

MATEMÁTICA 4° año “U” - Iniciación al estudio de funciones (Parte 3)

A continuación, resolverán situaciones que nos permitirán profundizar en el estudio de la función lineal.

Martín y su familia ya tienen todo preparado para venir a Córdoba de vacaciones. Esta vez no solo vienen Martín y su mamá, también se sumaron la hermana menor, Lucía, Santiago, un primo, y el papá de Martín. Piensan pasar, al menos, una semana por nuestra provincia para conocer la capital y alguno de los valles serranos que tenemos.

Martín ahorró dinero para comprarse algunas cosas durante el viaje y no tener que pedirle a sus padres. Junto en total \$2.650. Él opina que, si gasta \$350 por día, le va a alcanzar para los siete días y le va a sobrar un poco. Pero Santiago, que es mucho menor que Martín y no sabe dividir, opina que no.

ACTIVIDAD 1

Para mostrarle a su primo que el dinero sí le va a alcanzar, Martín anotó en un papel la plata que tiene y lo que le va quedando por día:

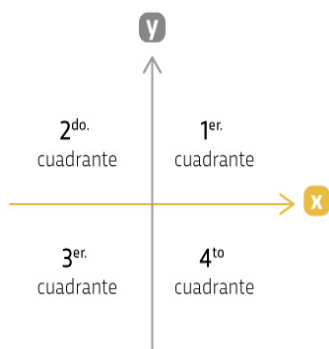
Día (x)	Dinero restante (y)
0	2650
1	2300
2	
3	
5	
7	

- 1) Completen en sus carpetas la tabla que comenzó Martín. ¿Tiene razón Martín o su primo? ¿Por qué?
- 2) Grafiquen en un sistema de ejes cartesianos los puntos obtenidos. ¿Quedaron alineados? ¿Qué nombre reciben las funciones cuyas gráficas son rectas (o puntos alineados que pertenecen a una recta)?

Para recordar...

Un **sistema de coordenadas cartesianas** se utiliza para representar puntos en el plano, y está formado por dos rectas numéricas perpendiculares (se cruzan formando cuatro ángulos rectos), llamadas **ejes cartesianos**.

- El **eje horizontal** se llama **eje x** o **eje de las abscisas**.
- El **eje vertical** se denomina **eje y** o **eje de las ordenadas**.
- Los ejes dividen el plano en cuatro **cuadrantes**.



En cada eje, se elige una escala, y cada punto del plano se identifica con un **par ordenado (x ; y)**, que son las **coordenadas cartesianas**. El **primer número** del par ordenado se denomina **abscisa** o **coordenada x**. El **segundo número** se denomina **ordenada** o **coordenada y**.

MATEMÁTICA 4° año “U” - Iniciación al estudio de funciones (Parte 3)

- 3) Para calcular el dinero que le quedaba, Martín iba restando lo que gastaba por día. Sin hacerlo día por día, ¿cómo podrían calcular si le alcanzó para los siete días y si le sobró? Escriban una fórmula que les permita saber cuánto dinero le va quedando a Martín, según el día de viaje en que se encuentra.

¡Importante!

La fórmula que obtuvieron anteriormente corresponde a una función lineal.

La ecuación general de una **función lineal** es $y = a \cdot x + b$, donde **a** y **b** son números reales fijos.

- 4) Escriban, en sus carpetas, los valores de **a** y de **b** en la fórmula que obtuvieron.
- 5) En este problema en particular, ¿qué representan los valores de **a** y de **b**?
- 6) Respondan en sus carpetas: Si Martín gasta distintas cantidades de dinero cada día, ¿la fórmula obtenida le sirve para saber cuánto dinero le va quedando? ¿Es posible escribir una fórmula que represente el dinero restante en ese caso? ¿Se puede anticipar si el dinero le alcanzará para los siete días? ¿Por qué?

El análisis de la fórmula

En la actividad anterior:

- Obtuvieron la fórmula $y = 2650 - 350x$ (o $y = -350x + 2.650$) en donde **x** es el día de viaje, **y** es el dinero restante. Esta les permite calcular el dinero que le queda a Martín por día.
- Relacionaron la expresión general de una función lineal con la que obtuvieron:



