto laskee niiden perusteella putken pituuden ja halkaisijan ja asettaa oikean osan paikalleen. Mallinnustyö ja etenkin automaattiset mudontunnistusalgoritmit asettavat ohjelmistolle vaatimuksen tarkkuudesta. Laitossuunnitteluoohjelmistossa käytetään yleensä millimetrejä perusyksikköinä, joten pistepilvessä ei saisi esiintyä senttimetriien virheitä.

Mallintamisessa tärkeässä roolissa on suunnittelijan käyttämät näkymät ja pistepiven rajaaminen. Yleensä suunnittelija käyttää muutamaa koordinaattiakselien suuntaista näkymää samanaikaisesti, jotta kurSORIN saa helposti oikeaan paikkaan. Näkymän syvyys asetetaan usein hyvin pieneksi, jotta mallista näkyisi vain kulloisenkin mallinnustyön vartima pieni siivu. Myös pistepilveä voidaan rajata niin, että siitä näkyy vain tarpeellinen osa. Pistepilviä visualisoivan ohjelmiston tulisi siis kyettä rajaamaan pilveä toistuvasti ja

nopeasti. Käyttökokemus olisi paras, jos käyttäjä pystyisi hiirellä interaktiivisesti määrittämään tilan, jonka sisäpuolella olevat pisteen visualisoitaisiin. Lisäksi pistepilvi tulee voida visualisoida useaan eri näkymään samanaikaisesti.

Mittaaminen

Toinen tärkeä ominaisuus pistepilvien kanssa työskennellessä on mittaaminen. Pistepilviä käytetään usein tarkastamaan, mahtuuko laitokseen jokin uusi laite tai putkisto. Tällöin on hyödyllistä suorittaa mittauksia joko kahden pistepilven pisteen, tai pisteen ja 3d-mallin geometrian välillä. Mittausoperaatiossa käyttäjä valitsee pistepilvestä kurssorilla haluamansa pisteen ja ohjelmisto palauttaa lähimäksi kurssoria projisoidun pisteen. Käyttäjän kannalta olisi miellyttävää, jos mittausoperaatioita tehtäessä ei tarvitsisi odotaa, kun pistepilven miljoonien pisteen joukosta etsitään juuri kurssorin alla oleva piste. Yksittäisten pisteen hakeminen pilvestä täytyy siis olla nopeaa.

Katselu

Kolmas yleinen pistepilvien käyttökohde on 3d-mallin katselu joko laitossuunnitteluoohjelmistossa tai erityisessä mallinkatseluohjelmistossa. Etenkin suunnitteluprojektienv esimiehet haluavat usein tarkastella suunnittelijoiden luomaa 3d-mallia helposti ja nopeasti. Luonnollisesti malliin kuuluvat pistepilvet tulevat myös näkyä katselijalle. Tämä saattaa tuottaa haasteita ohjelmiston kannalta, sillä katseluohjelmistojen käyttäjillä on käytettävissä harvoin yhtä järeää laitteistoa, kuin suunnittelijoiden työasemat. Mallinkatseluohjelmistossa pistepilveä harvemmin rajataan pienemmäksi, joten visualisoitavia pisteytä on niin paljon, etteivät ne mahdu kerralla keskusmuistiin tai näytönohjaimen muistiin. Yleensä käyttäjä myös liikuttaa näkymää mallin ympäri enemmän kuin mallinnustyössä, joten pistepilvivisualisoinnin suorituskyky ja tarkkuustasot ovat entistäkin tärkeämpiä.

Tässä tutkielmassa kehitetään laitossuunnitteluoohjelmistolle optimoitu hierarkinen tie-torakenne pistepilvien käsittelyn. Esitetään tietorakenteelle seuraavat vaatimukset edellä mainittujen käyttötapausten perusteella:

1. On voitava visualisoida karkea yleiskuva pistepilvestä vain pienellä osalla datasta.
2. On käytettävä ulkoisen muistin algoritmeja, eli koko pilveä ei pidetä kerralla keskusmuistissa.
3. Pistepilven vaatimaa tallennustilan määrää voidaan laskea harventamalla sen tiheästi näytteistettyjä osia.
4. Käyttäjän on voitava määrittää pilvestä alueita, joiden sisältävien tai ulkopuolelle jäävien pisteiden ominaisuuksia, kuten näkyvyttä tai väriä, voidaan muuttaa.
5. Pilvestä on voitava nopeasti ja tarkasti valita yksittäisiä pisteitä.
6. Pistepilvessä ei saa esiintyä yli millimetrin suuruisia virheitä.

