

2-2. 다항 함수, 지수 함수, 로그 함수, 삼각 함수

1. 다항 함수(Polynomial Function)

정의

다항 함수는 여러 차수의 항들이 합쳐진 형태의 함수입니다. 일반적인 다항 함수의 형태는 아래와 같습니다.

$$f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots + c$$

- 차수 : 함수에서 가장 높은 차수의 항이 함수의 차수를 결정합니다.
예를 들어,
 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 5$ 는 3차 함수입니다.
- 계수 : 각 항 앞에 있는 상수들을 계수라고 부릅니다.
예를 들어,
 $2x^3$ 에서 계수는 2입니다.

특징

- 차수가 높아질수록 함수의 그래프는 더 복잡해지며, 곡선의 구부러짐이 강해집니다.
- n 차 함수의 그래프를 $n-1$ 개의 굽어짐이 있습니다.
예를 들어, 3차 함수는 2번 구부러집니다.

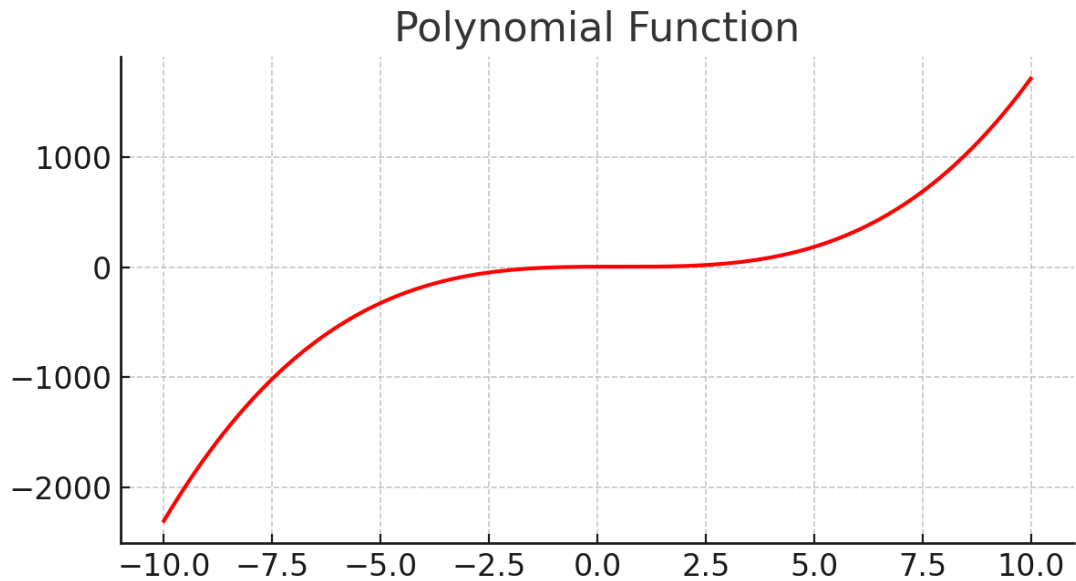
활용

다항 함수는 물리학, 경제학 등 다양한 분야에서 시스템의 복잡한 관계를 표현할 때 사용됩니다.

예를 들어, 물체의 운동을 나타내는 운동 방정식도 다항 함수 형태를 가질 수 있습니다.

- 그래프 예시

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 5$$



2. 지수 함수(Exponential Function)

정의

지수 함수는 변수가 지수에 위치하는 함수입니다. 가장 기본적인 형태는 아래와 같습니다.

