

Laboratorio de Procesado Digital de Señal - 3º GITT

Informe Práctica 5: efectos de la precisión finita en el diseño de filtros digitales

Alumno 1:	Jorge Candia
Alumno 2:	
ID Grupo:	3B_LE2_G2
Calificación:	
Comentarios:	

Análisis general

En este bloque se realiza un análisis entre cada uno de los procesos realizados en los bloques anteriores.

Realice los siguientes apartados, a partir de los resultados de los bloques anteriores:

- a) Calcule el error cuadrático medio de las raíces (polos y ceros) de cada uno de los tres filtros cuantificados, con el filtro original.

$$ECM = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| r_i - \hat{r}_i \right|^2$$

Donde r_i es la raíz i-esima del filtro original, \hat{r}_i es la raíz i-ésima cuantificada, y n es el número de raíces.

Indique el valor obtenido.

Tras realizar los cálculos, los errores son los siguientes:

Filtro con coeficientes originales cuantificados:

- Error de polos: 0.054465
- Error de ceros: 0.24657

Filtro con coeficientes de la SOS cuantificados:

- Error de polos: 2.4883e-23
- Error de ceros: 8.231e-30

Filtro con las raíces de la SOS cuantificadas:

- Error de polos: 1.9999e-07
- Error de ceros: 1.0074e-06

Como se puede ver en la imagen, el filtro con los coeficientes originales directamente cuantificados tiene un error cuadrático medio inmenso. Por otra parte, el filtro con los coeficientes de la SOS cuantificados y el filtro con las raíces de la SOS cuantificadas tienen un resultado mucho mejor, destacando el bajísimo error de este primero.

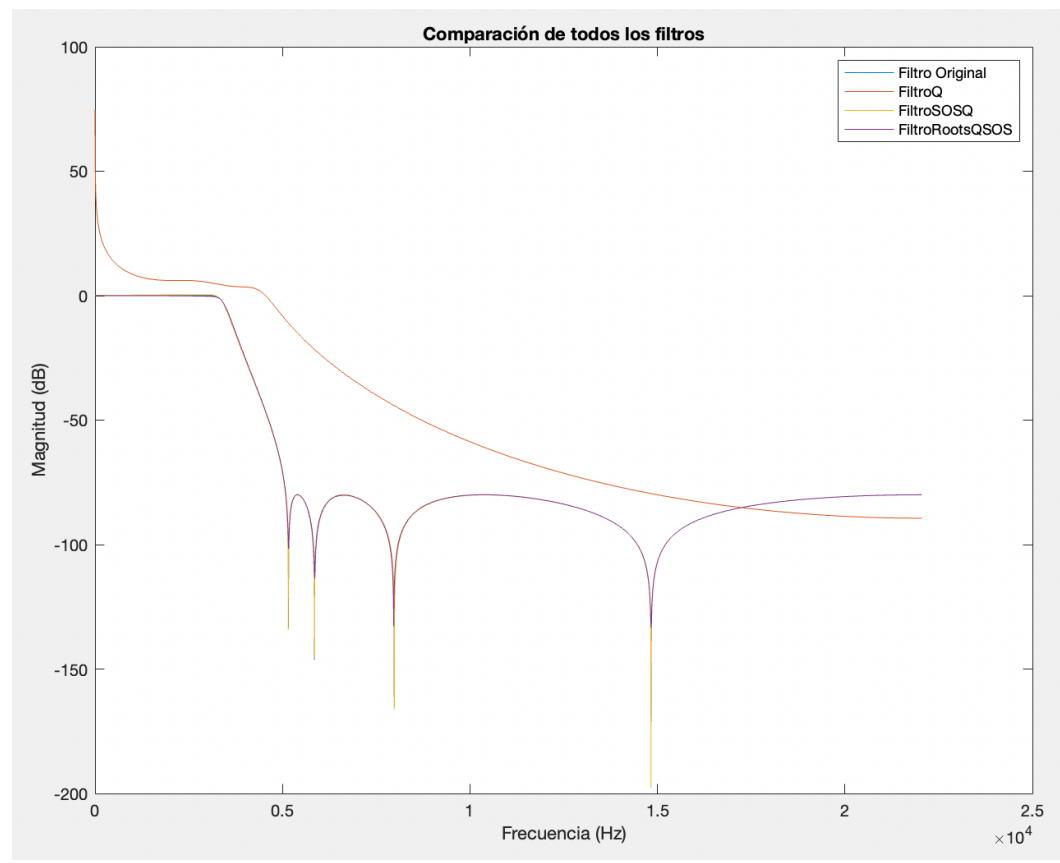
A lo largo del resto del análisis se verá cómo los valores que ha ido tomando este estadístico con los distintos filtros es un fiel reflejo del desempeño real que adoptan en sus labores.

