Trabajo: MOVIMIENTO BROWNIANO Y FENÓMENOS DE DIFUSIÓN

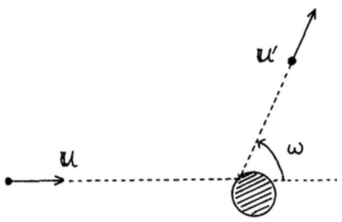
Profesor Responsable: Rocío del Río

MOVIMIENTO BROWNIANO

Una partícula suficientemente pequeña, como un grano de polen, inmersa en un líquido presenta un movimiento aleatorio, observado por primera vez por el botánico Brown en el siglo XIX. El movimiento browniano pone de manifiesto las fluctuaciones estadísticas que ocurren en un sistema en equilibrio térmico. Tiene un gran interés práctico, porque estas fluctuaciones explican el denominado "ruido" que impone limitaciones a la exactitud de las medidas físicas precisas [1].

El movimiento browniano puede explicarse a escala molecular a partir de la sucesión de colisiones de pequeñas partículas (denominadas térmicas) que experimentan choques con una partícula mayor (denominada browniana).

Consideremos el movimiento de una partícula browniana de masa M_B en un medio bi-dimensional compuesto por partículas térmicas de masa m_t con velocidad térmica de módulo $\vec{v}_t$ y orientación aleatoria. La velocidad $\vec{V}_B$ de la partícula browniana se considerará que cambia instantáneamente por la colisión con las partículas térmicas. En la Fig.1 se ilustra la colisión de una partícula térmica relativo a la partícula browniana, considerada fija, donde ω es el ángulo de dispersión.



$$\begin{aligned} \vec{u} &= \vec{v}_t - \vec{V}_B \\ \vec{u}' &= \vec{v}_t{}' - \vec{V}_B{}' \end{aligned} \quad \text{, con } |\vec{u}' = \vec{u}|$$

Fig.1: Colisión de una partícula térmica relativo a la partícula browniana considerada fija [2].

Aplicando las leyes de conservación del momento y de la energía, la velocidad de la partícula browniana después de una colisión viene dada por [1][2],

$$\vec{V}_B' = \vec{V}_B + + \frac{m_t}{m_t+M_B}(\vec{u}' - \vec{u}) \tag{1}$$

que, descomponiendo en cartesianas, resulta en

$$\begin{aligned} V'_{B,x} &= V_{B,x} + \frac{m_t}{m_t+M_B}\left[u_x(1-\cos\omega) + u_y \sin\omega\right] \\ V'_{B,y} &= V_{B,y} + \frac{m_t}{m_t+M_B}\left[u_y(1-\cos\omega) - u_x \sin\omega\right] \end{aligned} \tag{2}$$

con

$$\begin{aligned} u_x &= v_t \cos\omega - V_{B,x} \\ u_y &= v_t \sin\omega - V_{B,y} \end{aligned} \tag{3}$$

La posición de la partícula browniana tras una colisión con una partícula térmica puede obtenerse por tanto como,

$$\begin{aligned} X'_B &= X_B + V'_{B,x}\, dt \\ Y'_B &= Y_B + V'_{B,y}\, dt \end{aligned} \tag{4}$$

donde dt representa el incremental de tiempo.

SIMULACIÓN NUMÉRICA

Se pretende simular el movimiento browniano de una nube de partículas, aumentando la complejidad del problema de paseo aleatorio estudiado en clase y adecuándolo a la dinámica descrita en las ecuaciones (2)-(4).

- **Movimiento browniano no confinado**
  Desarrolle un script de MATLAB que ilustre de forma animada la evolución de una nube de $B = 500$ partículas que, estando inicialmente en el origen y en reposo, se muevan durante al menos 500 unidades de tiempo, según el movimiento browniano anteriormente descrito.
  Considere los siguientes valores para los parámetros (en unidades arbitrarias):
  $$M_B = 10, m_t = 1, v_t = 1, dt = 1$$

- **Movimiento browniano confinado**
  Adapte el script anterior de manera que las partículas estén confinadas en un recipiente rectangular con un ancho y alto determinado, de manera que las partículas brownianas sufran choques totalmente elásticos en las paredes.
  Considere que las partículas están inicialmente distribuidas de manera uniforme dentro del recipiente y que éste tiene $ancho = 20$ y $alto = 10$ (en unidades arbitrarias).

FENÓMENOS DE DIFUSIÓN

Cuando se ponen en comunicación dos recipientes iguales que contienen distinto número de partículas brownianas, se alcanza el equilibrio cuando el número de partículas es el mismo en cada recipiente. El equilibrio no es estático sino dinámico, ya que los recipientes pueden intercambiar partículas a nivel microscópico, aunque dicho intercambio tiene lugar en ambas direcciones, no habiendo en promedio intercambio neto en ninguna de las dos.

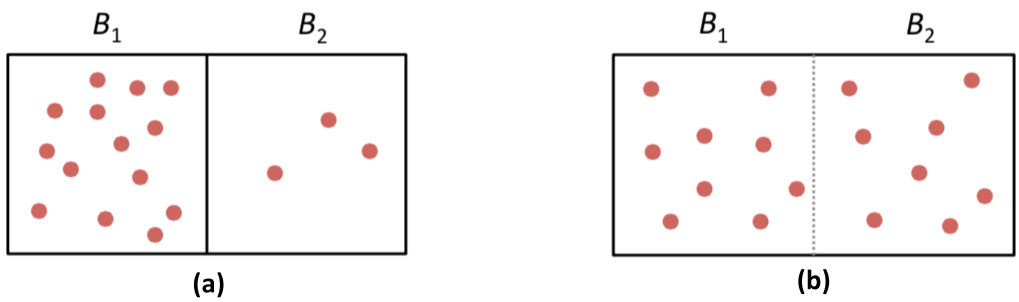


Fig.2: Dos recipientes de igual tamaño y con distinto número de partículas brownianas, B_1 y B_2, inicialmente aisladas una de otra (a), se ponen en comunicación (b). En el equilibrio $B_1 \cong B_2$.

SIMULACIÓN NUMÉRICA

Se pueden simular fenómenos de difusión de manera sencilla a partir de un gradiente en el número de partículas brownianas.

Consideraremos el script anterior de movimiento de B partículas brownianas confinadas en un recipiente de 20 unidades de ancho y 10 de alto. Supongamos que el recipiente está dividido en dos partes iguales por una rejilla que incomunica ambos recipientes de 10x10 (ver Fig.2). Supongamos que inicialmente el número de partículas brownianas en el recipiente 1 (izquierda) es $B_1 = 400$ y que el número de partículas brownianas en el recipiente 2 (derecha) es $B_2 = 100$. En $t = 0$ se ponen en comunicación ambos recipientes.

Simule el proceso de difusión de las partículas y muestre de manera animada tanto el movimiento de las partículas en el recipiente como la evolución del número de partículas B_1 y B_2 frente al tiempo.

Adapte el script de forma que pueda elegir la posición inicial de las partículas brownianas B_1 y B_2:

- partículas situadas en el centro de cada recipiente,
- partículas uniformemente distribuidas de cada recipiente.

Identifique situaciones distintas a las anteriores de movimiento browniano y/o de difusión que puedan resultar de interés y simule la dinámica correspondiente de las partículas.

REFERENCIAS:

[1] Ángel Blanco: Física con Ordenador. http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/

[2] N. Mishima, T. Petrosky, H. Minowa, S. Goto: "Model experiment of two-dimensional Brownian motion by microcomputer". *American Journal of Physics*, Vol. 48 (12), pp. 1050-1055, Dec. 1980.