$$f(x) = a^x$$

- a 는 밑(base)이라고 불리며, 일반적으로 $a > 1$ 입니다.
- 예 : $f(x) = 2^x$

특징

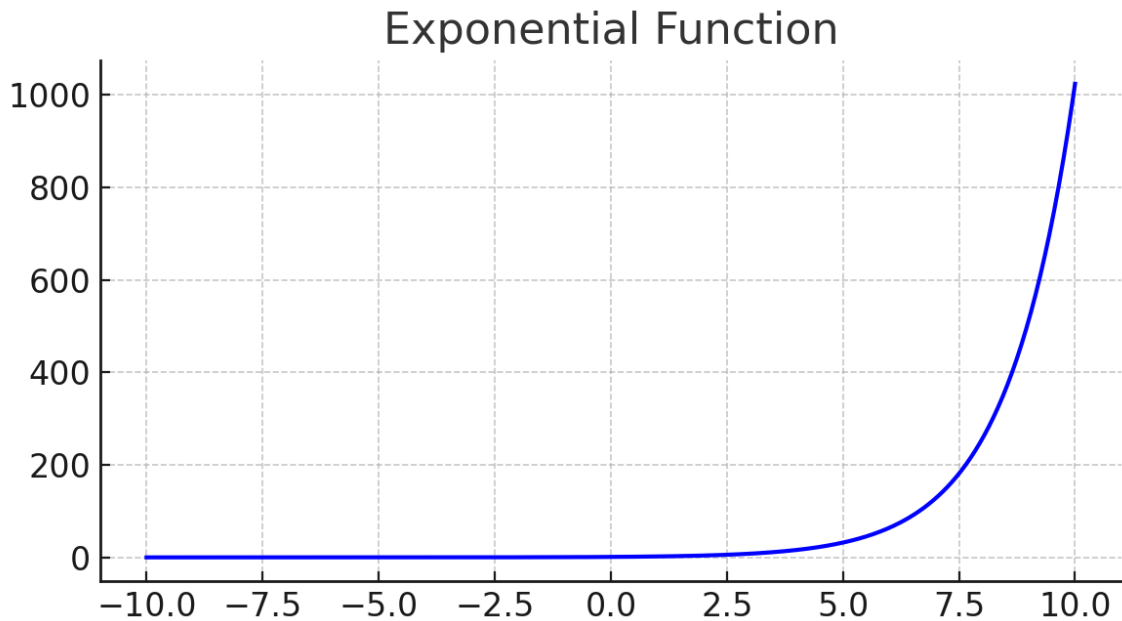
- 지수 함수는 매우 빠르게 증가하거나 감소합니다. $a > 1$ 일 경우, x 가 커질수록 $f(x)$ 는 급격하게 증가하고, x 가 작아질수록 $f(x)$ 는 0에 가까워집니다.
- 이 함수는 양의 실수 범위에서만 정의되며, 그 그래프는 항상 양수입니다.

활용

지수 함수는 딥러닝에서 사용되는 기하급수적 증가 또는 감소와 같은 패턴을 모델링하는데 사용됩니다. 또한 정규분포나 소프트맥스(Softmax)같은 함수에서 지수 함수는 매우 중요한 역할을 합니다.

- 그래프 예시

$$f(x) = 2^x$$



3. 로그 함수 (Logarithmic Function)

정의

로그 함수는 지수 함수의 역함수입니다. 그 일반적인 형태는 다음과 같습니다

$$f(x) = \log_b(x)$$

- b 는 밑(base)이며, 일반적으로 2, 10 또는 자연상수 e 를 사용합니다.
- 예 : $f(x) = \log_2(x)$

특징

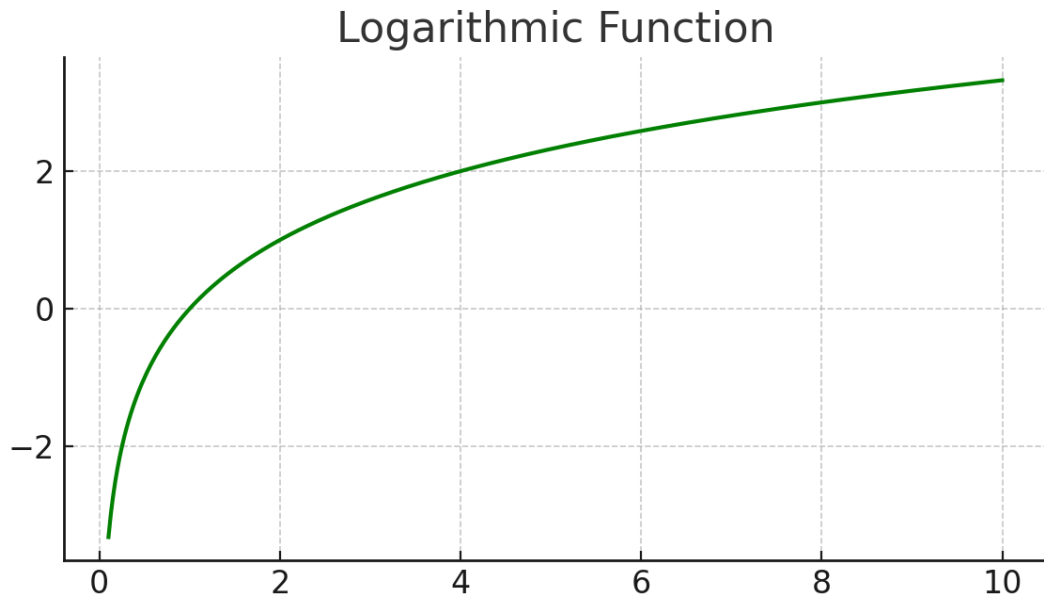
- 로그 함수는 x 가 커질수록 느리게 증가합니다.
- 역함수 관계: a^x 와 $\log_a(x)$ 는 서로 역함수 관계를 가지므로, 지수 함수의 출력을 다시 입력으로 돌려받을 수 있습니다.

