

0.1 Dados e Análise Descritiva.

Os dados são de periodicidade diária, são disponibilizados pela CEPEA/EXALQ e se referem ao período de 25/01/2010 a 20/01/2017, porém ao se deflacionarem os dados a série foi reduzida para 29/12/2016 pois não foram encontrados o índice de preço para o ano de 2017. Os dados para o etanol correspondem ao Indicador Diário do Etanol Hidratado ESALQ/BM&FBovespa Posto Paulínia (SP). Para o açúcar os dados são o Indicador Açúcar Criatal CEPEA/EXALQ - São Paulo por saca de 50 quilos. Para o soja os dados são o Indicador Soja CEPEA/EXALQ - Paraná por saca de 60 quilos. Ocorreram 15 valores faltante para o soja durante o período, estes dados foram interpolados pelo método *spline* conforme indicado por Zeileis and Grothendieck (2005).

Tabela 1: Resumo das séries de preços

acucar	etanol	soja	Data
Min. :32.97	Min. : 732.5	Min. : 39.99	Min. :2010-01-25
1st Qu.:48.25	1st Qu.:1105.1	1st Qu.: 49.13	1st Qu.:2011-10-20
Median :63.17	Median :1190.5	Median : 53.92	Median :2013-07-24
Mean :61.47	Mean :1238.0	Mean : 59.97	Mean :2013-07-23
3rd Qu.:73.06	3rd Qu.:1317.0	3rd Qu.: 71.58	3rd Qu.:2015-04-23
Max. :93.18	Max. :1924.5	Max. :100.92	Max. :2017-01-20

Para visualização dos dados foi plotado na Figura 1 os gráficos do logaritmo da série de preços e do logaritmo da série de preços deflacionada. Os dados foram deflacionados pelo Índice de Preço ao Produtor (IPP). Optou-se pela apresentação na forma de logaritmo devido a diferença de escala entre o preço do etanol e dos preços da soja e açúcar, além de que, conforme Tsay (2012) as variáveis em logaritmo quando diferenciadas nos dão uma aproximação da taxa de crescimento, ou no caso do mercado financeiro, do retorno do ativo. A Figura 2 mostra a volatilidade medida por v_i^2 do etanol, açúcar e soja, sendo $v_{i,t}$ uma medida classificada na literatura de finanças como retorno do ativo e em outros trabalhos como uma outra medida de volatilidade, sendo que:

$$v_{i,t} = \Delta \log p_{i,t}. \quad (1)$$

Em que $p_{i,t}$ é o preço da *commodity* i , t é o período (dia, neste caso) e $i = commodity$ de interesse. Percebe-se que a volatilidade do preço do açúcar é bem mais intensa e com maior amplitude se comparadas às volatilidades do preço do soja e do preço do etanol. Entretanto, conforme López Cabrera and Schulz (2016) é característico das séries de preços de *commodities* serem cointegradas e uma medida de volatilidade que leve em conta esta característica dos dados se torna mais apropriada. Para isso pode-se modelar a média da série de preços por meio de um modelo de correção de erros (VECM, sigla em inglês) e então filtrar a série de preços do co-movimento de suas médias condicionais. A partir de então podem ser obtidas medidas de volatilidade livres da influência deste co-movimento entre as médias condicionais de preços.

