



Studienarbeit

im Fach Financial Econometrics
Master of Science
in Stochastic Engineering in Business and Finance

an der Fakultät für Informatik und Mathematik an der
Hochschule München

Performanceanalyse eines multivariaten Portfolios mittels eines Copula-GARCH-Modells

Eingereicht bei
Herrn Prof. Dr. Holger Fink

Eingereicht von Johannes Pagel
Matr. Nr.: 28558520
Bussardstraße 4
82194 Gröbenzell
Johannes_Pagel@hotmail.de

Abgabetermin 09. August 2020
Wortanzahl 2.728

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Autokorrelation von Finanzzeitreihen	1
3	Performanceanalyse mittels eines Copula-GARCH-Modells	2
3.1	Das maximale Verlustlevel	4
3.2	Das Level des Value-at-Risk	5
3.3	Die Frequenz der Umschichtung des Portfolios	7
3.4	Die Anzahl der Tage im Rolling-Window	8
3.5	Interaktion Frequenz der Umschichtung und Anzahl der Tage im Rolling-Window	9
4	Value-at-Risk Backtesting	10
4.1	Unconditional Coverage Test nach Kupiec	11
4.2	Conditional Coverage Test nach Christoffersen	12
5	Fazit	13
	Abbildungsverzeichnis	14
	Tabellenverzeichnis	15
	Literatur	16

1 Einleitung

Die folgende Arbeit beschäftigt sich mit den finanzökonometrischen Grundlagen von uni- und multivariaten Finanzzeitreihen. Dabei wird zunächst die Autokorrelation des MSCI geschätzt, dessen Ergebnisse untersucht und Rückschlüsse auf weitere Finanzzeitreihen gezogen. Diese Resultate tragen dazu bei, die Performanceanalyse eines multivariaten Portfolios, bestehend aus dem MSCI World, DBA und dem SLV mithilfe eines Copula-GARCH-Modells durchzuführen. Dabei werden unterschiedliche Parameter-Konfigurationen analysiert und verglichen. Das Modell wird abschließend zwei Backtests unterzogen werden, um den Value-at-Risk - einen der zentralen Bausteine der Handelsstrategie - überprüfen zu können.

2 Autokorrelation von Finanzzeitreihen

Im ersten Abschnitt dieser Arbeit wird die Autokorrelation der Finanzzeitreihe des MSCI untersucht. Die technischen Grundlagen der Autokorrelation werden hier nicht weiter ausgeführt. Vielmehr ist die Intension dieses Abschnitts, aufzuzeigen, welche Modellspezifikationen im ARMA-Teil des Copula-GARCH-Modell gewählt werden sollten. Dafür wird zunächst die Autokorrelation der log-Renditen innerhalb der Zeitreihe mit lag = 1 untersucht werden. Das bedeutet, es wird die Korrelation der log-Renditen im Zeitverlauf mit sich selbst, verschoben um eine Zeiteinheit, errechnet. Für die Autokorrelation des MSCI ergibt sich ein Wert von ungefähr -0.0884, was einen sehr geringen negativen Zusammenhang zwischen log-Rendite von heute und log-Rendite von morgen indiziert. Der Betrag dieser Korrelation ist so gering, dass man auf gängigen alpha-Niveaus von keinem signifikanten Zusammenhang sprechen kann. Diese Erkenntnis wird mit Hilfe eines ARMA(p,q)-Modells überprüft werden. Dafür wählen wir für p (den lag für die Autoregression) einen Wert von 1 und für q (den lag für das gleitende Mittel) von 0. Auch diese Betrachtung stützt das Ergebnis der vorherigen Untersuchung: Durch das Modell wird ein ar1-Term von -0.0884 geschätzt. Auch dies spricht gegen eine signifikante Autokorrelation innerhalb der Zeitreihe des MSCI World. Dies ist keine Feststellung, die nur auf die Renditen dieses Indexes beschränkt ist. In der Vergangenheit haben sich mehrere Autoren damit beschäftigt, durch vergangene Renditen, zukünftige Renditen schätzen zu können und sich dabei einen Vorteil am Markt verschaffen zu können. In diesem Zusammenhang ist Fama (1970) und seine Effizienzmarkthypothese zu erwähnen. In der schwächsten Form der Hypothese beschreibt er, dass es generell schwierig sei, signifikante Autokorrelationen in Finanzzeitreihen erkennen zu können. Diese Erkenntnis wird im folgenden Teil der Arbeit genutzt, um das Copula-GARCH-Modell sinnvoll spezifizieren zu können.

3 Performanceanalyse mittels eines Copula-GARCH-Modells

Wie eingangs erwähnt, wird im Folgenden die Performanceanalyse eines multivariaten Portfolios mittels eines Copula-GARCH-Modells vorgenommen. Das Portfolio beinhaltet den MSCI World Index (MSCI), den Invesco DB Agriculture Fund (DBA), den iShares Silver Trust (SLV) und bloßes Halten des Geldes. Beim MSCI ¹ handelt es sich um einen internationalen Index, bestehend aus über 1.600 Einzelwerten aus verschiedenen Branchen. Der DBA ² ist ein ETF aus der Landwirtschaftsbranche, während der SLV ³ den Silber Preis widerspiegelt.

Diese drei Finanzzeitreihen bilden gemeinsam mit der Option, das Geld nicht zu investieren, das Portfolio, welches in den folgenden Ausführungen optimiert werden soll. Auch hier wird der Fokus weniger auf den theoretischen Grundlagen liegen als auf der praktischen Anwendung des Modells. Trotzdem müssen ein paar grundlegende Systematiken des vorliegenden Modells aufgegriffen werden. Der Name des Modells setzt sich aus zwei verschiedenen Aspekten zusammen: dem GARCH-Modell und der Copula.

Das GARCH-Modell bietet den Vorteil, dass es Zeitreihen mit zeitabhängigen (heteroskedastischen) Standardfehlern modellieren kann. Diese Eigenschaft wird genutzt, um Standardfehler zukünftiger Renditen simulieren zu können. Da die Prognose von Renditen fast ausschließlich durch ihre Standardfehler determiniert sind, eignet sich das Modell gut, um Renditen mit den geschätzten Eigenschaften zu simulieren. Bei der Spezifikation dieses Modells werden die Ergebnisse des vorherigen Kapitels genutzt und somit der ARMA-Teil des GARCH-Modells auf (0,0) gesetzt [Bollerslev (1986)].

Des Weiteren sind die gewählten Finanzzeitreihen trotz ihrer Diversität sehr wahrscheinlich miteinander korreliert. Dieser Zusammenhang kann anhand von Copulae aufgegriffen und in Simulationen wiedergegeben werden [Fink et al. (2017)].

