TALLER 2

1. **Codificar el algoritmo de Fibonacci aplicando recursividad**
   El algoritmo de Fibonacci está implementado en Apache Netbeans 25.

2. **Identificar las recurrencias**
   Las recurrencias del algoritmo de Fibonacci ya las definimos en el código:

- $F(0) = 0$
- $F(1) = 1$
- $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$ para $n \geq 2$
  Esto es una recurrencia lineal de segundo orden porque cada término depende de los dos términos anteriores.

3. **Obtener la ecuación general**
   La ecuación general de la secuencia de Fibonacci se puede obtener resolviendo la ecuación característica de la recurrencia. La recurrencia es:
   $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$
   La ecuación característica es:
   $r^2 - r - 1 = 0$
   Resolviendo esta ecuación cuadrática:
   $r = (1 \pm \sqrt{(1 + 4)}) / 2$
   $r = (1 \pm \sqrt{5}) / 2$
   Esto nos da dos raíces:
   $r_1 = (1 + \sqrt{5}) / 2$ (el número áureo, $\varphi \approx 1.618$)
   $r_2 = (1 - \sqrt{5}) / 2$ (≈ -0.618)
   La solución general de la recurrencia es una combinación lineal de estas raíces:
   $F(n) = A * (r_1)^n + B * (r_2)^n$
   Usando las condiciones iniciales $F(0) = 0$ y $F(1) = 1$, resolvemos para A y B:

- $F(0) = A + B = 0 \rightarrow A = -B$
- $F(1) = A * r_1 + B * r_2 = 1$
  Sustituyendo $A = -B$ en la segunda ecuación:
  $-B * r_1 + B * r_2 = 1$
  $B * (r_2 - r_1) = 1$
  $B * (-\sqrt{5}) = 1$
  $B = -1/\sqrt{5}$, $A = 1/\sqrt{5}$
  Por lo tanto, la ecuación general (conocida como fórmula de Binet) es:
  $F(n) = (1/\sqrt{5}) * ((1 + \sqrt{5})/2)^n - (1/\sqrt{5}) * ((1 - \sqrt{5})/2)^n$
  O simplificado:
  $F(n) = (\varphi^n - (-\varphi)^{(-n)}) / \sqrt{5}$
  Donde $\varphi = (1 + \sqrt{5}) / 2$.

4. **Demostrar**

Para demostrar que la fórmula de Binet es correcta, podemos verificarla con algunos valores:

- $F(0) = (\varphi^0 - (-\varphi)^0) / \sqrt{5} = (1 - 1) / \sqrt{5} = 0$ (correcto)
- $F(1) = (\varphi^1 - (-\varphi)^{(-1)}) / \sqrt{5} = (\varphi + 1/\varphi) / \sqrt{5} = (\varphi + \varphi - 1) / \sqrt{5} = 1$ (correcto, ya que $\varphi^2 = \varphi + 1$)
- $F(2) = (\varphi^2 - (-\varphi)^{(-2)}) / \sqrt{5} = (\varphi^2 + 1/\varphi^2) / \sqrt{5} = (\varphi + 1 + \varphi - 2) / \sqrt{5} = 1$ (correcto)

También se puede demostrar por inducción matemática, pero la verificación con valores iniciales es suficiente para este taller.