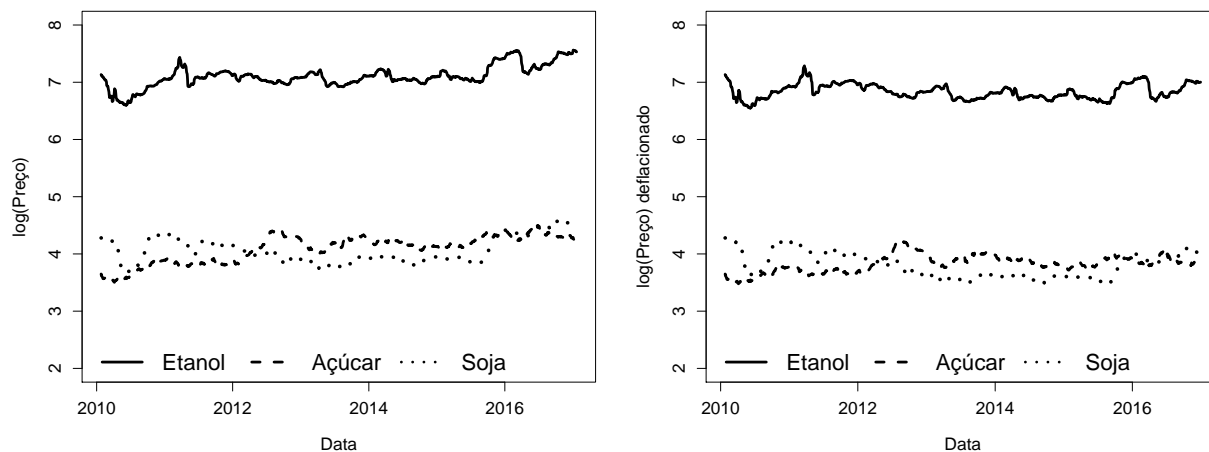


Figura 1: Logarítimo dos preços diários e preço diário deflacionado pelo Índice de Preço do Produtor (IPP) para o etanol, açúcar e soja

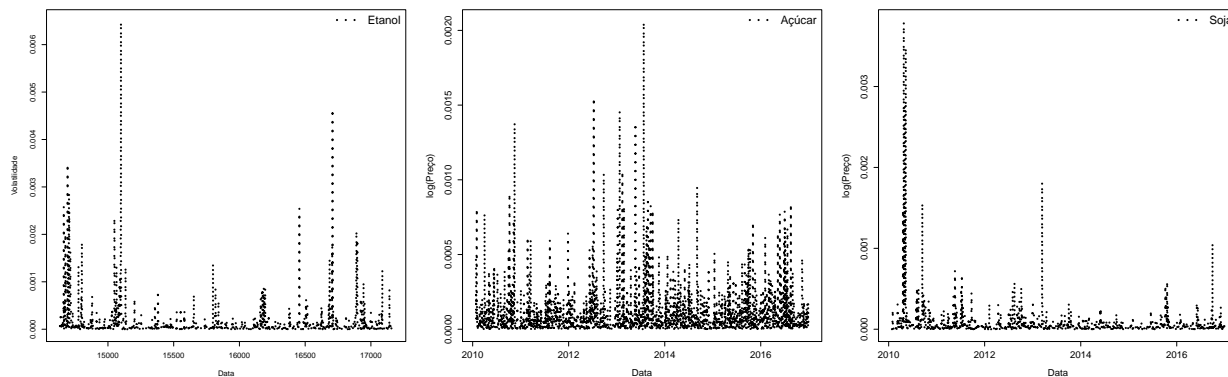


Figura 2: Volatilidade medida pela diferença do logarítimo do preço ao quadrado para a etanol, açúcar e soja

Tabela 2: Distribuição das variáveis.

	Etanol	Açúcar	Soja
Média	938,48	46,35	45,82
Desvio Padrão	126,37	6,82	10,64
Correlação	1,00	-0,22	0,60
		1,00	-0,41
			1,00
Assimetria	-0,29	-0,16	-0,06
Curtose	12,33	4,29	12,85
$Q(20)$	<0,01	<0,01	<0,01
$Q^2(20)$	<0,01	<0,01	<0,01
Arch	<0,01	<0,01	<0,01
Shapiro-Wilk	<0,01	<0,01	<0,01

Na Tabela 2 são apresentados a média, desvio padrão e correlações do nível de preços do etanol, açúcar e soja. O preço do açúcar é positivamente correlacionado com o preço do etanol, o que era de se esperar pois os dois produtos são substitutos na perspectiva do produtor. Por exemplo, caso o preço do etanol esteja elevado e apresente maior lucratividade em relação ao açúcar, o produtor tende a aumentar a oferta de etanol e reduzir a oferta de açúcar, o que por sua vez, aumenta o preço do açúcar. A correlação entre soja e etanol é positiva. Esta tendência explica os co-movimentos dos preços das *commodities* no mercado financeiro internacional. Quanto à correlação negativa entre o soja e o açúcar, a análise é mais indireta em que tal correlação pode ocorrer devido a características especulativas inerentes do mercado financeiro.