Für die Optimierung der Anteile der Finanzinstrumente innerhalb des Portfolios wird der Optimierungsalgorithmus „Differential Evolution“ verwendet, welcher geeignet ist, globale Minima einer Funktion zu finden [Ardia et al. (2011)].

Diese Funktion besteht in der folgenden Handelsstrategie in erster Linie aus der Summe der negativen, mittleren Portfoliorendite, einem Bestrafungsterm für simulierte Portfoliorenditen, die unter ein festgelegtes Level (loss_level) fallen und einem weiteren Bestrafungsterm, der ungleich 0 ist, falls die Summe der Anteile im Portfolio größer 1 sind. In einer ersten Schätzung werden die Parameter des Modells zunächst durch einen Ausgangswert festgelegt und im weiteren Verlauf des Kapitels jeweils ceteris paribus modifiziert:

¹Yahoo! Finanzen – MSCI Inc (2020). Zugriff am 31. Juli 2020. Verfügbar unter <https://de.finance.yahoo.com/quote/MSCI?p=MSCI&tsrc=fin-srch/>.

²Yahoo! Finanzen – Invesco DB Agriculture Fund (2020). Zugriff am 31. Juli 2020. Verfügbar unter <https://de.finance.yahoo.com/quote/DBA?p=DBA&tsrc=fin-srch/>.

³Yahoo! Finanzen – iShares Silver Trust (2020). Zugriff am 31. Juli 2020. Verfügbar unter <https://de.finance.yahoo.com/quote/SLV?p=SLV&tsrc=fin-srch/>.

Tabelle 1 Die Parameter des Modells

Parameter	Funktion	Ausgangswert	Modifikation
n_window	Anzahl Tage für Vornahme der Schätzung	750	300
n_forecast	Frequenz der Portfolioumschichtung	100	50
n_paths	Anzahl der simulierten Pfade	1000	/
risk_level	Niveau Value-of-Risk	0,10	0,15
loss_level	Maximaler Verlust	0,10	0,15

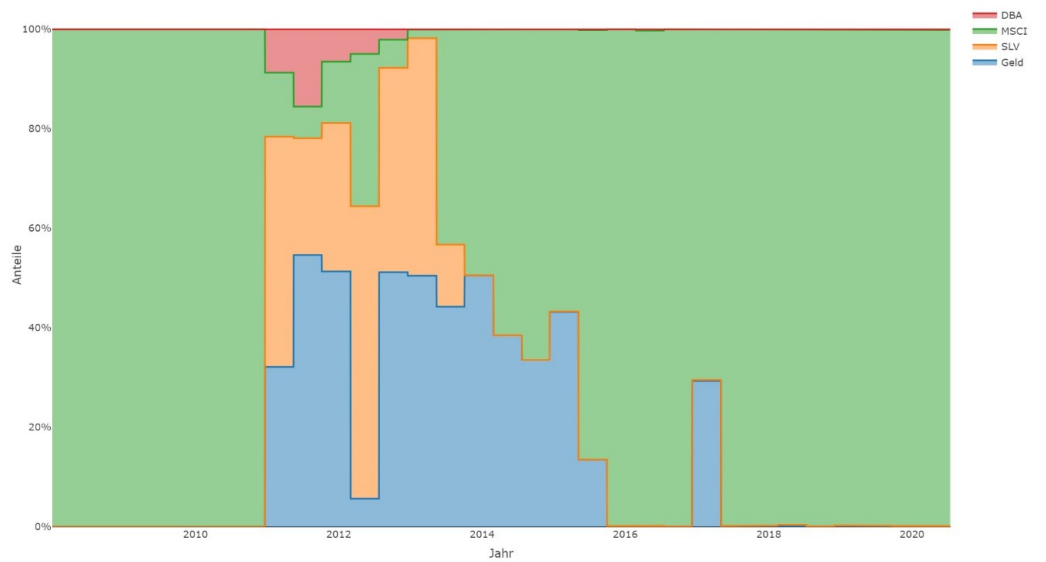
Die Ergebnisse der initialen Schätzung sind in Abbildung 1 erkennbar: Der grüne Graph beschreibt den Verlauf des MSCI, der rote die resultierende Handelsstrategie und der gelbe Graph spiegelt die Strategie eines gleichgewichteten Portfolios wider. Zur Vergleichbarkeit werden in den ersten 750 Tagen (in denen noch keine Schätzung vorliegt) 100% in den MSCI investiert. Ab Tag 751 entwickeln sich alle drei Zeitreihen abhängig von den Anteilen in den jeweiligen Finanzinstrumenten. Der Vergleich zwischen dem Verlauf des MSCI und der Handelsstrategie scheint zunächst ernüchternd, da der Portfoliowert der Strategie über die gesamte Zeitreihe hinweg stark unter dem MSCI verläuft.

Abbildung 1 Vergleich des Portfoliowertes der Strategie mit einem gleichgewichteten Portfolio und dem Wert des MSCI (initiale Parameterspezifikation)

Dabei ist jedoch zunächst so zu argumentieren, dass die Handelsstrategie eine weit geringere Volatilität aufweist, was unter anderem im starken Abfall durch die Corona-Krise zum Ausdruck gebracht wird. Vergleicht man zusätzlich den Wert des gleichgewichteten Portfolios, performt die Handelsstrategie des Modells deutlich besser. Abbildung 2 zeigt zusätzlich, wie die Strategie im Zeitverlauf die Gewichte auf die einzelnen Assets verteilt. Auch hier ist in den ersten 750 Tagen wieder 100% im MSCI erkennbar. Danach scheint es längere Zeit vorteilhaft, hauptsächlich in den SLV zu investieren und den Rest des Geldes ohne Investition zu halten. Gegen Anfang des Jahres 2017 steigt der MSCI stark an, weshalb die Strategie - mit einer Ausnahme im Jahr 2017 - bis ins Jahr 2020 fast ausschließlich

in den MSCI investiert. Trotz dieser positiven Ergebnisse ist in den nächsten Schritten das Ziel, durch Anpassung der Parameter im Modell weitere Verbesserungen der Portfolioperformance zu erzielen.

