

Academia Sabatina de Jóvenes Talento

Álgebra Corto #1

Grupo: Preolimpico IMO

Fecha: 31/mayo/2025

Nombre: _____

Ejercicios

Estimado estudiante, resuelva los siguientes problemas, justifique sus respuestas y redacte soluciones compresibles.

Problema 1. Probar que el polinomio $Q(x) = abx^2 + (a^2 + b^2)x + ab$ con $a, b, c \neq 0$ divide al polinomio

$$P(x) = ab(a - c)x^3 + (a^3 - a^2c + 2ab^2 - b^2c + abc)x^2 + (2a^2b + b^2c + a^2c + b^3 - abc)x + ab(b + c).$$

Problema 2. Sean $P(x)$ y $Q(x)$ polinomios de segundo grado con coeficientes enteros. Probar que existe un polinomio $R(x)$ con coeficientes enteros y de grado a lo sumo dos tal que

$$R(8)R(12)R(2017) = P(8)P(12)P(2017)Q(8)Q(12)Q(2017).$$

Problema 3. Sea un polinomio $P(x)$ mónico de grado 2026, talque $\forall i = 1, 2, \dots, 2025$ tenemos que $P(i) = 2i - 1$. Hallar el valor de

$$P(0) + P(2026) - 2026!.$$
