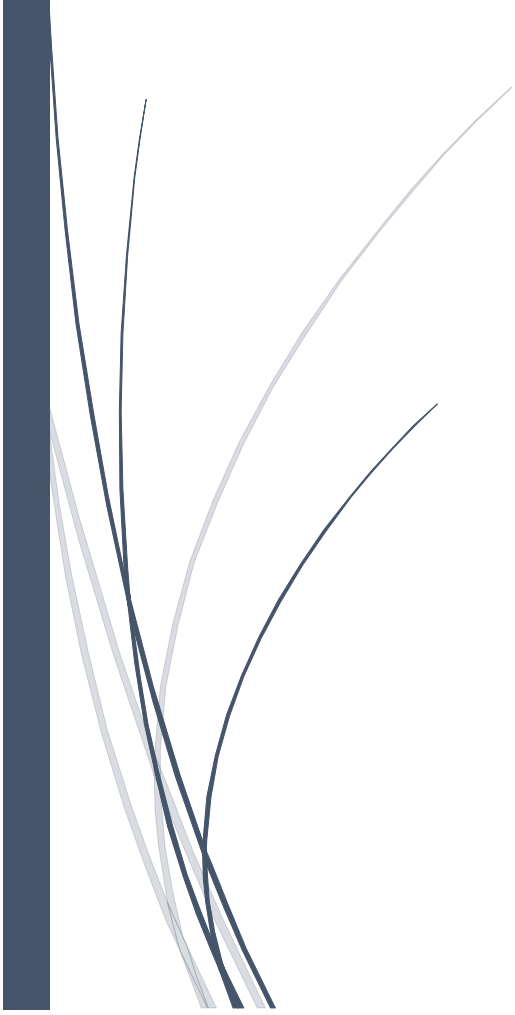
31/12/2016

Rapport de TP

Programmation par contraintes



Jean-Baptiste DURIEZ
Jordane QUINCY

Table des matières

Introduction

Le but de ce TP est de développer 3 algorithmes de résolution de CSP (Problème de satisfaction de contraintes), l'algorithme BackTracking, l'algorithme BackJumping orienté graphe et enfin l'algorithme ForwardChecking. Ainsi nous allons pouvoir comparer ces trois algorithmes sur différents CSP pour voir quel algorithme est le plus efficace en termes de temps mais aussi en termes de nombre de nœuds visités.

Toute la programmation pour ce TP a été réalisée en Java.

Génération des CSP

Avant de développer les algorithmes nous avons dû dans un premier temps générer de manière aléatoire des CSP afin d'avoir des problèmes à faire résoudre par nos algorithmes de résolution.

Pour ce faire, nous avons modélisé un CSP par une classe (CSP) ayant comme attribut une liste de variables, une liste de contraintes et un nombre de variables.

Les variables sont représentées par la classe Variable, qui a pour attribut un id (qui va être le nom de la variable), un domaine (liste d'entier) et une connectivité (entier qui sera utilisé lors de la génération du CSP).

Les contraintes sont quant à elles représentées par la classe Contrainte. Elle a pour attribut variable1 et variable2 qui correspondent aux variables de la contrainte et une liste de couple d'entier qui correspondent aux couples acceptées par cette contrainte.

La génération aléatoire de CSP va se faire ensuite par différents paramètres permettant de créer des CSP plus ou moins complexes. Ainsi la génération va dépendre :

- Du nombre de variables qu'il y aura dans le CSP, plus il y a de variables, plus le CSP sera complexe
- De la taille maximale des domaines des variables. En effet chaque variable à un domaine de définition qui va être générée aléatoirement et sa taille sera inférieure ou égale à la taille maximale des domaines des variables. Plus la taille des domaines est grande et plus le CSP sera difficile.
- De la densité, qui est le ratio du nombre de contraintes pour le CSP qu'on va générer sur le nombre de contrainte totale si toutes les variables du CSP étaient contraintes entre elle. Grâce à cette donnée on va pouvoir savoir combien notre CSP va avoir de contraintes. Plus il y a de contrainte, plus le CSP sera complexe.
- De la dureté, qui est le ratio du nombre de couples autorisés sur le nombre de couples total pour une contrainte. Grâce à la dureté on va pouvoir déterminer la liste des couples autorisés par contrainte. Plus la dureté est élevée et plus le problème sera facile, inversement plus la dureté est faible et plus le problème sera difficile.
- De la connectivité, cela correspond au nombre maximal de contrainte pour une variable donnée.