Abbildung 2 Struktur des Portfolios im Zeitverlauf (initiale Parameterspezifikation)



3.1 Das maximale Verlustlevel

Wie bereits in Tabelle 1 erwähnt, legt der Parameter `loss_level` fest, welchen maximalen Verlust der Halter des Portfolios bereit ist, zu tragen. Wenn man dieses Level *ceteris paribus* erhöht, sollte die Strategie bereit sein, höhere Anteile in den volatilen Assets zuzulassen. Genau diese Entwicklung ist in Abbildung 3 (bei einem erhöhten `loss_level` von 0,15) zu sehen: Da der Verlauf der Handelsstrategie dem des MSCI immer näherkommt, ist davon auszugehen, dass die Strategie mit höherem `loss_level` immer höhere Anteile in den MSCI investiert, anstatt das Geld zu halten. Somit performt die Portfoliostrategie zwar besser als das Ausgangsmodell, weist jedoch auch eine deutlich höhere Volatilität auf.

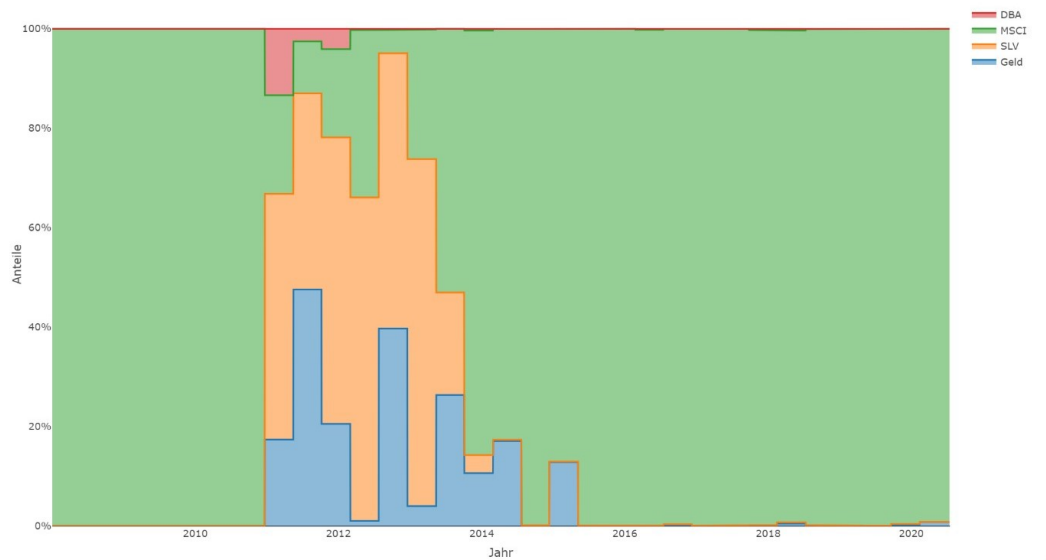
Die Verschiebung der Anteile vom Halten des Geldes in Richtung des MSCI wird zusätzlich durch Abbildung 4 bestätigt. Besonders ab dem Jahr 2014 sind erhebliche Unterschiede zwischen der Optimierung unter einem Verlustrisiko von 10% im Vergleich zu 15% erkennbar, da die Strategie fast ausschließlich in den volatilen MSCI investiert und dessen positive Renditen realisieren kann. Eine Senkung des Verlustrisikos würde entgegengesetzte Effekte mit sich bringen. Dies bedeutet eine Umschichtung der Anteile in Richtung Risikoaversion durch bloßes Halten des Geldes. Zusammenfassend lässt sich somit festhalten, dass das Verlustrisiko nach Interesse des Portfoliohalters festgelegt wird. Bei höherer Risikobereitschaft legt die Strategie höhere Anteile der Assets fest, wodurch höhere Gewinne, aber auch höhere Verluste realisiert werden können. Ein risikoaverser Anleger würde hin-

Abbildung 3 Vergleich des Portfoliowertes der Strategie mit einem gleichgewichteten Portfolio und dem Wert des MSCI (Erhöhung des Verlustlevels ceteris paribus auf 0,15)



gegen ein geringeres Verlustrisiko wählen, um große Schwankungen seines Portfoliowerts zu vermeiden.

Abbildung 4 Struktur des Portfolios im Zeitverlauf (Erhöhung des Verlustlevels ceteris paribus auf 0,15)



3.2 Das Level des Value-at-Risk

In einer weiteren Modifikation wird das risk_level ceteris paribus von 0,10 auf 0,15 geändert. Wie eingangs angedeutet, legt dieser Parameter das Level des Value-at-Risk der simulierten Portfoliorendite fest. Wenn man dieses Level nun anhebt, werden in der Opti-

merungsfunktion zunächst höhere Verluste toleriert.

Abbildung 5 Vergleich des Portfoliowertes der Strategie mit einem gleichgewichteten Portfolio und dem Wert des MSCI (Erhöhung des Value-at-Risk-Levels ceteris paribus auf 0,15)

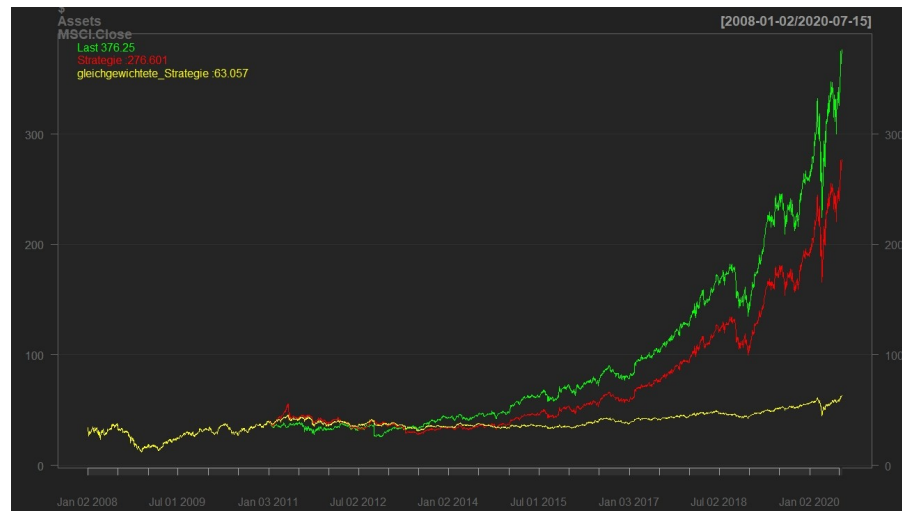
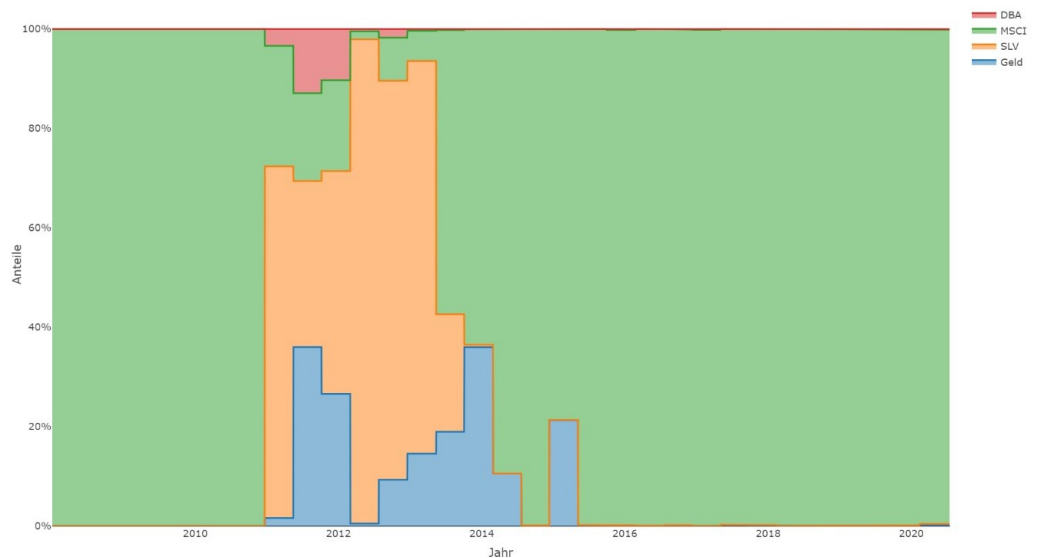