3.2 Tietorakenteen valinta

Luvussa 2.2 esitely Potree on osoittaunut massiivisten pistepilvien interaktiivisen visualisoinnin olevan mahdollista jopa verkkoselaimessa, jossa etenkin tiedonsiirtonopeus rajoittaa renderöinnin nopeutta. Tarkastellaan siis sisäkkäispistepuiden soveltuvuutta laitossuunnitteluhjelmistoon.

Oktettipuun läpikäyminen taso kerrallaan muodostaa tehokkaasti tarkkuustasot, joten vaatimus 1 on helppo tyydyttää. Pisteiden asettelu sisäkkäisten oktettipuiden solmuihin mahdollistaa myös vaatimuksen 2 mukaisesti ulkoisen muistin käyttämisen. Scheiblauerin muokattavien sisäkkäisten oktettipuiden jokainen solmu sisältää ruudukon, johon pisteet sijoitetaan. Mitä syvemmällä tasolla solmu on, sitä pienempiä ruudukon solut ovat. Vaatimuksen 3 esittämä pilven harvennus onnistuu asettamalla puulle enimmäissyyvyyss ruudukon koon mukaan ja hylkäämällä lehtisolmuissa kaikki pisteet, jotka tulisi lisätynsi jo varattuun soluun.

Valintaoperaatiot onnistuvat nopeasti oktettipuussa. Puun jokainen solmu sisältää tiedon sen sisältämien pisteiden rajauslaatikosta (engl. *bounding box*), joten jos valinnan sijainti ei osu rajauslaatikon sisälle, ei kyseisen solmun lapsisolmujakaan tarvitse tarkastaa.

Yksittäisiä pisteitä tarvitsee tarkastella vasta kun valittavan alueen raja kulkee puun solmun rajauslaatikon läpi, tai kun käyttäjä haluaa valita vain yhden pisteen. Tiettyllä aluella sijaitsevat pisteet jakautuvat useaan oktettipuun solmuun, minkä johdosta valintaoperaatiot eivät ole triviaaleja sisäkkäisissä oktettipuissa. Vaatimuksiin 4 ja 5 voidaan kuitenkin vastata sisäkkäisillä oktettipuilla. Scheiblauer ja Schütz eivät tiivistäneet pistepilviä, joten niiden tarkkuus ei kärsinyt. Näin myöskään vaatimus 6 ei tuota ongelmia.

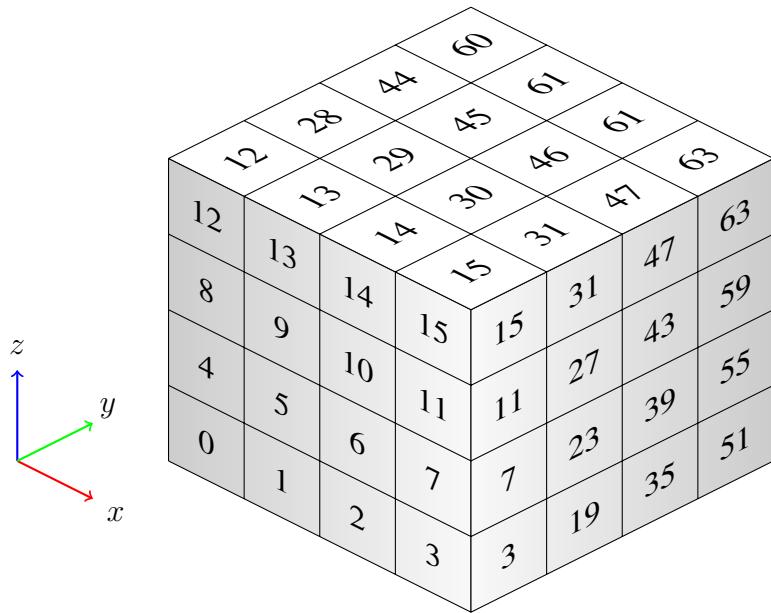
Sisäkkäispistepuut näyttävät siis soveltuvan myös laitossuunnittelohjelmiston tarpeisiin. Scheiblauerin ja Schützin tietorakenteiden käytämät ruudukot mahdollistavat kuitenkin myös joitakin laitossuunnittelusovelluksille tärkeitä optiomointeja. Esitellään seuraavaksi, miten pistedataa voi tiivistää ruudukon avulla.