Une fois qu'on a tous ces éléments, la génération de CSP est assez simple, on génère d'abord les variables, puis on génère toutes les contraintes possibles (sans générer leur liste de couples). On vient ensuite retirer les contraintes de manière aléatoire pour satisfaire la connectivité et le nombre de contraintes de notre CSP (déterminé grâce à la densité). Il ne reste plus qu'à générer la liste des couples pour chaque contrainte qu'on a conservée en fonction de la dureté.

Afin de savoir si nos algorithmes fonctionnent correctement nous avons également dû générer des CSP connus. Pour cela, nous avons choisi de créer un générateur de CSP du problème des n reines que nous connaissons bien. Ainsi nous pouvons créer n'importe quel problème des n reines et tenter de le résoudre.

Développement des algorithmes

Pour chaque algorithme nous avons développé 2 versions. Une première version recherchant une seule solution du CSP et s'arrêtant dès que cette solution a été trouvée. Et une deuxième version recherchant toutes les solutions du CSP.

La première version des algorithmes est fortement basée sur les algorithmes donnés en cours alors que la deuxième version est un peu modifiée afin de parcourir toutes les solutions.

Tous les algorithmes fonctionnent parfaitement sauf l'algorithme de BackJumping qui permet de trouver toutes les solutions. En effet, même si nous arrivons à avoir plusieurs solutions avec ce dernier algorithme, nous ne les récupérons pas forcément toutes, cela dépend des CSP. Cela est dû à la gestion après avoir trouvé une solution pour continuer le parcours comme si de rien n'était qui ne doit pas bien faire le travail...

Résultats

Nous avons réalisé différentes résolutions de CSP afin de voir les différences de nos algorithmes.

1. CSP des n reines

Tout d'abord pour être sûr que nos algorithmes fonctionnent, nous les avons testés avec le problème des n Reines et ils ont tous donnés de bons résultats. Les voici :

a. Algorithmes recherchant une seule solution

Problème n reines	Algorithme utilisé	Nombre de nœuds parcourus	Temps d'exécution en ms	Première solution
1 Reine	BackTracking	1	2	[{1 = 1}]
1 Reine	BackJumping	1	1	[{1 = 1}]
1 Reine	ForwardChecking	1	0	[{1 = 1}]
2 Reines	BackTracking	1	2	Pas de solution
2 Reines	BackJumping	1	0	Pas de solution
2 Reines	ForwardChecking	1	0	Pas de solution
3 Reines	BackTracking	9	3	Pas de solution
3 Reines	BackJumping	9	1	Pas de solution
3 Reines	ForwardChecking	1	0	Pas de solution
4 Reines	BackTracking	12	5	[{1=2, 2=4, 3=1, 4=3}]
4 Reines	BackJumping	12	1	[{1=2, 2=4, 3=1, 4=3}]
4 Reines	ForwardChecking	8	1	[{1=2, 2=4, 3=1, 4=3}]
5 Reines	BackTracking	5	7	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=4}]
5 Reines	BackJumping	5	2	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=4}]
5 Reines	ForwardChecking	5	1	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=4}]
6 Reines	BackTracking	56	11	[{1=2, 2=4, 3=6, 4=1, 5=3, 6=5}]
6 Reines	BackJumping	56	4	[{1=2, 2=4, 3=6, 4=1, 5=3, 6=5}]