Abbildung 6 Struktur des Portfolios im Zeitverlauf (Erhöhung des Value-at-Risk-Levels ceteris paribus auf 0,15)



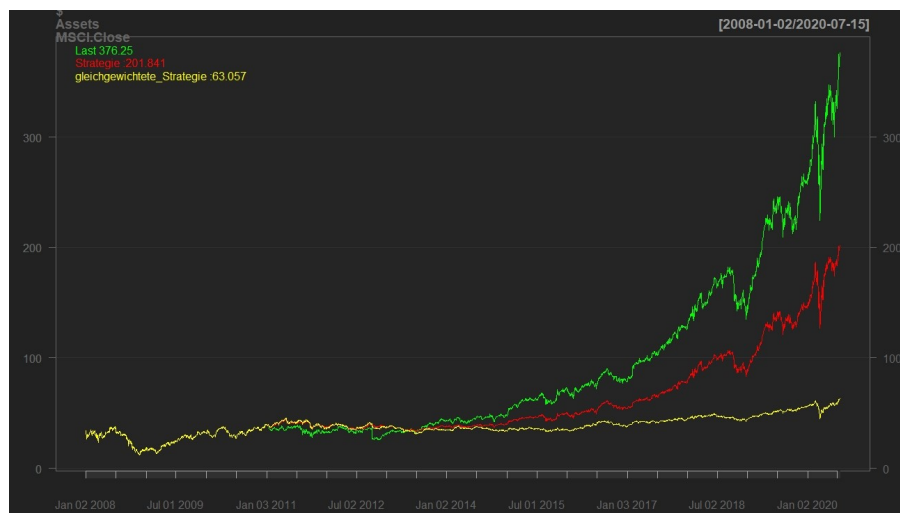
Höherer Verlust meint im Kontext des Value-at-Risks, die für den Anleger vorteilhafteste Rendite der 15% ungünstigsten Fälle. Diese, durch die Hebung des Levels, verursachten höheren Verluste werden dann zunächst annualisiert und in der Optimierungsfunktion mit dem Verlustrisiko verglichen. Wenn diese Verlustquantile der simulierten Rendite die maximale Verlustbreitschaft (loss_level) übersteigt, resultiert ein positiver Strafterm in der Optimierungsfunktion. Dies wird durch die Optimierung vermieden, indem die Anteile angepasst werden und somit das maximale Verlustlevel nicht unterschritten wird. Diese Erkenntnis bestätigt sich auch in den Anteilen von Abbildung 6, da trotz einer Erhöhung des Levels um 5% die Strategie bis ins Jahr 2015 an einer risikoaversen Haltung festhält

und erst danach zu 100% in den MSCI investiert. Durch diese Verzögerung kommt die Differenz zwischen dem MSCI und der Handelsstrategie zustande (Abbildung 4). Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Strategie trotz der Anpassung des VaR-Levels kaum risikofreundlicher wird, da die Optimierung eine gleichzeitige Erhöhung des Verlustlevels verlangt, um höhere Anteile in volatilen Indizes zu tolerieren.

3.3 Die Frequenz der Umschichtung des Portfolios

An nächster Stelle wird die Frequenz der Umschichtung verändert. Wie eingangs erwähnt legt dieser Wert die Frequenz der Neustrukturierung der jeweiligen Anteile innerhalb des Portfolios fest. Dies kann Vor- und Nachteile mit sich bringen. Einerseits kann somit schneller auf akute Kursschwankungen reagiert werden, somit Verluste vermieden und kurzfristige Anstiege der Assets mitgenommen werden. Dies kann jedoch nur in Verbindung mit einer gleichzeitigen Reduktion des Parameters n_window einen Vorteil mit sich bringen, da sonst die aktuellen Kursbewegungen in dem breiten Fenster der Schätzung untergehen. Deshalb wird nach der ceteris paribus Betrachtung der beiden Parameter ($n_forecast$ und n_window) die Interaktion der beiden Parameter genauer untersucht. Andererseits muss ebenfalls erwähnt werden, dass in der Realität bei Umschichtungen immer Transaktionskosten anfallen, die bei einer erhöhten Frequenz der Neustrukturierung stark ins Gewicht fallen können. Dieser Effekt ist in der vorliegenden Schätzung zwar außer Acht gelassen, sollte jedoch bei Evaluierung der Modifikation berücksichtigt werden.