3.3 Pistedatan esitysmuoto

Pistepilvet sisältävät usein satoja miljoonia tai jopa miljardeja pisteitä, mikä johtaa luonnollisesti isoihin tiedostokokoihin. Yleensä hierarkiatiedon osuus tiedoston sisällöstä on varsin pieni, joten tiedostokokoa saadaan pienennettyä parhaiten tiivistämällä itse pisteiden esitysmuotoa. Pisteistä tarvitsee tallentaa vähintään niiden sijainti ja väri. Yleensä sijainti esitetään kolmella nelitavuisella liukuluvulla ja väri RGB-koodauksella kolmella yksitavuisella kokonaisluvulla:

```
struct Point {
    float x;
    float y;
    float z;
    unsigned char r;
    unsigned char g;
    unsigned char b;
}
```

Yleensä näiden 15:a tavun lisäksi lisätään yksi pakkaustavu, jotta koko olisi mukava kah-



Kuva 9. 64:n solun ruudukko, jonka indeksointi alkaa vasemmasta alakulmasta

den potenssi. Miljardi pistettä tallennettuna tässä esitysmuodossa vaatisi siis 16 gigavua muistia.¹⁰ Muuttamalla pisteiden esitysmuotoa voidaan pistepilviä tiivistää ja joitakin operaatioita nopeuttaa.

Sisäkkäispistepuiden käyttämä ruudukko mahdollistaa yksinkertaisen pakkausalgoritmin. Puun rakennusvaiheessa pisteet lisätään jokaisessa solmussa olevaan kolmiulotteiseen ruudukkoon, jonka jokaiseen soluun mahtuu vain yksi piste. Kun piste lisätään ruudukon soluun, tallennetaan solun järjestysnumero hajautustauluun, josta voidaan jatkossa nopeasti tarkastaa, onko kyseinen solu varattu. Mahdollinen numerointi ruudukolle on esitetty kuvassa 9. Numerointi alkaa vasemmasta alakulmasta indeksistä nolla ja etenee vasenkätisen koordinaatiston mukaisesti.

Puun solmuihin on tallennettu rajauslaatikko, joka määrittää myös ruudukon mitat ja sijainnin. Ruudukkoon lisättävien pisteiden absoluuttinen sijainti voidaan unohtaa ja käyttää sijainnin tallentamiseen pisteestä suhteellista sijaintia ruudukossa. Yksinkertaisimillaan voidaan kustakin pisteestä tallentaa vain sen solun indeksi, jossa piste sijaitsee.

¹⁰Pistepilvisovelluksen käyttäjän rahapussin koosta riippuen tämän kokoinen pilvi mahtuisi vielä keskusmuistiin ja jopa näytönohjaimen muistiin [27].

Tällöin pisteen esitysmuoto on siis

```
struct Point {

    unsigned int index;

    unsigned char r;
    unsigned char g;
    unsigned char b;

}
```

Kun solun indeksi tallennetaan etumerkittömänä nelitavuisena kokonaislukuna ja lisätään loppuun yksi pakkaustavu, tiivistyy piste kahdeksantavuiseksi. Näin miljardi pistettä vautisi enää 8 gigatavua muistia.

Esitysmuota voidaan tiivistää vielä tästäkin. Pisteen etäisyyttä suhteessa ruudukkoon voidaan esittää kolmella tavulla niin, että jokainen tavu kuvailee koordinaattiakselien suuntaisten askelten määrää ruudusta 0 lähtien. Yhden tavun esittämä enimmäisarvo on 255, joten ruudukossa voi olla enintään $255^3 = 16581375$ solua. Tällainen kompressio tuo toki pistepilveen epätarkkuutta, johon palataan myöhemmin.

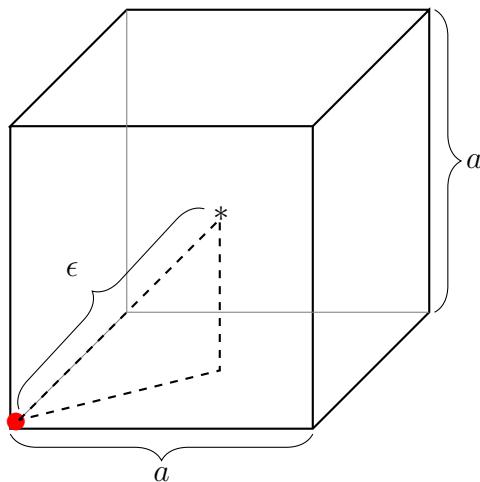
Usein laitossuunnittelussa käytetyissä laserkeilaimissa ei käytetä värikameraa antamaan pisteille värejä, vaan väri-informaatio johdetaan keilaimeen heijastuvan valon määristä. Tämä arvo normalisoidaan yleensä välille $[0, 255]$, josta saadaan jokin harmaan sävy. Tällaisissa pistepilvissä on siis turha tallentaa jokaiselle pisteelle r , g ja b -arvoja, kun vain yksi arvo riittäisi. Näin piste voidaan esittää muodossa

```
struct Point {

    unsigned char dx;
    unsigned char dy;
    unsigned char dz;
    unsigned char intensity;

}
```

eli tarvitaan vain neljä tavua tilaa ja edellä mainittu pistepilvi saadaan tiivistettyä neljän-



Kuva 10. Suurin mahdollinen ruudukossa esiintyvä virhe ϵ . Kuutio kuvaaa ruudukon solua ja asteriski sen visualisointiin käytettävää keskipistettä. Soluun lisätty punainen piste on juuri ja juuri solun sisällä.

nekseen alkuperäisestä koostaan.