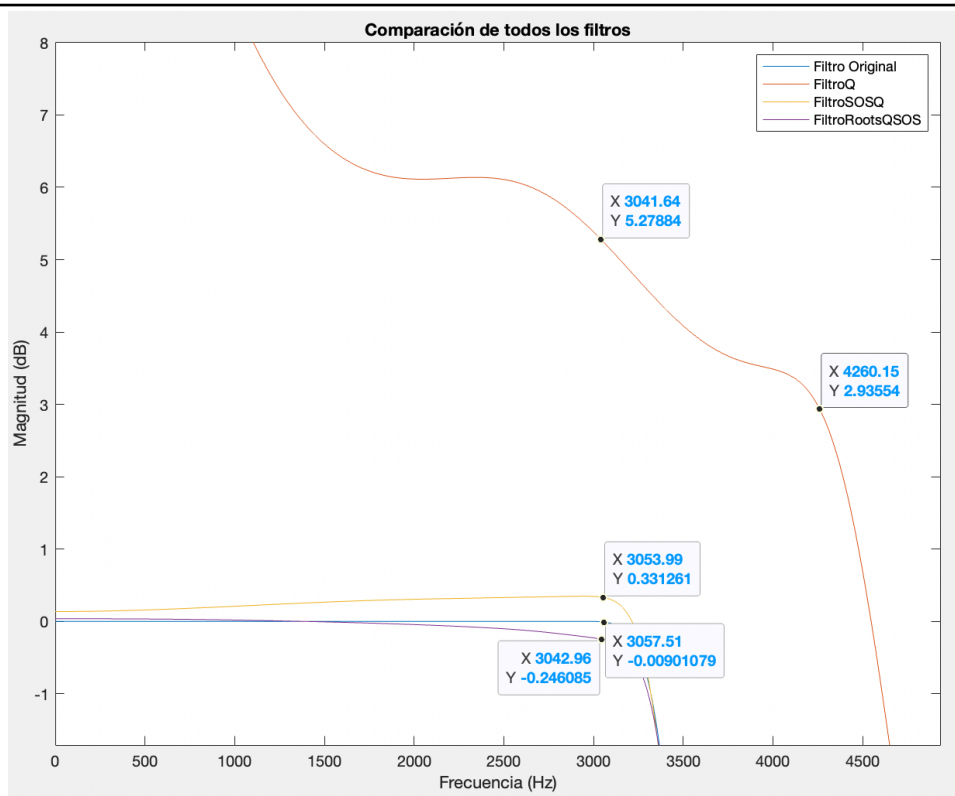
- b) Analice las diferencias en la ganancia, en función de la frecuencia, de los cuatro filtros empleados en la práctica (filtro original, filtro con los coeficientes a y b cuantificados, filtro con los coeficientes de las Secciones de Segundo Orden cuantificados, y filtro con las raíces cuantificadas). Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis.

Para la representación de la ganancia deberá obtener la respuesta en frecuencia de cada uno de los filtros anteriores (utilizando la función `freqz` con 50.000 puntos) y representarla en decibelios vs. Hertzios.