As outras estatísticas da Tabela 2 se referem à volatilidade, $v_{i,t}$. As três séries apresentam assimetria à esquerda em sua distribuição. As volatilidades de soja e etanol apresentam elevado grau de leptocurtose (12,33 e 12,85) enquanto o nível de leptocurtose do açúcar (4,29) é bem inferior às outras duas *commodities*. Para os testes foram reportados o valor-p. $Q(20)$ e $Q^2(20)$ são os testes de Ljung-Box para $v_{i,t}$ e $v_{i,t}^2$ respectivamente com 20 defasagens em ambos os testes, para mais detalhes sobre o teste consulte McLeod and Li (1983). Os teste Q possui hipótese nula de ausência de autocorrelação:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_m = 0 \quad (2)$$

contra a hipótese alternativa de que pelo menos um coeficiente de autocorrelação é diferente de zero:

$$H_a : \exists \rho_i \neq 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (3)$$

Conforme Tsay (2012), a regra de decisão é rejeitar a hipótese nula caso o valor-p seja inferior ao nível de significância desejado. Os testes tanto para a v_{it} quanto para v_{it}^2 possuem valor-p inferiores a 1% o que nos leva a rejeitar a hipótese nula de ausência de autocorrelação para as três séries e, com isso, as volatilidades não são independentemente distribuídas. Arch é o teste de efeitos ARCH de Engle (1982) que é um teste de multiplicador de Lagrange para heterocedasticidade condicional. Este teste é equivalente à estatística F para testarmos se $\alpha_i = 0$, $i = 1, \dots, m$, na regressão linear

$$a_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m a_{t-m}^2 + \varepsilon_t, \quad t = m+1, \dots, T. \quad (4)$$

Em que $a_t = v_t - \mu_t$, ou seja, o resíduo em relação à média condicional, ε_t é o termo de erro, m é o número de defasagens incluídas no teste e T o tamanho da amostra. A série ao quadrado a_t^2 é usada para checar a heterocedasticidade condicional, cujo teste possui a hipótese nula

$$H_0 : \alpha_1 = \dots = \alpha_m = 0, \quad (5)$$

contra a hipótese alternativa

$$H_a : \exists \alpha_i \neq 0, \quad i = 1, \dots, m. \quad (6)$$

Maiores detalhes sobre o cálculo destas estatísticas também podem ser encontrados em Tsay (2012). A regra de decisão é rejeitar a hipótese nula se o valor-p for menor que o nível de significância desejado. Portanto, no teste de efeito ARCH rejeitou-se a hipótese nula de ausência de heterocedasticidade condicional para as três séries a um nível de significância de 1%. Com isso inferimos que existe heterocedasticidade condicional nas séries estudadas.

Para testar a normalidade dos dados realizou-se o teste Shapiro-Wilk, inicialmente desenvolvido por Shapiro and Wilk (1965). Este teste infere se a amostra estudada veio de uma distribuição normal. Como os valores-p reportados na Tabela 2 são menores que o nível de significância de 1%, rejeita-se a hipótese nula de que os dados foram amostrados de uma distribuição normal. Até então todas as estatísticas estão em conformidade com a literatura de volatilidade no mercado financeiro, em que os dados apresentam leptocurtose, assimetria à esquerda, heterocedasticidade condicional e não normalidade em sua distribuição. Alguns trabalhos recentes que identificaram estas características são, López Cabrera and Schulz (2016), Freitas et al. (2015) e Araujo and Montini (2015), para uma excelente revisão sobre o assunto, veja Serra and Zilberman (2013).