Kun pisteen tarkka sijainti unohdetaan ja se ilmaistaan suhteessa ruudukkoon, syntyy pistepilven virheitä. Suurinta mahdollista virhettä on havainnollistettu kuvassa 10, kun piste visualisoidaan solun keskipisteenä, vaikka se oikeasti sijaitsisi aivan sen nurkassa. Jos oletetaan, että ruudukon solut ovat kuutioita, saadaan enimmäisvirhe laskettua helposti Pythagoraan lauseella muotoon

$$\epsilon = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \quad (4)$$

Vaatimus 6 esitti virheen enimmäissuuruudeksi yhtä millimetriä. Oktettipuu jakaa rajauslaatikon sivun kahtia joka tasolla ja ruudukko sen edelleen pieniin soluihin. Jos oletetaan esimerkiksi pistepilven rajauslaatikko kuutioksi, jonka sivun pituus on sata metriä ja ruudukon sisältävän Scheiblauerin ja Schützin käyttämää 128 solua jokaiseen koordinaattiakselin suuntaan, saavutetaan puun tasolla 11 ruudukko, jonka solun sivun pituus on $a = \frac{100m/2^{10}}{128} \approx 0,763mm$. Tällaisessa ruudukossa enimmäisvirhe on $\frac{0,763mm \cdot \sqrt{3}}{2} \approx 0,661mm$, joten kaikki tähän ruudukkoon lisättyt pisteet täyttävät vaatimuksen 6. Tämä ei tarkoita sitä, että puu voisi sisältää pisteitä vain tasolta 11 alaspäin. Pisteitä voi hyväksyä suuriinkin soluihin, jos ne ovat tarpeeksi lähellä sen keskipistettä.

Pisteiden sijainnin suhteellinen esitysmuoto nopeuttaa myös pistepilven käsittelyä.

Laitossuunnittelussa pistepilveä joudutaan usein sovellukseen latauksen jälkeen liikuttamaan ja skaalaamaan, jotta se istuisi hyvin 3d-malliin. Jos pisteisiin olisi tallennettu absoluuttinen sijainti, jouduttaisiin pistepilveä tallennettaessa uudelleenkirjoittamaan kaikki pisteet käyttäjän määrittämällä transformaatiomatriisilla kerrottuna. Edellä kuvatulla esitysmuodolla transformaatio täytyy suorittaa vain oktettipuun solmujen rajauslaatikoilla, joista tiivistetyn pisteen sijainti johdetaan. Tämä johtaa merkittävään parannukseen käyttökokemuksessa, sillä satojen miljoonien pisteiden kirjoittaminen levylle voi kestää kymmeniä minuutteja.

3.4 Tietorakenteen rakentaminen

Edellä todettiin sisäkkäispistepuiden sopivan pistepilvien käsitellyyn käytettäväksi tietorakenteeksi laitossuunnitteluoohjelmistossa ja ehdotettiin pisteille kompaktimpaa esitysmuotoa. Käydään nyt läpi puun rakentamiseen käytettyjä algoritmeja.

Puun rakentaminen suoritetaan kahdessa vaiheessa. Ensin käydään kaikki syötepisteet läpi ja selvitetään niille rajauslaatikko. Tämän jälkeen luodaan tyhjä juurisolmu, jonka rajauslaatikkona toimii äsknen laskettu, kaikki pisteet sisältävä rajauslaatikko. Nyt syötepisteet voidaan lisätä yksitellen juurisolmuun. Rakentamisen ylintä tasoa on kuvattu algorit-

missa 1.

Algoritmi 1: RakennaOktettipuu

Syöte : Joukko pistepilviä P

Tuloste: Pisteet sisältävän oktettipuun juurisolmu s

```

1 // Selvitetään ensin pilvien rajauslaatikkojen unioni
2  $L \leftarrow$  tyhjä rajauslaatikko
3 for Pistepilvi  $pc \in P$  do
4   for Piste  $p \in pc$  do
5     if  $p \cap L = \emptyset$  then
6        $L \leftarrow L \cup p$ 
7     end
8   end
9 end

10 // Lisätään pisteet oktettipuuhun
11  $s \leftarrow$  juurisolmu, jonka rajauslaatikko on  $L$ 
12 for Pistepilvi  $pc \in P$  do
13   for Piste  $p \in pc$  do
14     LisääSolmuun( $s, p$ )
15   end
16 end

17 return  $s$ 