6 Reines	ForwardChecking	32	4	[{1=2, 2=4, 3=6, 4=1, 5=3, 6=5}]
7 Reines	BackTracking	11	7	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=7, 5=2, 6=4, 7=6}]
7 Reines	BackJumping	11	3	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=7, 5=2, 6=4, 7=6}]
7 Reines	ForwardChecking	7	5	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=7, 5=2, 6=4, 7=6}]
8 Reines	BackTracking	218	41	[{1=1, 2=5, 3=8, 4=6, 5=3, 6=7, 7=2, 8=4}]
8 Reines	BackJumping	218	32	[{1=1, 2=5, 3=8, 4=6, 5=3, 6=7, 7=2, 8=4}]
8 Reines	ForwardChecking	98	31	[{1=1, 2=5, 3=8, 4=6, 5=3, 6=7, 7=2, 8=4}]
9 Reines	BackTracking	73	24	[{1=1, 2=3, 3=6, 4=8, 5=2, 6=4, 7=9, 8=7, 9=5}]
9 Reines	BackJumping	73	12	[{1=1, 2=3, 3=6, 4=8, 5=2, 6=4, 7=9, 8=7, 9=5}]
9 Reines	ForwardChecking	33	21	[{1=1, 2=3, 3=6, 4=8, 5=2, 6=4, 7=9, 8=7, 9=5}]
10 Reines	BackTracking	194	62	[{1=1, 2=3, 3=6, 4=8, 5=10, 6=5, 7=9, 8=2, 9=4, 10=7}]
10 Reines	BackJumping	194	39	[{1=1, 2=3, 3=6, 4=8, 5=10, 6=5, 7=9, 8=2, 9=4, 10=7}]
10 Reines	ForwardChecking	96	72	[{1=1, 2=3, 3=6, 4=8, 5=10, 6=5, 7=9, 8=2, 9=4, 10=7}]
11 Reines	BackTracking	93	53	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=7, 5=9, 6=11, 7=2, 8=4, 9=6, 10=8, 11=10}]
11 Reines	BackJumping	93	27	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=7, 5=9, 6=11, 7=2, 8=4, 9=6, 10=8, 11=10}]
11 Reines	ForwardChecking	37	57	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=7, 5=9, 6=11, 7=2, 8=4, 9=6, 10=8, 11=10}]
12 Reines	BackTracking	510	244	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=8, 5=10, 6=12, 7=6, 8=11, 9=2, 10=7, 11=9, 12=4}]
12 Reines	BackJumping	510	182	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=8, 5=10, 6=12, 7=6, 8=11, 9=2, 10=7, 11=9, 12=4}]
12 Reines	ForwardChecking	210	199	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=8, 5=10, 6=12, 7=6, 8=11, 9=2, 10=7, 11=9, 12=4}]
13 Reines	BackTracking	209	129	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=9, 6=12, 7=10, 8=13, 9=4, 10=6, 11=8, 12=11, 13=7}]
13 Reines	BackJumping	209	118	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=9, 6=12, 7=10, 8=13, 9=4, 10=6, 11=8, 12=11, 13=7}]

13 Reines	ForwardChecking	95	236	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=9, 6=12, 7=10, 8=13, 9=4, 10=6, 11=8, 12=11, 13=7}]
14 Reines	BackTracking	3784	1424	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=7, 5=12, 6=10, 7=13, 8=4, 9=14, 10=9, 11=2, 12=6, 13=8, 14=11}]
14 Reines	BackJumping	3784	1084	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=7, 5=12, 6=10, 7=13, 8=4, 9=14, 10=9, 11=2, 12=6, 13=8, 14=11}]
14 Reines	ForwardChecking	1736	1639	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=7, 5=12, 6=10, 7=13, 8=4, 9=14, 10=9, 11=2, 12=6, 13=8, 14=11}]
15 Reines	BackTracking	2703	1113	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=10, 6=12, 7=14, 8=4, 9=13, 10=9, 11=6, 12=15, 13=7, 14=11, 15=8}]
15 Reines	BackJumping	2703	957	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=10, 6=12, 7=14, 8=4, 9=13, 10=9, 11=6, 12=15, 13=7, 14=11, 15=8}]
15 Reines	ForwardChecking	1195	1704	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=10, 6=12, 7=14, 8=4, 9=13, 10=9, 11=6, 12=15, 13=7, 14=11, 15=8}]
16 Reines	BackTracking	20088	9855	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=13, 6=9, 7=14, 8=12, 9=15, 10=6, 11=16, 12=7, 13=4, 14=11, 15=8, 16=10}]
16 Reines	BackJumping	20088	9596	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=13, 6=9, 7=14, 8=12, 9=15, 10=6, 11=16, 12=7, 13=4, 14=11, 15=8, 16=10}]
16 Reines	ForwardChecking	8740	13544	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=13, 6=9, 7=14, 8=12, 9=15, 10=6, 11=16, 12=7, 13=4, 14=11, 15=8, 16=10}]
17 Reines	BackTracking	10731	6844	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=8, 6=11, 7=15, 8=7, 9=16, 10=14, 11=17, 12=4, 13=6, 14=9, 15=12, 16=10, 17=13}]
17 Reines	BackJumping	10731	6544	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=8, 6=11, 7=15, 8=7, 9=16, 10=14, 11=17, 12=4, 13=6, 14=9, 15=12, 16=10, 17=13}]
17 Reines	ForwardChecking	4959	10577	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=8, 6=11, 7=15, 8=7, 9=16, 10=14, 11=17, 12=4, 13=6, 14=9, 15=12, 16=10, 17=13}]
18 Reines	BackTracking	82580	58907	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=8, 6=15, 7=12, 8=16, 9=13, 10=17, 11=6, 12=18, 13=7, 14=4, 15=11, 16=9, 17=14, 18=10}]
18 Reines	BackJumping	82580	59139	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=8, 6=15, 7=12, 8=16, 9=13, 10=17, 11=6, 12=18, 13=7, 14=4, 15=11, 16=9, 17=14, 18=10}]
18 Reines	ForwardChecking	35232	88400	[{1=1, 2=3, 3=5, 4=2, 5=8, 6=15, 7=12, 8=16, 9=13, 10=17, 11=6, 12=18, 13=7, 14=4, 15=11, 16=9, 17=14, 18=10}]

