# Exemple de Matricisation d'un Tenseur

EBANDA MBARGA Eric Jordan

## 1 Introduction

La matricisation est le processus de transformation d'un tenseur multidimensionnel en une matrice bidimensionnelle. Cela permet de manipuler les données d'un tenseur de façon plus simple et est couramment utilisé dans les méthodes de factorisation tensorielle, telles que la décomposition de Tucker ou la décomposition en valeurs propres.

## 2 Exemple de Matricisation d'un Tenseur $3 \times 3 \times 3$

Soit le tenseur d'ordre 3 $\mathcal{X}$ de dimensions $3 \times 3 \times 3$ dont les tranches sont données par :

$$\mathcal{X}(:,:,1) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{X}(:,:,2) = \begin{bmatrix} 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{X}(:,:,3) = \begin{bmatrix} 19 & 20 & 21 \\ 22 & 23 & 24 \\ 25 & 26 & 27 \end{bmatrix}$$

### 2.1 Matricisation selon le Mode 1

La matricisation selon le mode 1 transforme le tenseur $\mathcal{X}$ en une matrice $X_{(1)}$ de dimensions $3 \times 9$, où chaque ligne correspond aux éléments des différentes tranches du tenseur sur la première dimension. Le résultat est :

$$X_{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 10 & 11 & 12 & 19 & 20 & 21 \\ 4 & 5 & 6 & 13 & 14 & 15 & 22 & 23 & 24 \\ 7 & 8 & 9 & 16 & 17 & 18 & 25 & 26 & 27 \end{bmatrix}$$

### 2.2 Matricisation selon le Mode 2

Pour la matricisation selon le mode 2, le tenseur est transformé en une matrice $X_{(2)}$ de dimensions $3 \times 9$, où les éléments sont réarrangés en suivant l'ordre des colonnes pour chaque tranche :

$$X_{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 10 & 13 & 16 & 19 & 22 & 25 \\ 2 & 5 & 8 & 11 & 14 & 17 & 20 & 23 & 26 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 15 & 18 & 21 & 24 & 27 \end{bmatrix}$$

### 2.3 Matricisation selon le Mode 3

Pour la matricisation selon le mode 3, le tenseur est transformé en une matrice $X_{(3)}$ de dimensions $3 \times 9$. Les éléments sont réarrangés en suivant les "profondeurs" du tenseur :

$$X_{(3)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 \\ 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 & 27 \end{bmatrix}$$

# 3 Explication de la Matricisation

La matricisation consiste à réarranger les éléments du tenseur en une matrice selon un certain mode :

- **Mode 1** : on obtient une matrice où les lignes correspondent aux indices de la première dimension du tenseur, et les colonnes sont formées en parcourant les autres dimensions.
- **Mode 2** : les lignes correspondent aux indices de la deuxième dimension, et les colonnes sont formées en parcourant les autres dimensions.
- **Mode 3** : les lignes correspondent aux indices de la troisième dimension, et les colonnes sont formées en parcourant les autres dimensions.

Ce processus permet de manipuler les données du tenseur comme une matrice, facilitant ainsi l'application de techniques telles que la décomposition en valeurs singulières (SVD).