```

Algoritmi 2 huolehtii pisteen pisteen lisäämisestä solmuun. Piste hyväksytään solmuun, jos sitä vastaava ruudukon solu on tyhjä, sen etäisyys solun keskipisteestä on pienempi kuin sallittu enimmäisvirhe ja solussa ei ole jo liikaa pisteitä. Solmujen sisältämien pisteiden määälle kannattaa asettaa yläraja, jotta saavutettaisiin sopiva haarautuminen. Luvussa 3.5 huomataan, että etenkin puun ylimmillä tasolla olisi renderöinnin kannalta hyvä, jos solmuissa olisi saman verran pisteitä.

Puun syvyyttä voi rajoittaa asettamalla ruudukon soluille vähimmäismitat. Yleensä la-serkeilaimen lähellä olevat pinnat on hyvin tiheästi näytteistettyjä ja tilannetta pahentaa, jos useat keilaimet ovat mitanneet samoja pintoja tiheästi. Algoritmin 2 rivillä 2 tarkastetaan, onko ylittäisikö uusi lapsisolmu puun enimmäissyvyyden. Kun ennaltamäärätylle pohjatasolle hyväksytään kaikki pisteen, kunhan niitä vastaava ruudukon solu on vapaa, saadaan pistepilvelle tehokas ja globaali enimmäistiheys. Tällä tavalla pilveä saadaan har-

vennettua tehokkaasti ja vaatimus 3 voidaan tyydyttää.

Algoritmi 2: LisääPisteSolmuun

Syöte : Puun solmu s ,

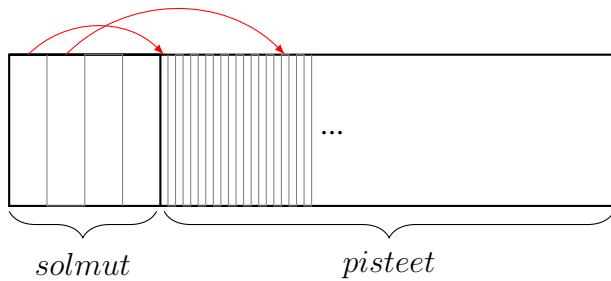
piste p , jolla on sijainti (x, y, z) ja väri (r, g, b)

```

1  $i \leftarrow$  sen ruudukon solun indeksi, jossa piste sijaitsee
2  $h \leftarrow$  hajautustaulu, johon solmun  $s$  pisteet tallennetaan,
3 if Solmun  $s$  syvyys on puun enimmäisyvyyys then
4   if  $i \notin h$  then
5      $h = h \cup (i, (r, g, b))$ 
6   else
7     Hylkää piste  $p$ 
8   end
9 else if  $s$  on täynnä then
10   $l \leftarrow$  uusi lapsisolmu
11  return LisääPisteSolmuun( $l, p$ )
12 else if  $i \in h$  then
13   $l \leftarrow$  uusi lapsisolmu
14  return LisääPisteSolmuun( $l, p$ )
15 else if  $\epsilon >$  ennalta määritetty enimmäisvirhe then
16   $l \leftarrow$  uusi lapsisolmu
17  return LisääPisteSolmuun( $l, p$ )
18 else
19   // Solmussa  $s$  ja sen ruudukon solussa  $i$  on tilaa, eikä virhe  $\epsilon$ 
      ole liian suuri. Piste voidaan lisätä solmuun  $s$ .
20    $h = h \cup (i, (r, g, b))$ 
21 end

```

Tietorakennetta tallennettaessa kirjoitetaan ensin tiedostoon hierarkiatieto, eli kaik-

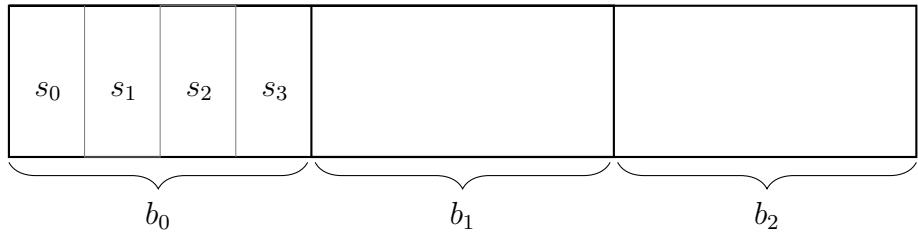


Kuva 11. Tiedostoon tallennetaan ensin puun solmut, joiden jälkeen kaikki pisteet ovat peräkkäin taulukossa. Punaiset nuolet kuvaavat solmuihin tallennettuja indeksejä pistetaulukkoon, josta siihen kuuluvat pisteet alkavat.