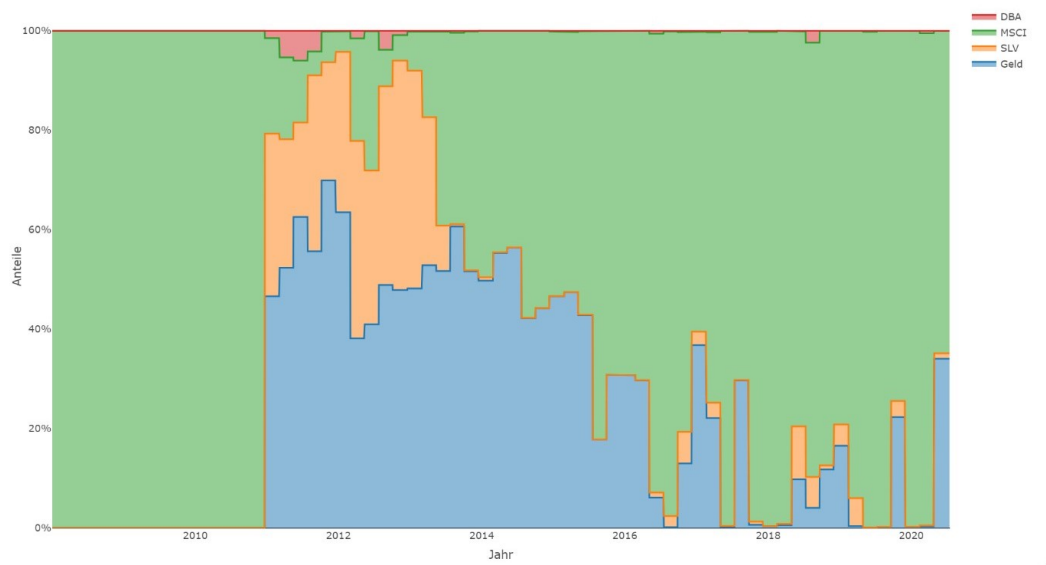
Abbildung 7 Vergleich des Portfoliowertes der Strategie mit einem gleichgewichteten Portfolio und dem Wert des MSCI (Erhöhung der Frequenz der Umschichtung ceteris paribus auf 50 Tage)



Um die unterschiedlichen Effekte auf die Performance durch Veränderung der Frequenz zu veranschaulichen wurde im Folgenden die Frequenz der Umschichtung auf 50 Tage reduziert. Zunächst sieht man hier eine deutlich differenzierte Darstellung der Anteile und

deren Anpassungen. Bei Betrachtung des Portfoliowerts (Abbildung 7) über den Zeitverlauf hinweg fällt auf, dass die Strategie schlechter performt als im initialen Modell. Die Ursache dessen kann durch die Gewichtsverteilung der Assets besonders gegen Ende der Zeitreihe erklärt werden. In volatilen Phasen des MSCI fällt die Schätzung des erwarteten Risikos im GARCH-Modell vergleichsweise hoch aus. Durch die frequentierten Neuanspassungen scheint der Algorithmus die Nebenbedingung des festgelegten Verlustrisikos (in Form des Strafterms) zu berücksichtigen und hält vorzugsweise höhere Anteile an Geld, anstatt es zu investieren. Außerdem wird vermehrt in den SLV investiert, da dieser im Zeitraum Juli 2018 bis Anfang 2020 eine geringere Volatilität mit sich bringt.

Abbildung 8 Struktur des Portfolios im Zeitverlauf (Erhöhung der Frequenz der Umschichtung ceteris paribus auf 50 Tage)



3.4 Die Anzahl der Tage im Rolling-Window

Als letzter Parameter wird die Anzahl der Tage im Rolling-Window untersucht. Wie im vorherigen Abschnitt kurz erwähnt, bestimmt dieser Parameter die Länge des jeweiligen Zeitraums, für den die Copula-GARCH Modell Schätzung vorgenommen wird. Durch Verringerung dieses Zeitfensters auf 300 Tage fallen jüngere Kursbewegungen in der Schätzung stärker ins Gewicht. Dadurch enthält die Schätzung aktuellere Kursbewegungen und könnte auf diese theoretisch besser reagieren. Auf der anderen Seite wird die Schätzung durch eine geringere Menge an Trainingsdaten instabiler. Scheinbar überwiegt dieser Nachteil: Abbildung 9 zeigt bei Reduktion der n_window auf 300 eine Verschlechterung der Performance im Vergleich zum Anfangsmodell. Wie in Abbildung 10 erkennbar, ist diese Verschlechterung besonders auf den Beginn der Zeitreihe zu begründen. Die Pfade bewegen sich nun schon ab Tag 301 auseinander. Da MSCI in den 300 Tagen der ersten Schätzung sehr schwach performt, wählt die Strategie den sicheren Weg und hält hohe Anteile

an Geld. Ab Tag 301 steigt der MSCI jedoch stark an, während die Strategie – im Vergleich zu den Perioden zuvor und danach – geringe Anteile des MSCI hält.

Abbildung 9 Vergleich des Portfoliowertes der Strategie mit einem gleichgewichteten Portfolio und dem Wert des MSCI (Senkung der Tage innerhalb des Rolling-Windows auf 300 Tage)

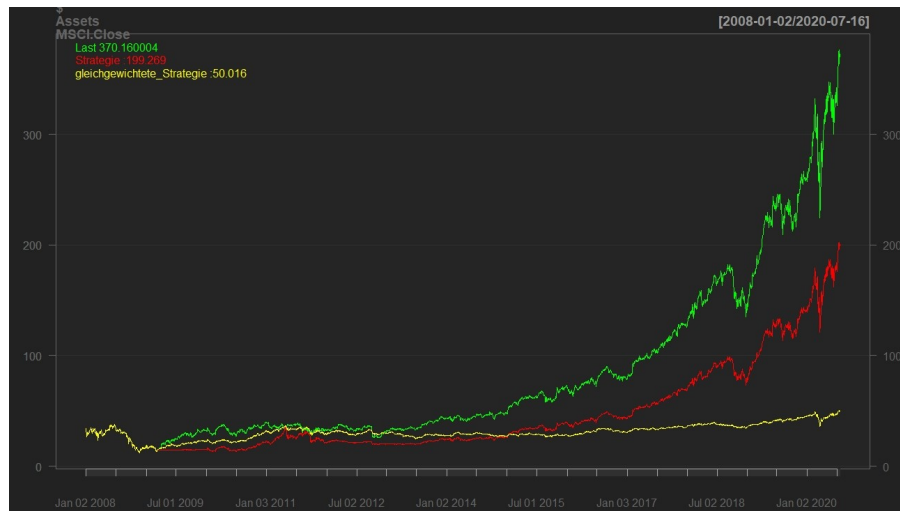
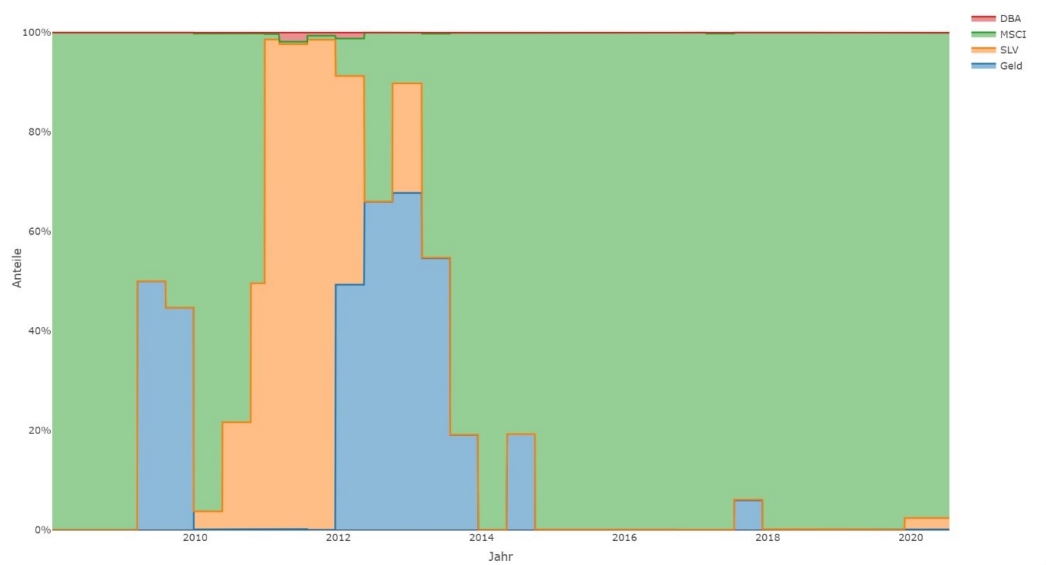