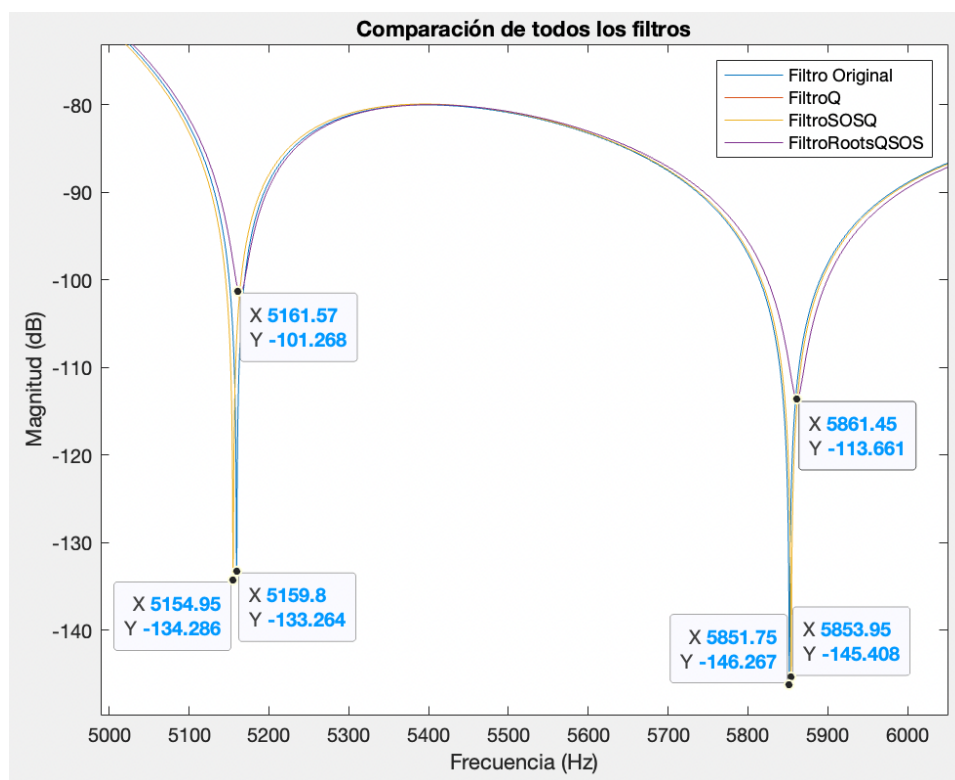
Como se puede ver en la imagen inferior, los filtros en los que se cuantifican los coeficientes de la SOS y las raíces de la SOS convergen con gran exactitud en el filtro original. La ganancia de estos dos filtros en la banda de paso es uniforme y de 0dB y mantienen la frecuencia de corte original (3KHz).

Sin embargo y como era de esperar por los MSEs, el filtro en el que se cuantifican directamente los coeficientes del filtro deja bastante que desear y se parece a duras penas al filtro original. No tiene ceros reconocibles a ojo (al contrario que los otros tres filtros) y amplifica de forma no uniforme en la región de paso, con una grandísima ganancia en las primeras frecuencias, además de empezar a cortar al superar los 4KHz en vez de en los 3KHz esperados y con una pendiente mucho menos abrupta, provocando también una diferencia de ganancias en la banda eliminada, aunque al dejar valores tan bajos no va a tener mucha importancia.





En la siguiente imagen se evidencia que, como bien discutimos en el apartado a), el filtro que guarda una mayor similitud al original es el de los coeficientes de la SOS cuantificados (amarillo):



- c) Analice las diferencias en la fase, en función de la frecuencia, de los cuatro filtros empleados en la práctica (filtro original, filtro con los coeficientes a y b cuantificados, filtro con los coeficientes de las Secciones de Segundo Orden cuantificados, y filtro con las raíces cuantificadas). Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis.

Para la representación de la fase, utilice la función **unwrap** para eliminar saltos en la fase.