활용

로그 함수는 데이터의 크기 차이를 줄이는 역할을 합니다. 딥러닝에서는 Cross Entropy Loss등에서 로그 함수가 활용됩니다. 이 외에도 정보 이론에서 정보량을 계산할 때 로그 함수를 사용합니다.

- 그래프 예시

$$f(x) = \log_2(x)$$



4. 삼각 함수 (Trigonometric Function)

정의

삼각 함수는 각도에 대한 함수를 나타내며, 주기적인 패턴을 갖습니다. 기본적인 삼각 함수는 다음과 같습니다.

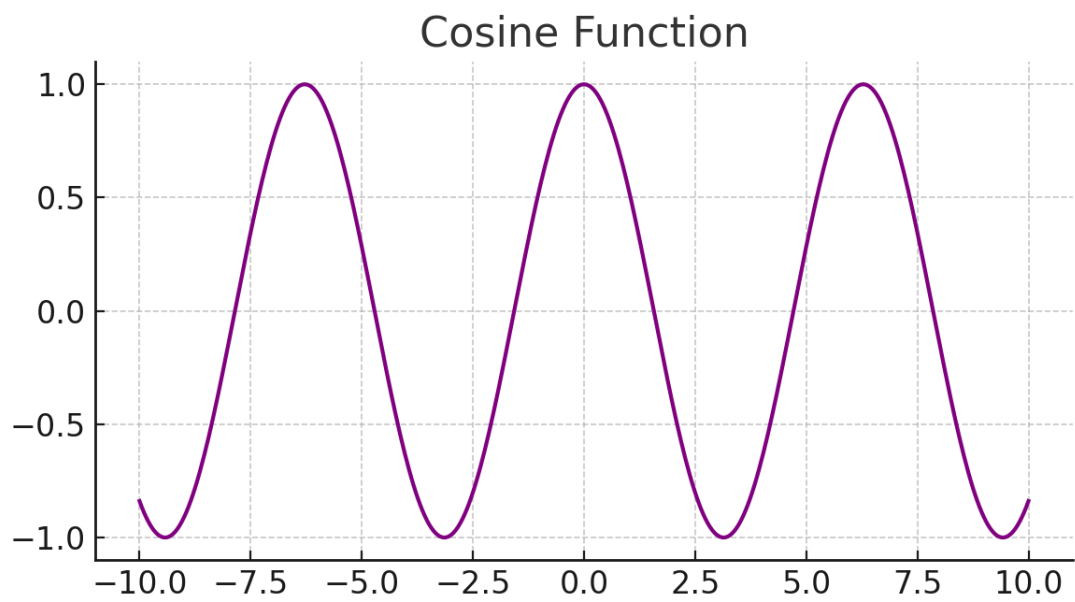
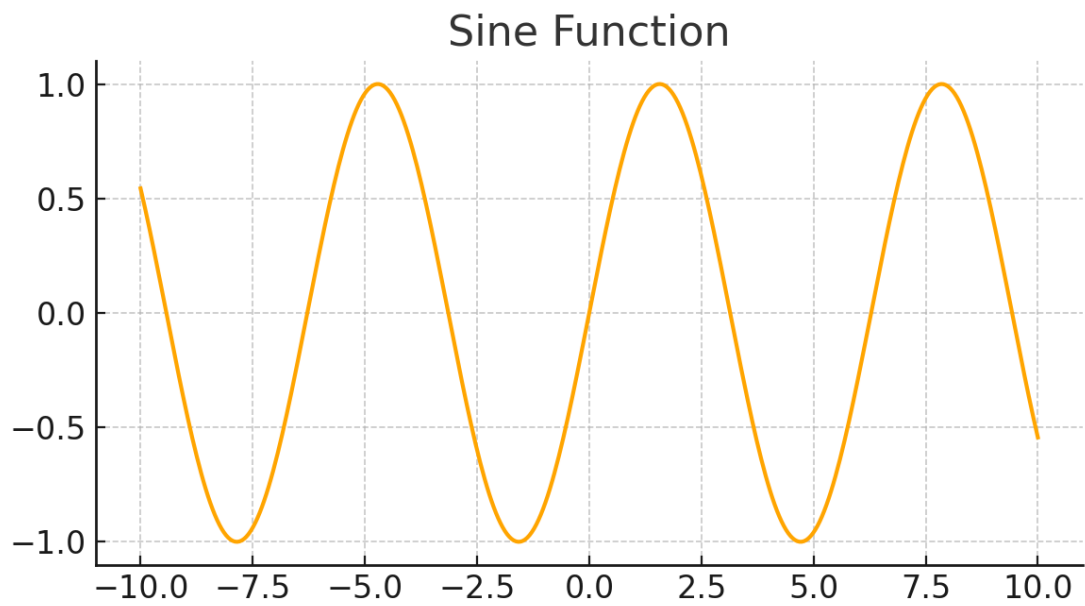
- $\sin(x)$: 사인 함수
- $\cos(x)$: 코사인 함수
- $\tan(x)$: 탄젠트 함수