0.2 Testes de estacionariedade, raiz unitária e cointegração.

Em seguida foram feitos os testes Dickey-Fuller aumentado (ADF, sigla em inglês), KPSS e Phillips-Perron para identificar se as séries de preços possuem raiz unitária, no caso dos testes ADF e Phillips-Perron ou se as séries de preços são estacionárias, por meio do teste KPSS. A Tabela 3 mostra as estatísticas do teste KPSS e o valor tabela por nível de significância. Podemos ver nesta tabela que todas as estatísticas, independente da especificação do modelo, são maiores que os valores tabelados, portanto não rejeitamos a hipótese nula de estacionariedade. As tabelas 4 e 6 mostram os testes ADF e Phillips-Perron respectivamente. A diferença destes dois testes em relação ao teste KPSS, é que eles possuem hipótese nula de existência de raiz unitária. Conforme as duas tabelas 4 e 6, para qualquer especificação do modelo não rejeitamos a hipótese nula de existência de raiz unitária nas séries estudadas. Uma vez que evidenciamos a existência de raiz unitária nas séries de preços, foram realizados os mesmos testes para as séries em primeira diferença, onde constatou-se que elas são integradas em primeira ordem. A partir disso podemos prosseguir para a identificação de cointegração e estimação do modelo de vetor de correção de erros (VECM, sigla em inglês).

Tabela 3: Teste KPSS preço em nível

	etanol	acucar	soja	1 Pct	2.5 Pct	5 Pct	10 Pct
Time Trend:	1.57	3.80	5.17	0.22	0.18	0.15	0.12
No Trend:	1.88	10.65	9.45	0.74	0.57	0.46	0.35

Tabela 4: Teste ADF preço em nível

	etanol	acucar	soja	1 Pct	2.5 Pct	5 Pct	10 Pct
Time Trend:	-3.83	-1.67	-2.44	-3.96	-3.66	-3.41	-3.12
Constant:	-3.87	-1.90	-2.67	-3.43	-3.12	-2.86	-2.57
Neither:	-0.16	0.27	-0.39	-2.58	-2.23	-1.95	-1.62

Tabela 5: Defasagens do teste ADF

	Trend Model	Drift Model	None
etanol	2	2	2
acucar	1	1	1
soja	6	6	5

Tabela 6: Teste Phillips-Perron

	$Z(\alpha)$	Defasagem	valor-p
Etanol	-18,99	8	0,09
Açúcar	-6,74	8	0,07
Soja	-3,90	8	0,90

Como critério para seleção da ordem de defasagem do modelo VAR usamos os critério AIC, BIC e HQ. Estes testes reportaram como número de defasagens ótimas, 7, 4 e 6, respectivamente e por uma questão de parcimônia usamos o número de defasagens sugerido pelo critério BIC (4 defasagens). Como o número ótimo de defasagens do modelo VAR é 4, para o teste de cointegração devemos usar 3 defasagens. O teste realizado foi o teste do traço de Johansen que possui hipótese nula de ausência de cointegração contra uma hipótese alternativa de cointegração entre as variáveis. O teste do traço verifica se o posto ($rank$) da matriz de cointegração $\Pi = \alpha\beta'$ é igual a zero. a hipótese alternativa é a de que $0 < rank(\Pi) < n$ e n é o número máximo possível de vetores de cointegração. Se a hipótese nula de que o posto da matriz Π seja zero for rejeitada, realiza-se o teste novamente com a hipótese nula de que o posto seja 1 e assim sucessivamente até não se rejeitar a hipótese nula. O posto da matriz Π será definido logo quando não se rejeitar a hipótese nula do teste. O número de vetores de cointegração é igual ao posto da matriz Π .

Tabela 7: Teste do traço de Johansen

H_0	H_a	Estatística do teste	Valor crítico a 5%
$r = 0$	$r > 0$	42,16	31,52
$r \leq 1$	$r > 1$	13,22	17,95
$r \leq 2$	$r > 2$	4,12	8,18

Como se verifica na Tabela 7, inicialmente rejeitou-se a hipótese nula de que o posto da matriz Π seja zero, em seguida não se rejeitou a hipótese nula de que o posto seja igual a um. Logo, existe uma única relação de cointegração dada por:

$$p_t^e - 0,03 p_t^a - 0,316 p_t^s = 0 \quad (7)$$

em que P_t^e , p_t^a e p_t^s são os preços do etanol, açúcar e soja, respectivamente. Agora, dado o vetor de cointegração, podemos estimar o modelo VECM para obtermos a volatilidade livre do co-movimento entre as médias dos preços.