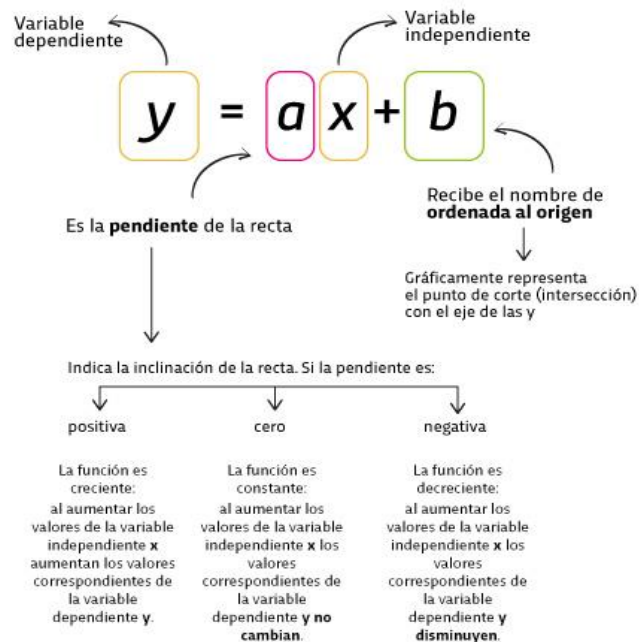
$$b = 2650 \text{ (dinero ahorrado)} \quad y = 2650 - 350x \quad a = -350 \text{ (dinero gasta por día)}$$

ACTIVIDAD 2 | Pendiente y ordenada

- 1) En la gráfica que hicieron en la Actividad 1, marquen con color el punto donde la recta que dibujaron corta el eje de las ordenadas (eje y).
- 2) Escriban el par ordenado $(x; y)$ del punto que marcaron anteriormente.
- 3) ¿Qué relación encuentran entre las coordenadas escritas en el **punto 2 de esta actividad** y el valor de **b**?
- 4) Observen los valores de la tabla o el gráfico de la Parada 1. ¿Qué sucede con la cantidad de dinero disponible al aumentar los días?

Importante

MATEMÁTICA 4° año "U" - Iniciación al estudio de funciones (Parte 3)




Para saber más

La **pendiente de la recta** se define como el cociente entre la diferencia de dos valores de y y la diferencia entre los correspondientes valores de x .

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Veamos un ejemplo con los números de tabla de la Parada 1:



Día (x)	Dinero restante (y)
0	2.650
1	2.300

Si tomamos las dos primeras filas de la tabla, la pendiente se calcula:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{2.300 - 2.650}{1 - 0}$$

$$a = -350$$

MATEMÁTICA 4° año “U” - Iniciación al estudio de funciones (Parte 3)

5) Identifiquen en las siguientes funciones la pendiente y la ordenada, e indiquen si son rectas crecientes, decrecientes o constantes.

a) $y = 2x + 1$

b) $y = 3 - 2x$

c) $y = \frac{1}{2}x - 2$

d) $y = -x$

e) $y = 4$

Estrategia para graficar sin tabla

Como hemos visto, la pendiente y la ordenada brindan mucha información sobre la gráfica de una recta.

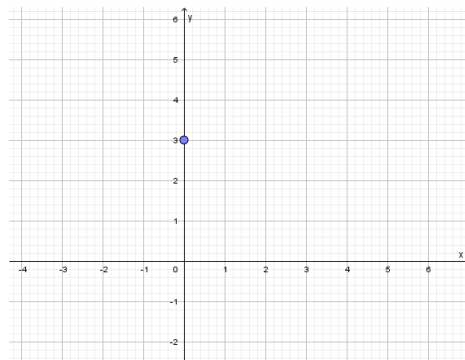
Ahora, aprenderemos que es posible graficar la recta sin necesidad de realizar la tabla de valores. Para poder hacerlo, van a necesitar sólo dos puntos.

Uno de esos puntos ya lo conocen: es la **ordenada b de coordenadas (0,b)**. Entonces, ahora solo nos falta un punto más.

El segundo punto lo vamos a obtener a partir de la pendiente **a**, ya que su valor es “el cociente entre la diferencia de dos valores de **y** y la diferencia entre los correspondientes valores de **x**”. Gráficamente, el numerador de la pendiente nos da el desplazamiento vertical, y el denominador de la pendiente, el desplazamiento horizontal. ¿Cómo es eso?

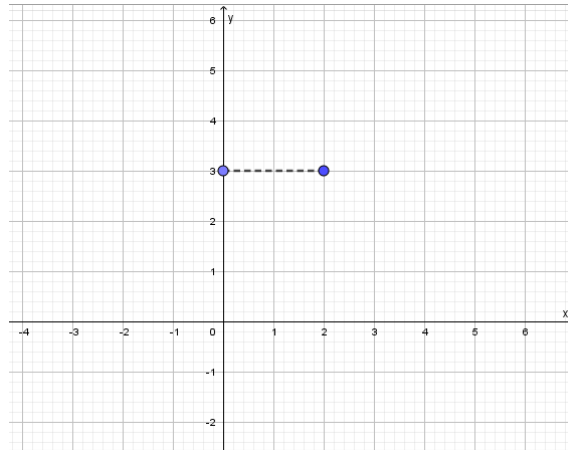
Tomemos un ejemplo: $y = \frac{1}{2}x + 3$.