Abbildung 10 Struktur des Portfolios im Zeitverlauf (Senkung der Tage innerhalb des Rolling-Windows auf 300 Tage)



3.5 Interaktion Frequenz der Umschichtung und Anzahl der Tage im Rolling-Window

In einer abschließenden Betrachtung werden nun die Parameter n_{forecast} und n_{window} gleichzeitig erhöht. Damit werden die vorherigen Vermutungen in der Interaktion der beiden Parameter untersucht. Die Frequenz der Umschichtung wird auf 50 Tage geändert, während das neue Zeitfenster der Schätzung nur noch 300 Tage beträgt. Damit können

einerseits die Anteile der Indizes deutlich frequenter angepasst werden, andererseits sind aktuellere Kursverläufe in der Schätzung höher gewichtet. Bei Betrachtung von Abbildung 11 fällt jedoch auf, dass diese gemeinsame Anpassung entgegen den Erwartungen schlechter ausfällt. Möglicherweise ist auch hier das Zeitfenster zu gering, um eine stabile Schätzung durchführen zu können. Besonders Abbildung 12 zeigt, dass die Strategie trotz gleichen Risikolevels deutlich risikoaverser vorgeht, da die Anteile über den gesamten Zeitraum deutlich verteilter sind. Dies kann, wie eingangs erwähnt, ebenso Vorteile mit sich bringen, da der Portfoliowert deutlich weniger schwankt, was besonders im Zeitraum 2012 bis 2015 zu beobachten ist. Durch das diverse Portfolio werden die hohen Kursanstiege des MSCI nicht mitgenommen, weshalb die Strategie in dieser Situation deutlich geringere Renditen aufweist.

Abbildung 11 Vergleich des Portfoliowertes der Strategie mit einem gleichgewichteten Portfolio und dem Wert des MSCI (Gleichzeitige Erhöhung der Frequenz der Umschichtung auf 50 Tage und Senkung der Tage innerhalb des Rolling-Windows auf 300 Tage)

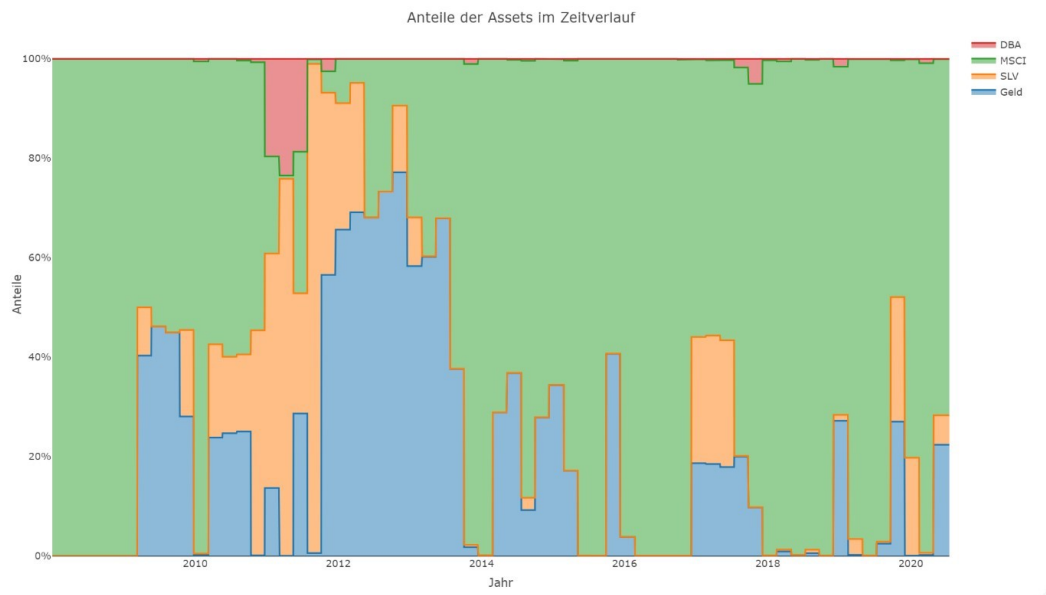


4 Value-at-Risk Backtesting

Wie bereits im vergangenen Kapitel beschrieben, basiert die letztendliche Gewichtung der Indices innerhalb des Portfolios stark auf der Angabe eines Verlustrisikos sowie des Levels für den Value of Risk. Deshalb wird in diesem Abschnitt untersucht, wie gut die Strategie die Anforderungen, auf denen sie aufgebaut ist, einhält. Durch die Vorgabe eines Value-of-Risk-Levels von 10% soll die Portfoliorendite in nur 10% der Fälle den berechneten Value-of-Risk (VaR) unterschreiten. Der VaR lässt sich auf unterschiedliche Weise betrachten, beispielsweise als absolute Portfoliowerte. Hier wird dagegen die Betrachtung der Renditen pro Periode gewählt, um den berechneten VaR zu evaluieren. Außerdem wird das initiale Modell aus Kapitel 3 Grundlage dieser Auswertungen sein.