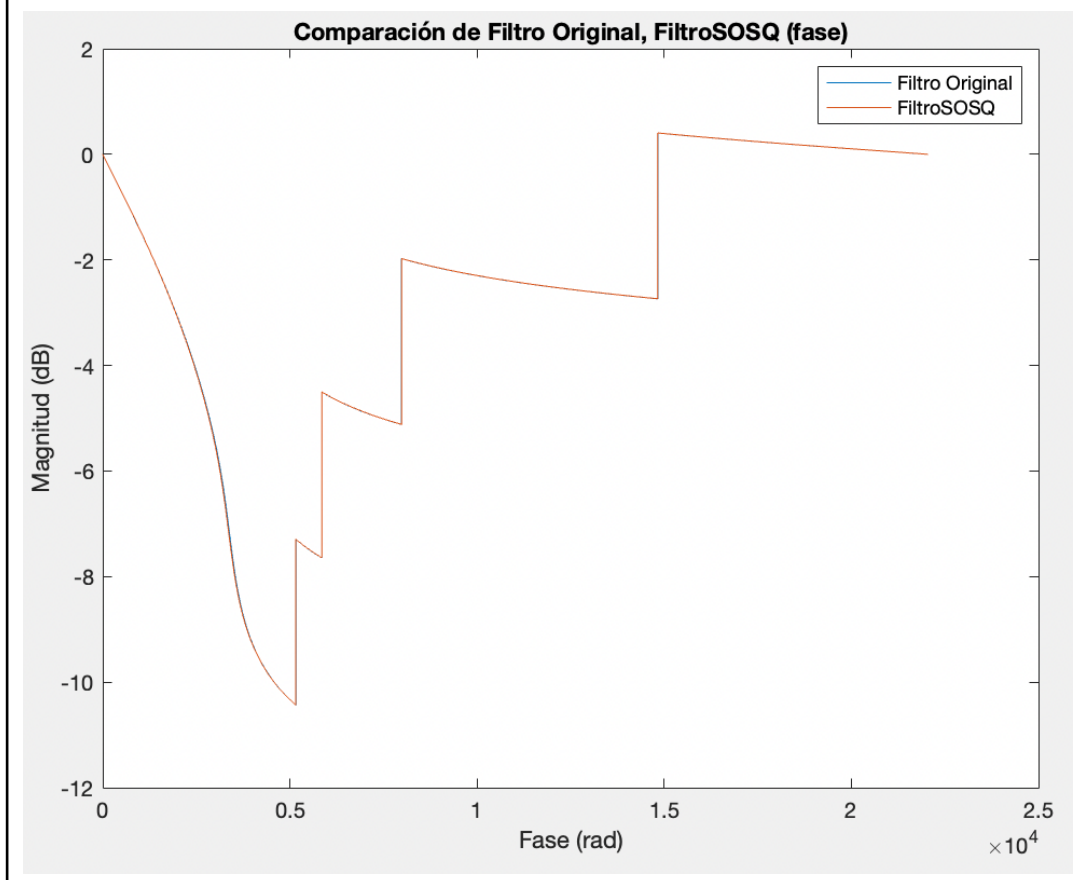
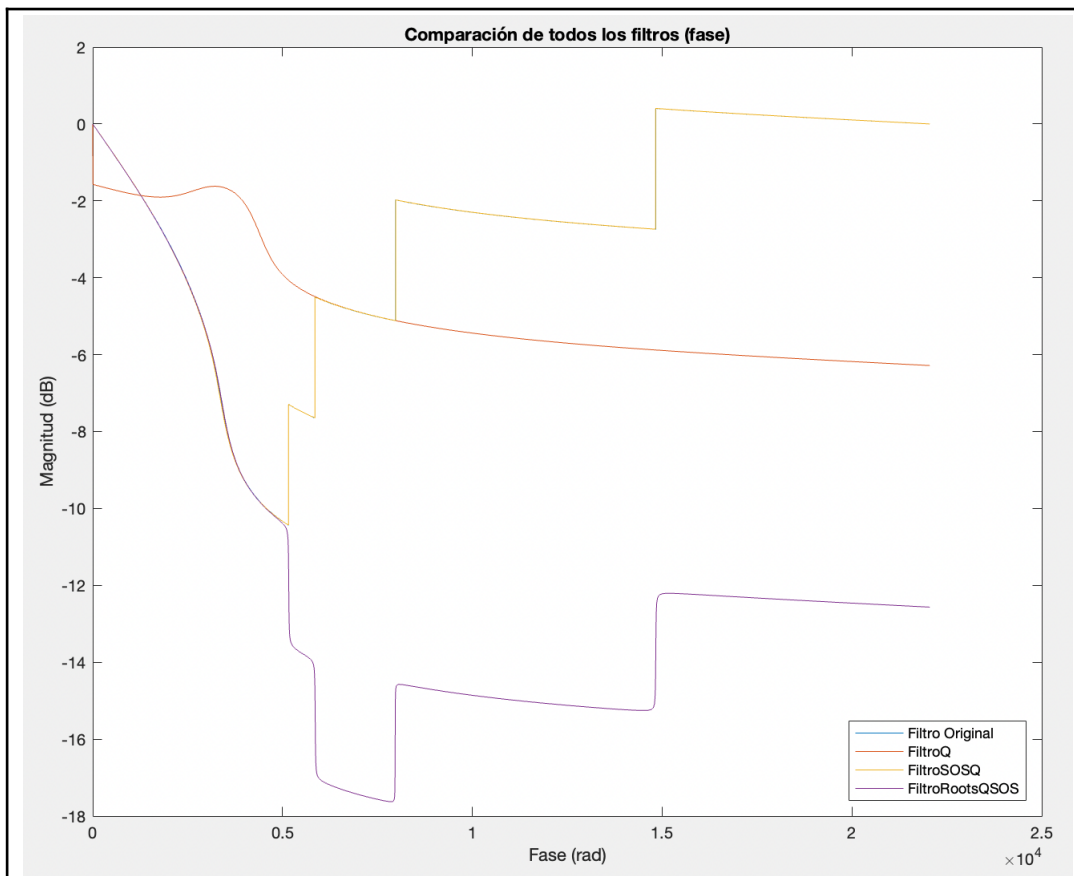
Como se puede ver en las ilustraciones, la fase que más se aproxima a la del filtro original es la del filtro cuantificado en los coeficientes de la matriz SOS, ambas no lineales a partir de la banda de atenuación.