0.3 Estimação do modelo de vetor de correção de erros.

Foi estimado um modelo de vetor de correção de erros a partir do vetor de cointegração encontrado anteriormen. Tanto a relação de longo prazo, quanto a dinâmica de curto prazo são capturadas por este modelo. Depois de realizado um refinamento ao remover os coeficientes não significantes a 5% o modelo parcimonioso ficou (erro padrão entre parênteses):

$$\begin{aligned}
\Delta p_t^e &= -0,01 \underset{(0,002)}{\hat{\beta}^T p_{t-1}} + 0,373 \underset{(0,024)}{\Delta p_{t-1}^e} + 0,258 \underset{(0,024)}{\Delta p_{t-2}^e} + 0,061 \underset{(0,015)}{\Delta p_{t-2}^s} + 0,036 \underset{(0,024)}{\Delta p_{t-3}^e} + u_t, \\
\Delta p_t^a &= -0,005 \underset{(0,002)}{\hat{\beta}^T p_{t-1}} - 0,057 \underset{(0,021)}{\Delta p_{t-1}^e} + 0,2 \underset{(0,023)}{\Delta p_{t-1}^a} - 0,026 \underset{(0,017)}{\Delta p_{t-2}^s} - 0,043 \underset{(0,022)}{\Delta p_{t-3}^e} + u_t, \\
\Delta p_t^s &= 0,22 \underset{(0,023)}{\Delta p_{t-1}^s} + 0,174 \underset{(0,024)}{\Delta p_{t-2}^s} + 0,23 \underset{(0,023)}{\Delta p_{t-3}^s} + u_t.
\end{aligned} \tag{8}$$

em que $\hat{\beta}^T p_{t-1}$ é a relação de cointegração estimada na equação (7). Dado que os preços são diários o conjunto de equações em (8) representam as mudanças percentuais de um dia para o outro. Com relação ao etanol, a relação de longo prazo entre as variáveis impacta negativamente o retorno do ativo (Δp_t). O retorno do etanol sofre impacto de seus componentes autorregressivos e do retorno do soja na dfasagem de segunda ordem, porém é um efeito fraco se comparado com os componentes autorregressivos.

O retorno do açúcar também sofre impacto negativo dos co-movimento entre as médias dos preços, assim como o retorno do etanol. Já seus componentes autorregressivos impactam seu retorno de forma positiva, já que o efeito autorregressivo de primeira ordem sobrepõe o efeito de terceira ordem. O etanol impacta o retorno do açúcar de forma negativa, fato que corrobora a relação direta de oferta entre os dois produtos. Para o açúcar, desta-se ainda um efeito significativo do soja no termo de segunda defasagem, porém, como para o etanol, o efeito é muito fraco e dissipado pelos componentes autorregressivos. Por fim o retorno do soja também possui forte impacto positivo de seus componentes autorregressivos e não apresenta nenhuma influência significativa dos demais retornos.

Na figura 3 estão plotados os resíduos do modelo VECM estimado com refinamento. Visualmente fica perceptível a heterocedasticidade condicional dos termos de erro, porém alguns teste estatísticos para detectar a heterocedasticidade condicional ainda são necessários. Os testes escolhidos foram os testes de Potmanteau e os teste baseados no posto. Como consta na Tabela 8 os três primeiros testes se referem ao teste de Portmanteau ($Q_k^*(m)$) e suas extensões, a versão ajustada para a média ($Q^*(m)$) e a versão robusta com truncamento de cauda superior de 5% ($Q_k^r(m)$), e também o teste de posto ($Q_R(m)$). Para mais detalhes sobre estes testes Tsay (2013) fornece um excelente ponto de partida.