Primero, marcamos la ordenada. Como esta es 3 (punto de coordenadas (0,3))

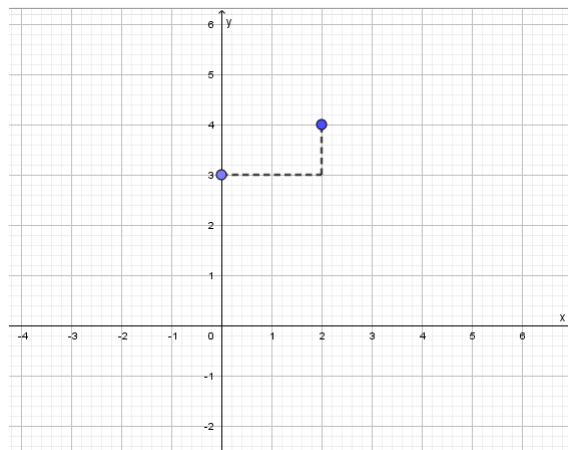


MATEMÁTICA 4° año “U” - Iniciación al estudio de funciones (Parte 3)

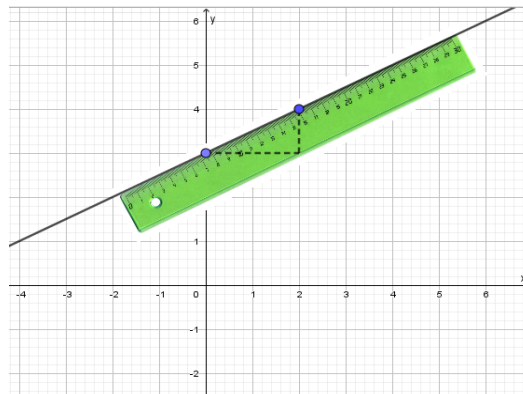
La pendiente es $\frac{1}{2}$. A partir de ese punto, nos desplazamos “2” horizontalmente (denominador de la pendiente)



Luego “1” subimos (porque es positivo) verticalmente (numerador de la pendiente)



Ahora tenemos los dos puntos. Trazamos la recta que pasa por ellos.



ACTIVIDAD 3 | ¡A graficar!

1) Grafiquen en sus carpetas las siguientes rectas:

- a) $y = 2x + 1$
- b) $y = 3 - 2x$
- c) $y = 12x - 2$
- d) $y = -x$

Para tener en cuenta

MATEMÁTICA 4° año “U” - Iniciación al estudio de funciones (Parte 3)

- Si la pendiente es un número entero (por ejemplo, 5) recuerden que tienen por denominador a 1, es decir, la pendiente puede ser escrita como $\frac{5}{1}$
 - Si en la expresión de la recta no está escrito el valor de “b”, entonces la ordenada es cero. Por ejemplo: en la siguiente recta $y = -2x$, la ordenada es cero.
- 2) Ingresen los datos de la pendiente y la ordenada de cada una de las funciones en este *applet* <https://www.geogebra.org/m/g4gx3zqe> y comparen con lo que ustedes hicieron.

ACTIVIDAD 4 | Paralelas y perpendiculares

- 1) Dadas las siguientes funciones, indiquen el valor de la pendiente y la ordenada al origen en cada caso:
- $y = \frac{1}{2}x + 2$
 - $y = 1 - 2x$
 - $y = 4 + \frac{1}{2}x$
- 2) Grafiquen las funciones anteriores por pendiente y ordenada. Utilicen el mismo sistema de ejes cartesianos.
- 3) Comparen su gráfica con la que puede encontrar en el siguiente *applet*: <https://www.geogebra.org/m/uvv8payv>
- 4) Observen las gráficas de las funciones y completen las oraciones en sus carpetas, con la palabra “paralelas” o “perpendiculares” (al cortarse forman 4 ángulos rectos):
- Las rectas $y = \frac{1}{2}x + 2$ y $y = 4 + \frac{1}{2}x$ son
 - La recta $y = 1 - 2x$ es a las rectas $y = \frac{1}{2}x + 2$ y $y = 4 + \frac{1}{2}x$
- 5) Completen la siguiente tabla en sus carpetas:

Recta	Valor de la pendiente
a) $y = \frac{1}{2}x + 2$	
b) $y = 1 - 2x$	
c) $y = 4 + \frac{1}{2}x$	

- 6) Observen las respuestas de los puntos 4 y 5. Luego, respondan en sus carpetas:
- ¿Cómo deben ser las pendientes de las rectas para que sean paralelas?
 - ¿Cómo deben ser las pendientes de las rectas para que sean perpendiculares?
- 7) Propongan:

- dos ecuaciones de rectas paralelas.
- dos ecuaciones de rectas perpendiculares.
- Verifiquen gráficamente el paralelismo o la perpendicularidad de las rectas planteadas. Para ello, ingresen la pendiente y ordenada de las funciones que propusieron en el siguiente *applet*: <https://www.geogebra.org/m/cpffeqm3>