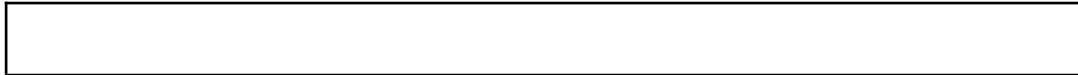
Por otra parte, la fase del filtro cuantificado en las raíces de la matriz SOS tiene una fase bastante distinta a la original y a su vez no lineal a partir de la banda de atenuación, mientras que en la banda de paso es idéntica a la original.

Por último, el filtro cuantificado directamente en los coeficientes del filtro original tiene una fase aproximadamente lineal en las bandas de paso y atenuación con una pendiente en la frecuencia de corte.

Cabe remarcar que la frecuencia de corte en frecuencia base es de 3KHz, que al normalizar con $F_s=44.1\text{KHz}$ al dominio de la pulsación resulta $w_c = \frac{2\pi \cdot f_c}{F_s} = 0.427$ (rad).

Se ve perfectamente cómo es alrededor de esta frecuencia cuando las fases de todos los filtros cambian de alguna manera.





- d) Analice las diferencias en el diagrama de polos y ceros, de los cuatro filtros empleados en la práctica (filtro original, filtro con los coeficientes a y b cuantificados, filtro con los coeficientes de las Secciones de Segundo Orden cuantificados, y filtro con las raíces cuantificadas). Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis.

Para evitar errores en la representación de los diagramas de polos y ceros emplee la función `zpplane` con las raíces (polos y ceros) de cada uno de los filtros.

Se ve perfectamente en la imagen adjunta como los filtros en los que se cuantifican los coeficientes de la SOS y las raíces de la SOS tienen sus respectivos diagramas de polos y ceros a simple vista idénticos al original.

Como era de esperar y en línea con los tres apartados anteriores, el filtro directamente cuantificado de los coeficientes del filtro original tiene un diagrama muy distinto. Para empezar, como se ha comentado en el apartado b), la respuesta en frecuencia no tiene ceros visibles a ojo, lo que se traduce en que podemos ver perfectamente cómo se reúnen en el origen. Por otra parte, los polos tienen una distribución muy distorsionada con respecto al filtro original, llegando a salirse de la circunferencia unidad y por tanto dejando de ser un filtro estable.