ki puun solmut, ja pisteet vasta sen jälkeen. Jokainen solmu sisältää tiedon siitä, kuinka monta pistettä siihen kuuluu, sekä ensimmäisen pisteen indeksin pistetaulukossa. Tämä mahdollistaa sen, että pistepilveä käsiteltäessä luetaan tiedostosta ensin vain kevyt hierarkia, jonka jälkeen vain tarvittavat pisteet voidaan lukea muistiin. Tiedoston rakennetta on havainnollistettu kuvassa 11. Pisteiden lukumäärän ja ensimmäisen pisteen indeksin lisäksi jokaisesta solmusta tallennetaan rajauslaatikko ja sijaintikoodi, joka kertoo sen sijainnin puussa. Sijaintikoodin numerot kertovat reitin juurisolmasta kyseiseen solmuun. Esimerkiksi koodi 014 tarkoittaa juurisolmun toisessa oktetissa sijaitsevan lapsen viidennessä oktetissa sijaitsevaa lasta.

3.5 Renderöinti

Nopein tapa renderöidä pistepilvi on pitää kaikki pisteet näytönohjaimen muistissa ja joka ruudunpäivityksellä piirtää kaikki näkymässä näkyvät pisteet. Vaikka koko pistepilvi mahtuisi näytönohjaimen muistiin, täytyy laitossuunnittelohjelmistossa visualisoida muitakin grafiikkaa. Näytönohjaimen muistia voidaan säätää käyttämällä niin kutsuttua puskurivirtaa (engl. *buffer streaming*). Yleinen ongelma grafiikan visualisoinnissa on se, että näytönohjain renderöi dataa nopeammin kuin suoritin ehtii sille syöttää. Puskurivirran ajatuksena on pitää näytönohjain mahdollisimman toimeliaana jakamalla puskuri, jonka kautta dataa siirretään keskusmuistista näytönohjaimen muistiin, kolmeen osaan.



Kuva 12. Pistedatan renderöinnissä käytetty puskuri, joka on jaettu osioihin b_0 , b_1 ja b_2 . Osioon b_0 on kirjoitettu pisteet solmuista s_0-s_3 . Puskurivirran tarkoituksesta on vähentää tiedonsiirrosta aiheutuvaa latenssia.

Samalla kun näytönohjain käsittelee yhtä puskurin osaa, suoritin voi täyttää toista datalla, ja kolmas on jo palautumassa suorittimen täytettäväksi. Teoriassa näytönohjain voi vain vaihtaa luettavaa puskuria ilman, että sen tarvitsisi odottaa lainkaan hidasta tiedonsiirtoa. [28]

Kuvassa 12 pistepuskuri on jaettu osioihin b_0 , b_1 ja b_2 . Puskurin koko on valittu niin, että jokaiseen osioon mahtuu neljän täyden solmun pisteet. Käytännössä solmut eivät kuitenkaan aina ole täysiä, joten on mahdollista, että osiot jäävät vajaaksi. Puskureita kuitenkin vaihdetaan tiuhaan, joten ei ole järkevää käyttää aikaa puskurin täytöasteen maksimointiin.

Tietorakenteen renderöintiä testatessa puskurivirta ei kuitenkaan tuottanut tarpeeksi miellyttää visuaalista lopputulosta. Etenkin pilveä pyöröiltäessä ja sen läpi liikuttaessa puskurivirralla ehdittiin pilvestä renderöidä vain hyvin karkea tarkkuus niin, että ruudunpäivitystaajuus pysyi interaktiivisenä. Ratkaisuna tähän näytti toimivan hyvin toinen pistepuskuri, jossa säilytetään karkeaa yleiskuvaa pilvestä. Tätä yleiskuvapuskuria päivitetään vain silloin, kun jotkut sen sisältämistä solmuista on pudonnut näkymän ulkopuolelle.

lelle.

Algoritmi 3: RenderöiYleiskuva

Syöte : Sisäkkäispistepuu P

```

1  $b_{yleiskuva} \leftarrow$  pistepuskuri, jota päivitetään vain tarvittaessa
2 if Ensimmäinen renderöintikerta then
3   // Täytetään yleiskuvapuskuri  $b_{yleiskuva}$ 
4   while  $b_{yleiskuva}$  ei ole täynnä do
5     // Käydään puuta läpi taso kerrallaan
6     for Solmu  $s \in P$  do
7       if  $s$  on täysi AND  $s$  on näkyvissä then
8         | Lisää  $s$  puskuriin  $b_{yleiskuva}$ 
9       end
10      end
11    end
12 else
13   // Päivitetään yleiskuvapuskuri  $b_{yleiskuva}$ 
14   for Solmua  $s$  vastaavat pisteet puskurissa  $b_{yleiskuva}$  do
15     if Solmu  $s$  ei ole enää näkyvissä then
16       | Vaihda pisteet toisiin, mahdollisimman ylhäällä puussa olevan solmun
17       | pisteisiin
18     end
19   end
20  Renderöi puskuri  $b_{yleiskuva}$ 