Tout d'abord les résultats des solutions sont correctes (vérifié sur internet).

Ensuite on voit très clairement ici qu'il n'y a pas de différence entre l'algorithme de BackTracking et l'algorithme de BackJumping, ils parcours exactement le même nombre de nœuds et ont un temps d'exécution très proche. Ce résultat est tout à fait normal puisque dans le problème des n reines toutes les variables sont reliées entre-elles donc faire un « backjump » revient exactement à la même chose que de faire un « backtrack ».

Par contre l'algorithme ForwardChecking a lui des résultats différents en termes de temps d'exécution et de parcours de nœuds. En effet ce dernier parcours nettement moins de nœuds, il est donc bien plus efficace à ce niveau-là, en revanche il prend généralement plus de temps… Ce qui n'est pas très normal car en parcourant moins de nœuds le temps d'exécution devrait être moindre. Cela est donc sûrement dû à notre algorithme qui fait bien du ForwardChecking (l'algo parcoure bien que les nœuds nécessaires), mais qui ne doit pas être très bien optimisé et qui prend donc plus de temps.

b. Algorithmes recherchant toutes les solutions

Problème n reines	Algorithme utilisé	Nombre de nœuds parcourus	Temps d'exécution en ms	Nombre de solutions
1 Reine	BackTracking	2	2	1
1 Reine	BackJumping	2	0	1
1 Reine	ForwardChecking	2	0	1
2 Reines	BackTracking	1	2	0
2 Reines	BackJumping	1	1	0
2 Reines	ForwardChecking	1	0	0
3 Reines	BackTracking	9	2	0
3 Reines	BackJumping	9	1	0
3 Reines	ForwardChecking	1	0	0
4 Reines	BackTracking	31	6	2
4 Reines	BackJumping	31	2	2

4 Reines	ForwardChecking	23	2	2
5 Reines	BackTracking	97	10	10
5 Reines	BackJumping	97	4	10
5 Reines	ForwardChecking	89	5	10
6 Reines	BackTracking	301	24	4
6 Reines	BackJumping	301	12	4
6 Reines	ForwardChecking	169	16	4
7 Reines	BackTracking	1063	81	40
7 Reines	BackJumping	1063	37	40
7 Reines	ForwardChecking	627	80	40
8 Reines	BackTracking	4021	206	92
8 Reines	BackJumping	4021	146	92
8 Reines	ForwardChecking	2237	212	92
9 Reines	BackTracking	16435	958	352
9 Reines	BackJumping	16435	802	352
9 Reines	ForwardChecking	9087	1061	352
10 Reines	BackTracking	70353	5754	724
10 Reines	BackJumping	70353	5617	724
10 Reines	ForwardChecking	34253	7044	724
11 Reines	BackTracking	331171	38606	2680
11 Reines	BackJumping	331171	38697	2680

11 Reines	ForwardChecking	154827	43706	2680
12 Reines	BackTracking	1698177	302491	14200
12 Reines	BackJumping	1698177	301366	14200
12 Reines	ForwardChecking	780413	282402	14200

Comme pour les algorithmes cherchant une solution, les résultats sont bons. Et de même l'algorithme de BackJumping a exactement les mêmes résultats que l'algorithme de BackTracking. Et l'algorithme de ForwardChecking parcoure une nouvelle fois beaucoup moins de nœuds mais prend plus de temps (sûrement dû à notre implémentation non optimisée).

