Jordan Lucas Duarte Dias

EXERCÍCIOS - DISTRIBUIÇÃO NORMAL (Gauss)
Paulo Roberto Avancini

01. Uma empresa produz televisores de dois tipos, tipo A (comum) e tipo B (luxo), e garante a restituição da quantia paga se qualquer televisor apresentar defeito grave no prazo de seis meses. O tempo para ocorrência de algum defeito grave nos televisores tem distribuição normal sendo que, no tipo A, com média de 10 meses e desvio padrão de 2 meses e no tipo B, com média de 11 meses e desvio padrão de 3 meses. Os televisores de tipo A e B são produzidos com lucro de 1200 u.m. e 2100 u.m. respectivamente e, caso haja restituição, com prejuízo de 2500 u.m. e 7000 u.m., respectivamente.

(a) Calcule as probabilidades de haver restituição nos televisores do tipo A e do tipo B.

P(restituição de A) = P(XA < 6) = P(Z < (6-10)/2) = P(Z<-2,0) = 1 - A(2) = 1-0,9772 = 0,0228

P(restituição de B) = P(XB < 6) = P(Z < (6-11)/3) = P(Z<-1,67) = 1- A(1,67) = 1-0,9525 = 0,0475

(b) Calcule o lucro médio para os televisores do tipo A e para os televisores do tipo B.

P(não restituição de A) = 1 – P(restituição de A) = 1 – 0,0228 = 0,9772 P(não restituição de B) = 1 - P(restituição de B) = 1 - 0,0475 = 0,9525 Lucro médio de A = 1200 x 0,9772 – 2500 x 0,0228 = 1115,64 u.m. Lucro médio de B = 2100 x 0,9525 – 7000 x 0,0475 = 1667,75 u.m.

(c) Baseando-se nos lucros médios, a empresa deveria incentivar as vendas dos aparelhos do tipo A ou do tipo B?

A empresa deveria incentivar as vendas dos aparelhos do tipo B, pois o lucro B é maior que o lucro médio de A.

02. A concentração de um poluente em água liberada por uma fábrica tem distribuição N(8; 1,5). Qual a chance, de que num dado dia, a concentração do poluente exceda o limite regulatório de 10 ppm?

A solução do problema resume-se em determinar a proporção da distribuição que está acima de 10 ppm, isto é, P(X>10) . Usando a estatística z temos:

P(X/10) = P(Z>(2/5) = P(Z≤ 1.33) = 0,09

Portanto, espera-se que a água liberada pela fábrica exceda os limites regulatórios cerca de 9% do tempo.

03. O diâmetro do eixo principal de um disco rígido segue a distribuição Normal com média 25,08 pol. e desvio padrão 0,05 pol. Se as especificações para esse eixo são 25,00 ± 0,15 pol., determine o percentual de unidades produzidas em conformidades com as especificações.

$$P\{24,85 \le x \le 25,15\} = P\{x \le 25,15\} - P\{x \le 24,85\}$$

$$= P\left\{Z \le \frac{25,15 - 25,08}{0,05}\right\} - P\left\{Z \le \frac{24,85 - 25,08}{0,05}\right\}$$

$$= P\{Z \le 1,40\} - P\{Z \le -4,60\} = 0,9192 - 0,0000 = 0,9192$$

91,92% dentro das especificações(área cinza) e 8,08% fora dacs especificações.

04. Suponha que as medidas da corrente elétrica em pedaço de fio sigam a distribuição Normal, com

uma média de 10 miliamperes e uma variância de 4 miliamperes.

(a) Qual a probabilidade de a medida exceder 13 miliamperes?

Seja X a representação da corrente em miliámperes. A probabilidade requerida pode ser representada por P(X>13). Faça z = ((X-10)/2). Nota-se através da tabela que X>13 corresponde a Z>1,5 . Assim, da tabela:

P(X>13)= P(Z>1,5)=
=1- P(Z>1,5)=
=1-0,93319=
=0,06681

(b) Qual a probabilidade de a medida da corrente estar entre 9 e 11 miliamperes?

P(P<X<11) = P(-0,5 < Z < 0,5) = 0,69146- 0,30854 = 0,38292

(c) Determine o valor para o qual a probabilidade de uma medida da corrente estar abaixo desse valor seja 0,98.

05. O diâmetro de um eixo de um drive óptico de armazenagem é normalmente distribuído, com média 0,2505 polegadas e desvio-padrão de 0,0005 polegadas. As especificações do eixo são 0,2500±0,00015 polegadas. Que proporção de eixos obedece às especificações?

06. A média dos diâmetros internos de uma amostra de 200 arruelas produzidas por uma certa máquina é 0,502 cm e o desvio-padrão é 0,0005. A finalidade para qual essas arruelas são fabricadas permite a tolerância máxima, para o diâmetro, de 0,496 a 0,508 cm. Se isso não se verificar, as arruelas serão consideradas defeituosas. Determinar a percentagem de arruelas defeituosas produzidas pela máquina, admitindo-se que os diâmetros são distribuídos normalmente.

0,496 em unidades reduzidas= (0,496-0,502)/0,0005=-1,2
0,508 em unidades reduzidas= (0,508-0,502)/0,0005= 1,2

Proporção de arruelas não defeituosas= 2*(0,3849)= 0,7698 ou 77%.
Assim, a porcentagem de arruelas defeituosas = 100% - 77% = 23%

07. Uma fábrica de carros sabe que os motores de sua fabricação têm duração normal com média 150000 km e desvio-padrão de 5000 km. Qual a probabilidade de que um carro, escolhido ao acaso, dos fabricados por essa firma, tenha um motor que dure:

(a) Menos de 170000 km?

P(X<170000)=P(Z ≤ 4) = 0,5+P(0 ≤ Z ≤ 4) = 0,5+0,4999968 = 0,999968

(b) Entre 140000 km e 165000 km?

P(140000<X<165000)=P(-2 ≤ Z ≤ 3) = P(-2 ≤ Z ≤ 0) = 0,477250+0,498650 = 0,97590

(c) Se a fábrica substitui o motor que apresenta duração inferior à garantia, qual deve ser esta garantia para que a porcentagem de motores substituídos seja inferior a 0,2%?

Para: P(X ≤ x) = 0,002

Temos: Z= -2,87

X = 135650