Se proponía hacer el ejercicio 51 del tema 3 de los apuntes:

51. Dentro de las redes estáticas las topologías n-cubo k-arias son unas de las que poseen mejores propiedades para construir multicomputadores escalables.
    a) Indica cuales con las características de Grado, Diámetro, Número de enlaces (bidireccionales), Bisección y Simetría de este tipo de redes.
    b) Dibuja una red 3-cubo 2-aria y una red 2-cubo 3-aria, numerando de forma dimensional sus nodos.
    c) Dibuja sobre una red 3-cubo 2-aria los caminos que seguirían los mensajes en una implementación basada en árbol de expansión mínimo para una función Broadcast que parta del nodo 0.

Solución

Las explicaciones de cada resultado las podemos ver en el vídeo 41 de Claver, salvo para el número de enlaces totales que en el vídeo solo se cuentan los de una de las dimensiones. El vídeo se encuentra en https://www.youtube.com/watch?v=5K9eUKNfSIM&feature=youtu.be

Parte a)

Grado: es el número de enlaces que salen o entran en cada nodo (salvo que sean distintos los que entran y salen, en cuyo caso hay que distinguir). Como son bidireccionales, hay dos enlaces que salen en cada dimensión en cada nodo, por lo tanto: **Grado=2*n* (*k*>2)**. Si k es 2, entonces solo hay un canal hacia cada dimensión, pues no se cuentan los extremos, por lo que el Grado en ese caso es *n* (la mitad de lo anterior).

Diámetro: Camino más largo en la red suponiendo siempre caminos mínimos. Una forma de recorrer un camino de forma mínima es ir recorriendo cada dimensión por orden, por ejemplo, se puede ir por X y cuando se acaba, seguir por Y, y así sucesivamente hasta llegar al destino. Como es un torus, hay canales de vuelta, por lo que el camino más largo que se puede hacer en cada dimensión es $\lfloor k/2 \rfloor$ como para llegar al destino se deben recorrer las *n* dimensiones: **Diámetro=$\boldsymbol{n\lfloor k/2 \rfloor}$**.

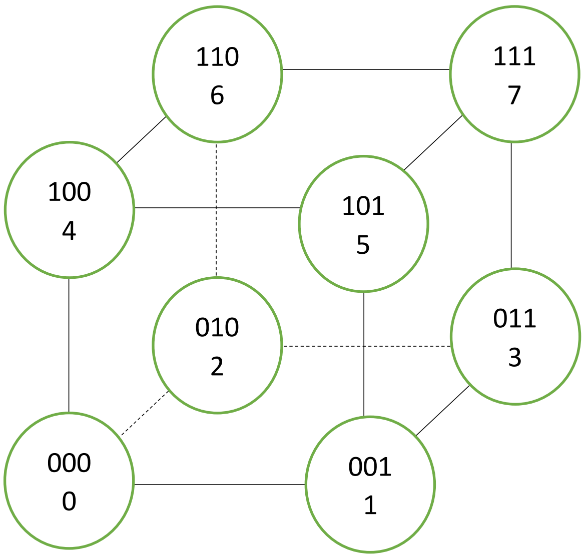
Enlaces bidireccionales: Son todos los enlaces bidireccionales que hay, esto es, agrupación de enlace de entrada y de salida. Hemos visto que cada nodo tiene 2*n* enlaces que salen, y tenemos k^n nodos, por lo que hay $2nk^n$ enlaces en total, pero como nos piden los bidireccionales, agrupamos de dos en dos, por lo que los bidireccionales son la mitad de los totales, por tanto: **Bidireccionales=$\boldsymbol{nk^n}$ (*k*>2)**. Si k es 2 (hipercubo) no contamos el canal de vuelta por los extremos y entonces el número de canales es la mitad que lo anterior.

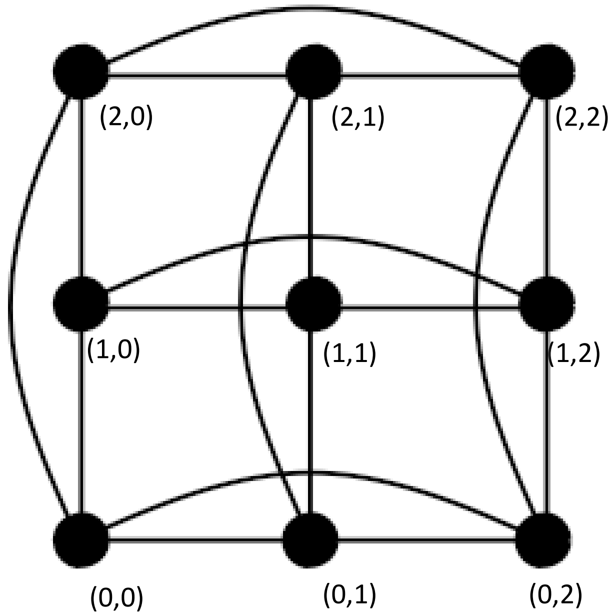
Bisección: Es el número de canales que atraviesan un plano que corta la red en dos partes iguales. Si pensamos en una red malla de dos dimensiones (2D) vemos que los canales bidireccionales que atraviesan un corte longitudinal es justo *k*, si la red es torus, como en nuestro caso, es el doble por los canales de vuelta en los extremos. Si vamos a 3D será *k***k* y 2**k***k* respectivamente, es decir, añadimos un factor *k* por cada dimensión nueva que añadimos, por lo tanto: **Bisección=$\boldsymbol{2k^{n-1}}$ (k>2)**. Si *k* es 2 (hipercubo) entonces la bisección es la mitad, es decir: k^{n-1}.

Simetría: Una red es simétrica si se ve igual desde todos sus nodos. **Una red n-cubo k-aria es simétrica**, pues dado un nodo cualquiera, la red se ve siempre igual topológicamente. Podemos coger, por ejemplo, el nodo en una de las esquinas de la red, la red se ve desde este nodo de una determinada manera. A continuación, podemos coger otro nodo y llevarlo, mediante rotaciones del dibujo en cada dimensión a la posición de la esquina que estábamos viendo antes. Podemos observar que el diseño de la red es exactamente el mismo y el nuevo nodo de la esquina ve la red exactamente igual que el nodo que antes ocupaba esa posición. Esto, por ejemplo, no se podría hacer con la red malla, pues no se puede “rotar” la red.

Parte b)

A continuación se presentan las topologías que se pedían con su numeración basada en coordenadas. En el caso del hipercubo (cubo tridimensional binario) al ser las coordenadas 0,1 el resultado es un número binario que puede ponerse también en decimal si suponemos una codificación binaria en potencias de 2. El orden de las dimensiones en las coordenadas puede ser cualquiera, pero debe seguirse el mismo para la misma red. Aquí se ha usado ZYX para el hipercubo y (Y,X) para el cubo bidimensional ternario(2-cubo 3-ario).





Parte c)

Aquí hay muchas posibilidades, pero sean cuales sean los caminos elegidos, se debe cumplir que debe existir un enlace directo entre los nodos que comuniquemos. Por ejemplo, dado el hipercubo anterior, no es posible enviar directamente un mensaje de 0 a 7, o de 1 a 2, etc. Por ejemplo, podemos seguir el árbol que ya se vio al analizar el coste de la operación Broadcast en MPI, donde cada nodo envía su mensaje al vecino con coordenadas más próximas, o se puede hacer como en el vídeo 41 de Claver donde se envía primero al nodo con coordenadas más lejanas. Estos son los árboles (el de la derecha se corresponde con el vídeo):