```

Algoritmissa 3 yleiskuvapuskuri täytetään ensimmäisellä renderöintikerralla niiden solmujen pisteillä, jotka ovat mahdollisimman ylhäällä puussa, ja ne ovat täynnä, eli sisältävät rakentamisvaiheessa määritellyn enimäismäärän pisteitä. Seuraavilla renderöinti-

kerroilla puskurista tarkistetaan, ovatko niiden sisältämät pistet vielä näkyvissä. Jokaista pistettä ei tarvitse tarkastaa, jos ylläpidetään listaa solmuista, joiden pistet puskuriin lisättiin. Jos näkymä on muuttunut niin, että jokin solmu ei enää ole näkyvissä, vaihdetaan sen pistet toisen solmun pistesiin. Yleiskuvapuskurissa pidetään solmuja mahdollisimman läheltä puun juurta, jotta ne muodostaisivat tarpeeksi kattavan kuvan koko pistepilvestä.

Algoritmi 4: RenderöiPuskurivirta

Syöte : Sisäkkäispistepuu P

Yleiskuvapuskuri $b_{yleiskuva}$

```

1  $B \leftarrow$  pistepuskuri, joka on jaettu osioihin  $b_0, b_1, b_2$ 
2  $i \leftarrow 0$  // Täytettävä osion indeksi
3 // Käydään puuta läpi taso kerrallaan
4 for Solmu  $s \in P$  do
5   if Puskuriosiossa  $i$  ei ole tilaa täydelle solmulle then
6     Lähetä näytönohjaimelle puskuriosio  $i$ 
7     Lähetä näytönohjaimelle osion  $i$  synkronointiobjekti
8      $i = (i + 1) \text{ mod } 3$ 
9     Odota, että näytönohjain on käsitellyt osion  $i$  synkronointiobjektiin
10   else if Solmun  $s$  pistet eivät ole puskurissa  $b_{yleiskuva}$  then
11     Lisää solmun  $s$  pistet puskuriosioon  $i$ 
12 end

```

Yleiskuvan renderöinnin jälkeen pistepilveä tarkennetaan renderöimällä loput pistet puskurivirralla. Algoritmi 4 käy puun solmuja läpi taso kerrallaan ja lisää solmun pistet täytyövuorossa olevaan puskurivirran osioon, jos solmua ei ole jo renderöity yleiskuvapuskurilla. Puskuriosion täytyessä vaihdetaan täytettäväksi seuraava osio. Puskurivirras täytyy varmistaa, ettei sama osio ole sekä suorittimen kirjoitettavana, että näytönohjaimen luettavana. Tämä tapahtuu lähettämällä näytönohjaimelle jokaisen puskuriosion täyt-

tymisen jälkeen synkronointiobjekti (engl. *sync object*). Kun uutta osiota otetaan kirjoitetavaksi, tarkastetaan, että näytönohjain on merkannut kyseisen osion synkronointiobjektiin käsitellyksi. [29]

Yksityiskohtien karsinta (engl. *detail culling*) on suosittu nopeutustekniikka tietokonegrafiikassa. Ajatuksena on renderöidä vain tärkeimmät objektit ja jättää kaukana olevat tai pienet objektit renderöimättä, jotta ruudunpäivitystaajuus pysyy interaktiivisena. Yksinkertainen tapa karsia yksityiskohtia on järjestää objektit niiden kuvaruudulle projisoidun koon mukaan ja renderöidä niitä tiettyyn rajaan asti, tai kunnes aika loppuu kesken. Akenine-Möller et al. [30] esittävät kuvaruudulle projisoidun objektiin koon arviolle kaavaa

$$a = \pi \left(\frac{nr}{\mathbf{d} \cdot (\mathbf{c} - \mathbf{v})} \right)^2, \quad (5)$$

jossa n on katselupisteen etäisyys kuvatasosta, r objektiin rajauspallon säde ja \mathbf{c} keskipiste, \mathbf{d} on normalisoitu katsomissuunta, ja \mathbf{v} katselupiste. [18]

