Lógica de primer orden (De predicados)

UNIVERSIDAD Panamericana

Cuantificadores

La Lógica de primer orden (base de lógica computacional) utiliza la ***teoría de conjuntos***, para representar situaciones, conjuntos de datos y pertenencias de la información.

El primer elemento dentro de la lógica de primer orden son los ***cuantificadores***:

Notación	***Significado***	***Ejemplo***
(∃)	*Existe*	**Existe** una leyenda urbana que dice…
(∀)	*Para todos*	**Todos** tenemos el amor que creemos merecer…

UNIVERSIDAD
Panamericana

Estructura de la lógica de primer orden

En la lógica de primer orden, se tienen enunciados que ***cumplen o no con una propiedad*** determinada.

Los ***individuos*** (Actores) se representan con ***letras minúsculas*** (x, y, z, …)

Las ***propiedades*** se representan con l***etras mayúsculas*** (A, B, C, Q, …)

Ejemplo: "Existe un estudiante que reprobó la clase de IA"

Ex: *x es un estudiante*
Rx: *x reprobó la clase de IA*

$$(\exists x)(Ex \wedge Rx)$$

UNIVERSIDAD Panamericana

Ejemplos:

Ejemplo: "Todos los estudiantes aprobaron el curso de IA"

Ey: *y es un estudiante*
Ax: *y aprobó la clase de IA*

$$(\forall y)(Ey \rightarrow Ay)$$

Ejemplo: "Todos los carros que utilizan combustibles fósiles contaminan"

Cz: *z es un carro*
Fz: *z utiliza combustibles fósiles*
Kz: *z contamina*

$$(\forall z)(Cz \wedge Fz) \rightarrow Kz)$$

Ejercicios:

Para el enunciado "Ningún rey es futbolista", si
Rx: x es un rey
Fx: x es futbolista
Su simbolización es

a. $(\exists x)(Rx \to Fx)$

b. $(\exists x)(Rx \to \neg Fx)$

c. $(\forall x)(Rx \to Fx)$

d. $(\forall x)(Rx \to \neg Fx)$

Para el enunciado "Algunos perros no saben cantar", si
Px: x es un perro
Cx: x sabe cantar
Su simbolización es

a. $(\forall x)(Px \to Cx)$

b. $(\forall x)(Px \lor \neg Cx)$

c. $(\exists x)(Px \land \neg Cx)$

d. $(\exists x)(Px \to Cx)$

Ejercicios:

Para el enunciado “Hay hombres que ni son libres ni sienten ningún deseo de serlo”, si
Hx: x es un hombre
Lx: x es libre
Dx: x siente deseo de ser libre
Su simbolización es

a. $(\exists x)(Hx \wedge Lx \wedge \neg Dx)$

b. $(\exists x)(Hx \wedge \neg Lx \wedge \neg Dx)$

c. $(\forall x)(Hx \wedge \neg Lx \wedge \neg Dx)$

d. $(\forall x)(Hx \wedge Lx \wedge \neg Dx)$

Para el enunciado “El alma feliz a es alma alegre, paciente, humilde y servicial”, si
Fx: x es un alma feliz
Ax: x es un alma alegre
Px: x es un alma paciente
Hx: x es un alma humilde
Sx: x es un alma servicial
Su simbolización es

a. $(\forall x)(Fx \rightarrow (Ax \wedge Hx \wedge Px \wedge Sx))$

b. $(\forall x)(Fx \vee (Ax \wedge Hx \wedge Px \wedge Sx))$

c. $(\exists x)(Fx \rightarrow (Ax \wedge Hx \wedge Px \wedge Sx))$

d. $(\exists x)(Fx \rightarrow \neg(Ax \wedge Hx \wedge Px \wedge Sx))$

UNIVERSIDAD Panamericana

Ejercicios:

Simbolizar cada uno de los siguientes enunciados:

1. Todos los hombres son mortales.

2. Todo número al cuadrado es positivo.

3. En cualquier fracción el denominador debe ser diferente de cero.

4. Si una flor es roja y es una rosa entonces tiene espinas.

5. Algunos estudiantes llegan tarde a clase.

6. María es una mujer o María tiene el pelo largo.

UNIVERSIDAD Panamericana

Negación de cuantificadores

Todo predicado puede ser negado al igual que en la lógica proposicional, invirtiendo el significado lógico de la frase, por ejemplo:

Ejemplo: "Todos los días hace calor"

Ejemplo: "Existe un día que NO hace calor"

Ed: *d es un día*
Cd: *en d hace calor*

$$(\forall x)(Dx \rightarrow Cx)$$

$$(\exists x)(Dx \land \neg Cx)$$

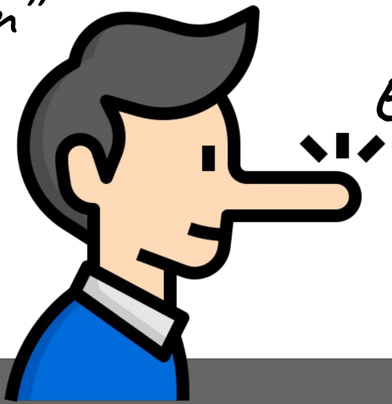
Negación de cuantificadores

Se puede ***negar un cuantificador universal*** (todos) con el mismo símbolo que se usa en la lógica proposicional ($\neg$):

$$\neg(\forall x)(Px) \Leftrightarrow (\exists x)(\neg Px)$$

Ejemplo: "No todos mienten"

Ejemplo: "Algunos NO mienten"



Principios de Negación de cuantificadores

"No todos son siempre buenos o malos"

"Algunos, no son buenos o malos"

$$
\begin{aligned}
\neg(\forall x)(Px \vee Qx) \quad &\longleftrightarrow \quad (\exists x)(\neg(Px \vee Qx)) \text{ Negación del universal} \\
&\longleftrightarrow \quad (\exists x)(\neg Px \wedge \neg Qx) \text{ De Morgan}
\end{aligned}
$$

"Algunos, son ni bien buenos, ni tampoco malos"

Principios de Negación de cuantificadores

"No hay algún día del invierno que haga calor"

"Ningún día del invierno hace calor"

$$\neg(\exists x)(Px \rightarrow Qx) \quad \longleftrightarrow \quad (\forall x)(\neg(Px \rightarrow Qx)) \text{ Negación del existencial}$$

$$\longleftrightarrow \quad (\forall x)(Px \wedge \neg Qx)) \text{ De Morgan y doble negación}$$

"No hay ningún día, que sea invierno y que No haga calor"

Ejercicios:

Al negar el predicado $(\forall x)(\neg Px \land Qx)$ se obtiene

a. $(\exists x)(Qx \land Px)$

b. $(\exists x)(Qx \lor Px)$

c. $(\exists x)(Px \to Qx)$

d. $(\exists x)(Qx \to Px)$

Al negar el predicado $(\exists x)(Px \to (Qx \to Rx))$ se obtiene

a. $(\forall x)(Px \land Qx \land \neg Rx)$

b. $(\forall x)(Px \land \neg Qx \land Rx)$

c. $(\forall x)(\neg Px \land Qx \land Rx)$

d. $(\forall x)(\neg Px \land \neg Qx \land Rx)$

UNIVERSIDAD Panamericana