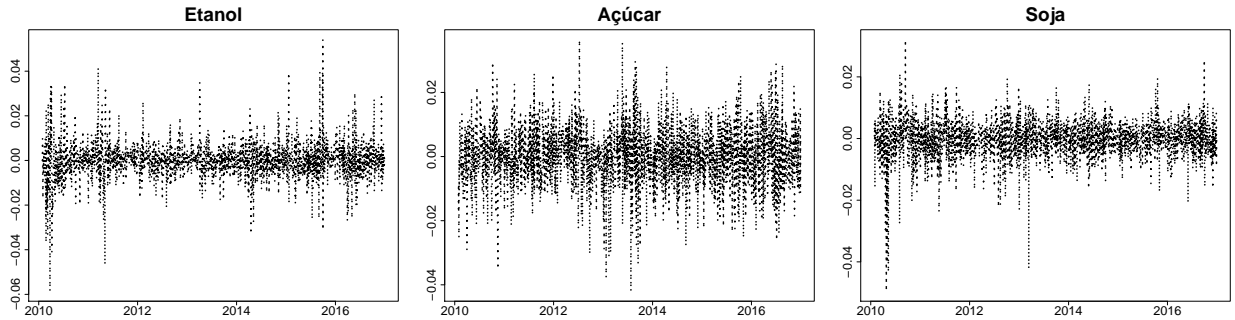


Figura 3: Resíduos das estimação do modelo de vetor de correção de erros (VECM)

Tabela 8: Testes de heterocedasticidade condicional.

	$Q_k^*(m)$	$Q^*(m)$	$Q_k^r(m)$	$Q_R(m)$
Teste	646,09	213,39	503,87	184,77
valor-p	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01

Todos os teste falharam em rejeitar a hipótese nula de ausência de heterocedasticidade condicional a um nível de significância inferior a 1%, como era o esperado já que observamos na Figura 3 que os dados

sugeriam a ocorrência de heterocedasticidade condicional e os dados por se tratarem de séries financeiras possuem este comportamento. Uma vez que foi indentifaca a heterocedasticidade condicional para a série de dados podemos modelar a heterocedasticidade condicional.

1 Estimação dos modelos MGARCH BEKK e DCC.

Referências

- Araujo, Alcides Carlos de, and Alessandra de Ávila Montini. 2015. “Estimação Da Volatilidade Percebida Futura Por Meio de Combinação de Projeções.” *Anais*. http://bdpi.usp.br/single.php?_id=002723087.
- Engle, Robert F. 1982. “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation.” *Econometrica* 50 (4): 987–1007. doi:10.2307/1912773.
- Freitas, Clailton Ataídes de, Thelma Sáfadi, Clailton Ataídes de Freitas, and Thelma Sáfadi. 2015. “Volatilidade Dos Retornos de Commodities Agropecuárias Brasileiras: Um Teste Utilizando O Modelo APARCH.” *Revista de Economia E Sociologia Rural* 53 (2): 211–28. doi:10.1590/1234-56781806-9479005302002.
- López Cabrera, Brenda, and Franziska Schulz. 2016. “Volatility Linkages Between Energy and Agricultural Commodity Prices.” *Energy Economics* 54 (February): 190–203. doi:10.1016/j.eneco.2015.11.018.
- McLeod, A. I., and W. K. Li. 1983. “Diagnostic Checking Arma Time Series Models Using Squared-Residual Autocorrelations.” *Journal of Time Series Analysis* 4 (4): 269–73. doi:10.1111/j.1467-9892.1983.tb00373.x.
- Serra, Teresa, and David Zilberman. 2013. “Biofuel-Related Price Transmission Literature: A Review.” *Energy Economics* 37 (May): 141–51. doi:10.1016/j.eneco.2013.02.014.
- Shapiro, S. S., and M. B. Wilk. 1965. “An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples).” *Biometrika* 52 (3-4): 591–611. doi:10.1093/biomet/52.3-4.591.
- Tsay, Ruey S. 2012. *An Introduction to Analysis of Financial Data with R*. 1 edition. Hoboken, N.J: Wiley.
- . 2013. *Multivariate Time Series Analysis: With R and Financial Applications*. John Wiley & Sons.
- Zeileis, Achim, and Gabor Grothendieck. 2005. “Zoo: S3 Infrastructure for Regular and Irregular Time Series.” *Journal of Statistical Software* 014 (i06): 1–27. doi:10.18637/jss.v014.i06.