Mikko Yllikäinen huomautti pro gradu -tutkielmassaan [18], ettei tarkkaa arvioita objektiin koosta kannata selvittää, jos halutaan selville vain suuruusjärjestys. Yllikäinen yksinkertaistaa kaavan muotoon

$$\begin{aligned} a &= \frac{r}{\mathbf{d} \cdot (\mathbf{c} - \mathbf{v})} \\ &\approx \frac{r}{\sqrt{(c_x - v_x)^2 + (c_y - v_y)^2 + (c_z - v_z)^2}} \\ &\propto \frac{r}{(c_x - v_x)^2 + (c_y - v_y)^2 + (c_z - v_z)^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Yllikäinen nimittää tällä kaavalla muodostetu suuruusjärjestyksen käyttämistä yksityiskohtien karsinnassa kontribuutiokarsinnaksi (engl. *contribution culling*). On huomattava, että tällainen karsinta ei ole mahdollista paralleliprojektionaisemissa, joissa katseluetäisyys ei vaikuta objektiin kokoon. [18]

3.6 Pisteiden valinta

4 Tietorakenteen arvointi

4.1 Tietorakenteen rakentaminen ja lataaminen

4.2 Visualisointi

4.3 Pisteiden valitseminen

4.4 jotain muuta?

4.5 jotain muuta?

5 Johtopäätökset

Viitteet

- [1] T. W. Marc Levoy, Technical report, Computer Science Department, University of North Carolina at Chapel Hill (unpublished).
- [2] T. Qu ja W. Sun, Journal of Civil Engineering and Architecture **9**, 1269 (2015).
- [3] H. Rauno *et al.*, Technical report, Tiehallinto (unpublished).
- [4] C. Scheiblauer ja M. Pregebaumer, in *Proceedings of the 16th International Conference on Cultural Heritage and New Technologies* (PUBLISHER, 2011), pp. 242–247.
- [5] v. . Verkkolähde, <https://www.carnuntum.at/en/science-history/carnuntum-in-roman-times>.
- [6] F. Menna *et al.*, ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences **XLI-B5**, 675 (2016).
- [7] J. Hecht, Optics and Photonics News **29**, 26 (2018).
- [8] J. Huhtanen, Helsingin sanomat .
- [9] L. G. AG, 2018.
- [10] J. Fabritius, Opinnäytettyö, Tampereen ammattikorkeakoulu, 2009.
- [11] P. W. Theiler, Ph.D. thesis, ETH Zürich, 2015.
- [12] C. M. Huang ja Y.-H. Tseng, in *29th Asian Conference on Remote Sensing 2008, ACRS 2008, 29th Asian Conference on Remote Sensing 2008, ACRS 2008* (PUBLISHER, 2008), pp. 1925–1930.
- [13] M. Berger *et al.*, Computer Graphics Forum (2016).
- [14] J. Giesen ja F. Cazals, (2006).
- [15] H. Houshiar, J. Elseberg, D. Borrmann ja A. Nuchter, Geo-spatial Information Science **18**, (2015).
- [16] M. Piipponen, Opinnäytettyö, Satakunnan ammattikorkeakoulu, 2012.
- [17] Aveva, AVEVA Laser Modeller.
- [18] M. Yllikäinen, Master's thesis, 2013.
- [19] CADMATIC, Keskustelut CADMATIC:n henkilöstön kanssa, 2019.
- [20] S. Rusinkiewicz ja M. Levoy, Proceedings of SIGGRAPH **2000**, (2001).
- [21] C. Dachsbaecher, C. Vogelsgang ja M. Stamminger, ACM Transactions on Graphics **22**, 657 (2003).

- [22] M. Wimmer ja C. Scheiblauer, in *Proceedings Symposium on Point-Based Graphics 2006*, Eurographics (Eurographics Association, 2006), pp. 129–136.
- [23] J. Yang, R. Li, Y. Xiao ja Z.-G. Cao, in *3D reconstruction from non-uniform point clouds via local hierarchical clustering* (PUBLISHER, 2017), p. 1042038.
- [24] J. Davidsson, Technical report, 3point Oy, Lapinlahdenkatu 16 00180 Helsinki (unpublished).
- [25] C. Scheiblauer, Ph.D. thesis, Institute of Computer Graphics and Algorithms, Vienna University of Technology, Favoritenstrasse 9-11/186, A-1040 Vienna, Austria, 2014.
- [26] M. Sch Master's thesis, .
- [27] v. . Verkkolähde, <https://www.nvidia.com/en-gb/design-visualization/quadro/rtx-8000/>.
- [28] v. . Verkkolähde, https://www.khronos.org/opengl/wiki/Buffer_Object_Streaming.
- [29] v. . Verkkolähde, https://www.khronos.org/opengl/wiki/Sync_Object.
- [30] T. Akenine-Moller, T. Moller ja E. Haines, *Real-Time Rendering*, 2nd ed. (A. K. Peters, Ltd.Natick, MA, USA, 2002).