Nachdem die Strategie in der anfänglichen Spezifikation alle 100 Tage ein Copula-GARCH

Abbildung 12 Struktur des Portfolios im Zeitverlauf (Gleichzeitige Erhöhung der Frequenz der Umschichtung auf 50 Tage und Senkung der Tage innerhalb des Rolling-Windows auf 300 Tage)



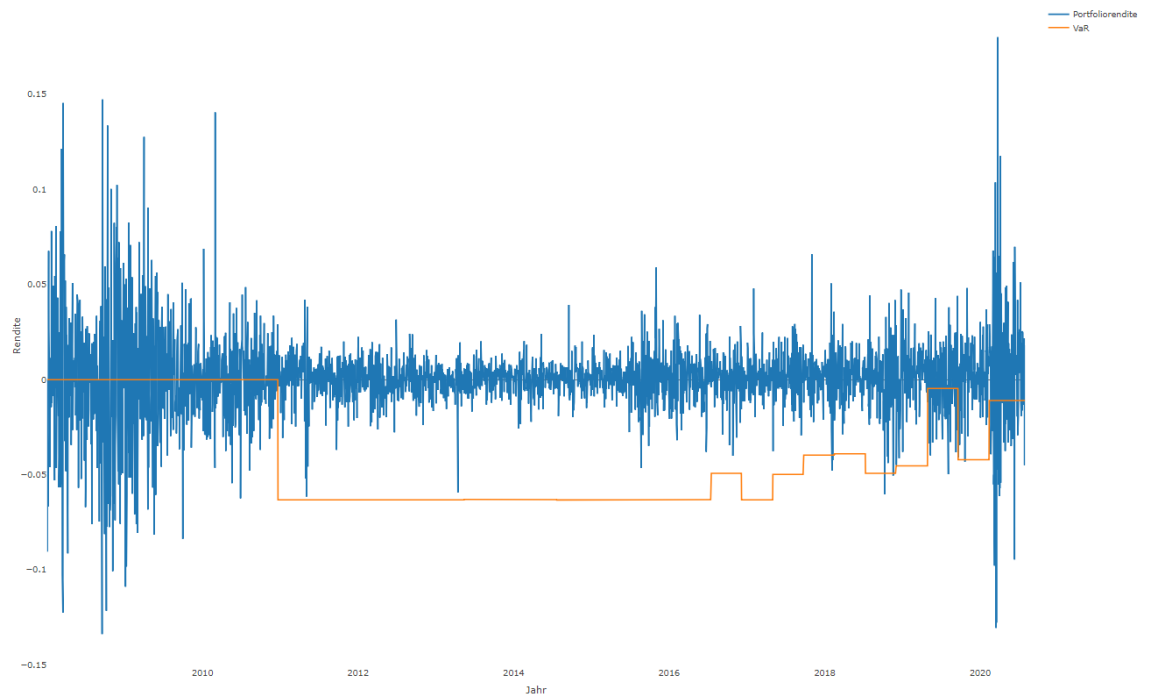
Modell schätzt und damit eine neue Portfoliozusammensetzung festlegt, ergibt es Sinn, auch für diese Zeitintervalle VaRs zu berechnen. Die geschätzten VaRs, basierend auf simulierten Renditen der Vorperiode in Form eines Rolling Windows sind in Abbildung 13 dargestellt. Hier ist bereits zu vermuten, dass die Strategie in den meisten Fällen die Bedingung des VaRs einhält. Um diese Vermutung genauer überprüfen zu können, werden in den folgenden beiden Abschnitten zwei unterschiedliche Vorgehensweisen des Backtestings vorgestellt und angewendet.

4.1 Unconditional Coverage Test nach Kupiec

Die erste Methode des VaR-Backtestings nennt sich Unconditional Coverage Test nach Kupiec und vergleicht die Vorgabe des VaR-Levels (10%) mit dem Anteil der tatsächlichen Überschreitungen der Portfoliorendite im betrachteten Zeitraum [Halilbegovic und Vehabovic (2016)].

Die Bezeichnung „unconditional“ erhält dieser Test daher, dass er rein die Anteile der Überschreitungen mit dem VaR-Level vergleicht, ohne dabei zu berücksichtigen, in welcher Struktur dieser Überschreitungen auftreten. Somit ist die Nullhypothese dieses Tests, dass der Anteil der Überschreitungen des geschätzten VaR dem Level dessen entsprechen. Da im Modell eine Länge des Rolling-Windows von 750 Tagen spezifiziert ist, ist es sinnvoll, diesen Vergleich erst ab Tag 751 vorzunehmen. Für den Test wird weiterhin das Paket „rugarch“ von Ghalanos und Kley (2020) verwendet. Der Test lehnt die Nullhypothese unter einem Signifikanzniveau von 5% ab. Somit kann auf diesem Niveau nicht davon ausgegan-

Abbildung 13 Vergleich der Portfoliorendite mit dem VaR im Zeitverlauf



gen werden, dass der Anteil der Überschreitungen des VaR dessen Level entspricht. Dies ist darauf begründet, dass in der Zeitreihe von 2418 ($= 3168 - 750$) Tagen nur 87 Überschreitungen (siehe Abbildung 13) auftreten. Das entspricht einem Anteil von nur ca. 3,6%. Da der Test nach Kupiec diesen Wert mit dem VaR-Level von 10% unter einem zweiseitigen Ablehnungsbereich vergleicht, ist die Ablehnung der Nullhypothese bei dieser erheblichen Abweichung der Anteile eine logische Schlussfolgerung. Dabei muss trotzdem differenziert werden, ob der Anteil der Überschreitungen signifikant größer oder kleiner als das Level des VaR ist. Da hier nur 3,6% der Tage eine Überschreitung stattfand ist das Ergebnis dieses Hypothesentests nicht weiter problematisch.