2. CSP aléatoire

a. Algorithmes cherchant une solution

Algorithme utilisé	Nombre Variables	Taille Max Domaine	Densité	Dureté	Connectivité	Nombre Nœuds	Temps exécution (en ms)	Réalisable
BackTracking	20	10	50	70	10	418	47	Oui
BackJumping	20	10	50	70	10	404	32	Oui
ForwardChecking	20	10	50	70	10	20	20	Oui
BackTracking	20	10	50	70	10	3442	97	Oui
BackJumping	20	10	50	70	10	456	15	Oui
ForwardChecking	20	10	50	70	10	20	28	Oui
BackTracking	20	10	50	70	10	46816	1105	Oui
BackJumping	20	10	50	70	10	19360	438	Oui
ForwardChecking	20	10	50	70	10	8294	2042	Oui
BackTracking	20	10	50	50	10	240	29	Oui
BackJumping	20	10	50	50	10	212	15	Oui
ForwardChecking	20	10	50	50	10	46	27	Oui
BackTracking	20	10	50	50	10	14767	635	Non
BackJumping	20	10	50	50	10	10998	369	Non
ForwardChecking	20	10	50	50	10	957	573	Non
BackTracking	20	10	50	50	10	230834	8981	Oui
BackJumping	20	10	50	50	10	185664	6965	Oui
ForwardChecking	20	10	50	50	10	8740	2919	Oui
BackTracking	20	10	20	40	10	14734	246	Oui
BackJumping	20	10	20	40	10	382	6	Oui
ForwardChecking	20	10	20	40	10	3240	228	Oui
BackTracking	20	10	20	40	10	1170	45	Oui
BackJumping	20	10	20	40	10	67	2	Oui

ForwardChecking	20	10	20	40	10	616	102	Oui
BackTracking	20	10	20	40	10	20	7	Oui
BackJumping	20	10	20	40	10	20	3	Oui
ForwardChecking	20	10	20	40	10	20	18	Oui

Cette fois-ci on voit bien la différence entre l'algorithme BackTracking et celui de BackJumping, en effet en génération aléatoire toutes les variables ne sont pas connectées entre elles, de ce fait le « backjump » permet réellement de ne pas passer pas des nœuds inutiles.

Quant à l'algorithme de ForwardChecking il est à nouveau un peu plus long à l'exécution mais passe quasi tout le temps par moins de nœuds.

b. Algorithmes recherchant toutes les solutions

Algorithme utilisé	Nombre Variables	Taille Max Domaine	Densité	Dureté	Connectivité	Nombre Nœuds	Temps exécution (en ms)	Nombre de solutions trouvées
BackTracking	10	10	50	70	10	218141	2782	71450
BackJumping	10	10	50	70	10	218141	1953	71450
ForwardChecking	10	10	50	70	10	218017	1815	71450
BackTracking	10	10	50	70	10	998362	17672	615411
BackJumping	10	10	50	70	10	483800	4282	297537
ForwardChecking	10	10	50	70	10	998360	14681	615411
BackTracking	10	10	50	70	10	609457	9594	326906
BackJumping	10	10	50	70	10	560917	6911	298734
ForwardChecking	10	10	50	70	10	606879	7600	326906
BackTracking	10	10	50	50	10	224296	6364	128473
BackJumping	10	10	50	50	10	98128	1694	55492
ForwardChecking	10	10	50	50	10	221602	3992	128473
BackTracking	10	10	50	50	10	24875	263	11952
BackJumping	10	10	50	50	10	1347	10	600
ForwardChecking	10	10	50	50	10	24875	253	11952
BackTracking	10	10	50	50	10	3691	70	432
BackJumping	10	10	50	50	10	437	6	51
ForwardChecking	10	10	50	50	10	2207	36	432
BackTracking	10	10	20	40	10	971359	11427	555750
BackJumping	10	10	20	40	10	10685	72	6065
ForwardChecking	10	10	20	40	10	959239	10367	555750
BackTracking	10	10	20	40	10	1768457	13511	519696
BackJumping	10	10	20	40	10	1264142	4960	392364
ForwardChecking	10	10	20	40	10	1636337	7349	519696
BackTracking	10	10	20	40	10	543457	6977	408240
BackJumping	10	10	20	40	10	434626	4586	327915
ForwardChecking	10	10	20	40	10	543457	3880	408240

On voit à nouveau que généralement il y a moins de parcours de nœuds pour l'algorithme ForwardChecking que pour le BackTracking en revanche le BackJumping ne trouve pas toutes les solutions, on ne peut donc pas exploiter ces résultats…