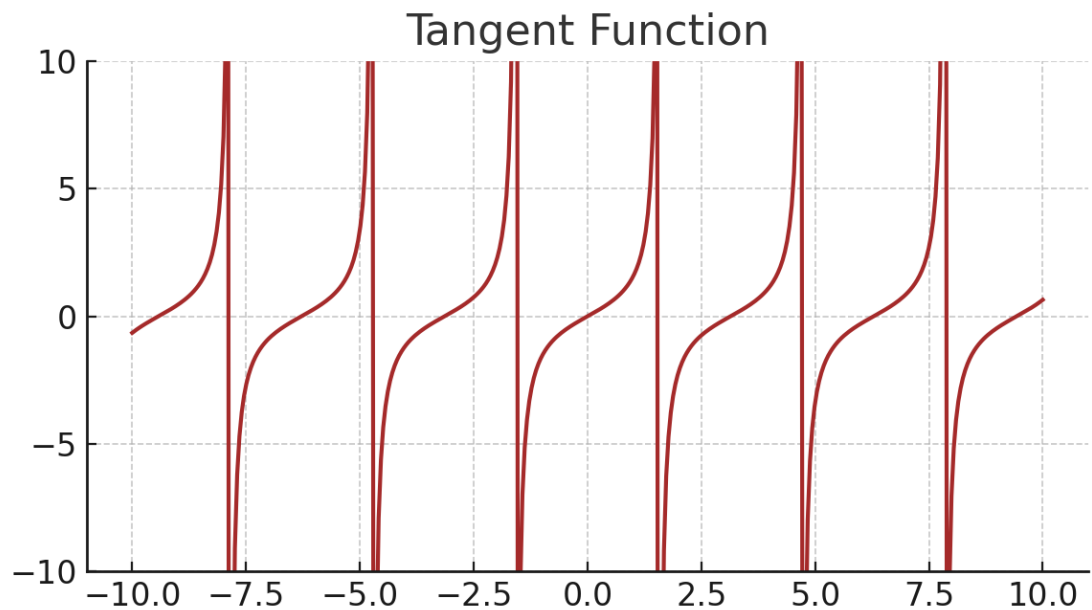
특징

- 삼각 함수는 주기성을 가지고 있으며, 2π 주기로 반복됩니다.
- $\sin(x)$ 와 $\cos(x)$ 는 -1과 1 사이의 값을 가지며, 서로 위상 차이를 갖습니다.
- $\tan(x)$ 는 주기적으로 무한대에 가까워지며, 그 주기는 π 입니다.

활용

삼각 함수는 물리학에서 주기적인 현상을 설명하는데 많이 사용됩니다. 예를 들어, 파동의 움직임, 전자기파의 주기적 변화 등을 나타낼 수 있습니다. 딥러닝에서는 주기적인 데이터를 처리하는 신경망에서 사용될 수 있습니다.





5. 각 함수의 응용 및 그래프 분석

위에서 생성된 그래프는 각 함수의 특징을 시각적으로 표현한 것입니다. 각각의 함수가 특정한 형태를 가지며, 주어진 문제의 맥락에 맞는 함수 유형을 선택하는 것이 중요합니다.

- 다항 함수는 복잡한 관계를 모델링 하는데 유용하며, 딥러닝에서도 고차원 비선형 관계를 표현할 때 중요한 개념입니다.
- 지수 함수와 로그 함수는 서로 역함수 관계를 가지며, 딥러닝의 손실 함수 계산에서 매우 중요합니다.
- 삼각 함수는 주기성을 가진 데이터를 모델링하는데 사용되며, 시계열 데이터 처리나 신호 처리에서 유용하게 사용됩니다.