4.2 Conditional Coverage Test nach Christoffersen

Der zweite Test, anhand dessen die Handelsstrategie evaluiert wird, ist der Conditional Coverage Test nach Christoffersen (1998). Dieser geht nicht nur dem Anteil der Überschreitungen in den Potfoliorenditen nach, sondern bezieht auch die Unabhängigkeit der Überschreitungen des VaR mit ein. Unabhängigkeit meint in diesem Kontext, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Überschreitung unabhängig davon ist, ob am Tag zuvor eine Überschreitung stattgefunden hat. Somit beinhaltet die zugehörige Nullhypothese, dass die Anteile der Überschreitungen gleich dem festgelegten VaR-Level sind und die Überschreitungen des VaR-Levels unabhängig voneinander sind. Auch diese Nullhypothese kann nicht abgelehnt werden. Somit kann unter einem Signifikanzniveau von 5% weder von ei-

ner Gleichheit der Anteile, noch einer Unabhängigkeit der Überschreitungen ausgegangen werden. Dieses Ergebnis kann anhand von Abbildung 13 überprüft werden. Bei Betrachtung der Grafik fällt auf, dass (ab dem Zeitraum von 750 Tagen) kaum Überschreitungen stattfinden. Besonders im Zeitraum 2011 - 2016 verlaufen sämtliche Renditen oberhalb des VaR, der in diesem Zeitraum nur zwischen $-0,0630$ und $-0,0632$ schwankt. Im Januar 2018 finden dann die ersten Überschreitungen statt und von April 2019 bis November 2019 tritt das erste Cluster von Verletzungen des VaR auf. Das zweite große Cluster an Nichteinhaltungen innerhalb des betrachteten Zeitraums tritt ab März 2020 bis Juli 2020 durch die Coronakrise auf. Wenn in den Daten Cluster an Überschreitungen auftreten, spricht dies offensichtlich gegen eine Unabhängigkeit dieser. Auffällig ist ebenfalls, dass die Schätzung des VaR zur Portfoliorendite der Vorperiode (im Sinne der 100 Tages-Intervalle) passt. Weniger volatile Phasen dienen somit als Trainingsdaten für die Schätzung des VaR für die Folgeperiode. Wenn in diesen Folgeperioden hohe Schwankungen stattfinden, passen diese nicht zum VaR und es finden clusterähnliche Überschreitungen statt. Da die Handelsstrategie und deren Optimierung stark auf dem VaR - wie er in Abbildung 13 dargestellt ist - basiert, deutet dies auf mögliche Problematiken der Strategie hin.

5 Fazit

In der vorliegenden Arbeit wurde aufgezeigt, wie man mit Hilfe eines Copula-GARCH Modells eine Portfoliostrategie implementieren und optimieren kann. Dafür wurden zu Beginn Parameter festgelegt (Tabelle 1), und eine erste Schätzung durchgeführt. Bereits diese initiale Strategie weist hohe Kursgewinne des Portfoliowerts auf. Auch die Modifikationen der Parameter verzeichnen zunächst einige positive Effekte, bei manchen Veränderungen hingegen auch Verschlechterungen, weshalb am Ende das initiale Modell bevorzugt wird. Beispielsweise brachte die Anpassung des Verlustlevels in der multivariaten Zeitreihe starke Erfolge. Da dies fast ausschließlich auf die hohen Kursgewinne des MSCI gestützt ist, sollte die Anhebung des Verlustlevels in Abschnitt 3.1 nicht auf jede multivariate Zeitreihe pauschalisiert werden. In einem letzten Schritt wurde dann das initiale Modell dem Backtesting unterzogen. Dabei wird zwar deutlich, dass weniger Überschreitungen - als das VaR-Level vorgibt - stattgefunden haben, diese jedoch in Clustern auftreten. Da die Abhängigkeit der Überschreitungen möglichst vermieden werden sollte, könnten diese Verbesserungen Gegenstand zukünftiger Arbeiten darstellen.

Abbildungsverzeichnis

1	Vergleich des Portfoliowertes der Strategie mit einem gleichgewichteten Portfolio und dem Wert des MSCI (initiale Parameterspezifikation)	3
2	Struktur des Portfolios im Zeitverlauf (initiale Parameterspezifikation) . . .	4
3	Vergleich des Portfoliowertes der Strategie mit einem gleichgewichteten Portfolio und dem Wert des MSCI (Erhöhung des Verlustlevels ceteris paribus auf 0,15)	5
4	Struktur des Portfolios im Zeitverlauf (Erhöhung des Verlustlevels ceteris paribus auf 0,15)	5
5	Vergleich des Portfoliowertes der Strategie mit einem gleichgewichteten Portfolio und dem Wert des MSCI (Erhöhung des Value-at-Risk-Levels ceteris paribus auf 0,15)	6
6	Struktur des Portfolios im Zeitverlauf (Erhöhung des Value-at-Risk-Levels ceteris paribus auf 0,15)	6
7	Vergleich des Portfoliowertes der Strategie mit einem gleichgewichteten Portfolio und dem Wert des MSCI (Erhöhung der Frequenz der Umschichtung ceteris paribus auf 50 Tage)	7
8	Struktur des Portfolios im Zeitverlauf (Erhöhung der Frequenz der Umschichtung ceteris paribus auf 50 Tage)	8
9	Vergleich des Portfoliowertes der Strategie mit einem gleichgewichteten Portfolio und dem Wert des MSCI (Senkung der Tage innerhalb des Rolling-Windows auf 300 Tage)	9
10	Struktur des Portfolios im Zeitverlauf (Senkung der Tage innerhalb des Rolling-Windows auf 300 Tage)	9
11	Vergleich des Portfoliowertes der Strategie mit einem gleichgewichteten Portfolio und dem Wert des MSCI (Gleichzeitige Erhöhung der Frequenz der Umschichtung auf 50 Tage und Senkung der Tage innerhalb des Rolling-Windows auf 300 Tage)	10
12	Struktur des Portfolios im Zeitverlauf (Gleichzeitige Erhöhung der Frequenz der Umschichtung auf 50 Tage und Senkung der Tage innerhalb des Rolling-Windows auf 300 Tage)	11
13	Vergleich der Portfoliorendite mit dem VaR im Zeitverlauf	12

Tabellenverzeichnis

1	Die Parameter des Modells	3
---	-------------------------------------	---

Literatur

- Ardia, D., K. Boudt, P. Carl, K. M. Mullen und B. G. Peterson (2011). Differential Evolution with DEoptim. *The R Journal* Vol. 3/1.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* 31 (1986) 307-327. North-Holland.
- Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International economic review*.
- Fama, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, May 1970, pp. 383-417.
- Fink, H., Y. Klimova, C. Czado und J. Stöber (2017). Regime Switching Vine Copula Models for Global Equity and Volatility Indices. *Econometrics*, 5(1), 3.
- Ghalanos, A. und T. Kley (2020). Package 'rugarch'.
- Halilbegovic, S. und M. Vehabovic (2016). Backtesting Value at Risk Forecast: the Case of Kupiec Pof-Test. *European Journal of Economic Studies*, Vol. 17 Issue 3, p393-404. 12p. 7 Charts, 1 Graph..

Schriftliche Versicherung

Hiermit versichere ich, dass die vorliegende Arbeit von mir selbständig verfasst wurde und ich keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe. Weiterhin wurde diese Arbeit keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'J. Poll', is written over a horizontal line. The signature is fluid and cursive, with a large loop for the 'J' and a stylized 'Poll'.

München, den 8. August 2020