

## Laboratorio de Procesado Digital de Señal - 3º GITT

### Informe Práctica 3: filtros digitales FIR

Alumno 1:	Jorge Candia
Alumno 2:	
ID Grupo:	3B_LE2_G2
Calificación:	
Comentarios:	

## Filtrado de señales

A partir de la señal facilitada al alumno, realice los siguientes apartados, respondiendo a las preguntas que se plantean:

- a) Indique la frecuencia de muestreo ( $f_s$ ) de la señal facilitada ( $x(t)$ ).

$f_s = 188 \text{ kHz}$

- b) Filtre la señal  $x[n]$  con el filtro FIR facilitado, calculando el resultado ( $y[n]$ ) manualmente, es decir, calculando el sumatorio indicado anteriormente. Tenga en cuenta que, al principio, las muestras  $x[n - k] = 0$  mientras  $n \leq k$ , con  $n \geq 1$ .
- c) Filtre la señal  $x[n]$  con el filtro FIR facilitado, calculando el resultado ( $g[n]$ ) mediante la convolución.
- d) Filtre la señal  $x[n]$  con el filtro FIR facilitado, calculando el resultado ( $h[n]$ ) mediante la aplicación de filtros en Matlab.
- e) Analice, en el dominio del tiempo, las diferencias entre los resultados obtenidos (señales filtradas  $y[n]$ ,  $g[n]$  y  $h[n]$ ), y respecto de la señal original  $x[n]$ . Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis. Preste especial atención al vector de tiempo de cada una de las señales.

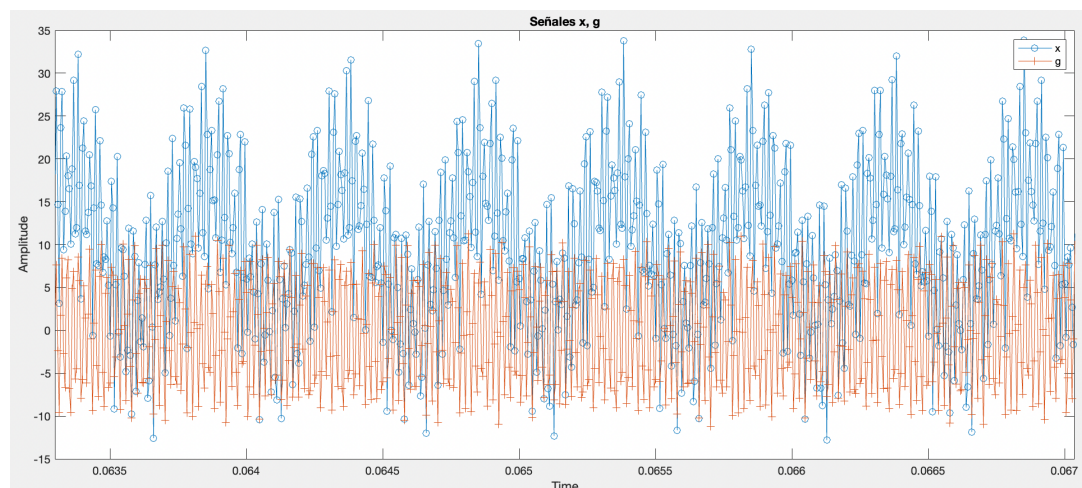
Como representar 4 funciones a la vez resulta un caos y las señales  $g[n]$ ,  $h[n]$  e  $y[n]$  son iguales, se ha realizado el siguiente código para demostrar que esta afirmación es cierta:

```
>> for i=1:length(g)
    gi = floor(g(i)*10000)/10000; %Trunco con 4 decimales
    hi = floor(h(i)*10000)/10000;
    yi = floor(y(i)*10000)/10000;
    iguales(i) = (isequal(yi,hi,gi));
end

disp(sum(iguales) == length(g))
1

>> |
```

Por tanto, se procede a hacer el plot únicamente de  $x[n]$  con  $g[n]$ :



Como se puede observar, el paso de  $x$  por el filtro devuelve la señal ( $g[n]$ ) con un menor valor medio y sin los cambios de amplitud que la hacen recordar a un senoide. El rango de amplitudes de  $g$  varía aproximadamente entre el valor mínimo y el medio de  $x[n]$ .

Cabe destacar que a  $g[n]$  se le han quitado las  $M$  primeras muestras que introduce el filtro, que no son realmente representativas de la señal ya que el filtro aún no está cargado.

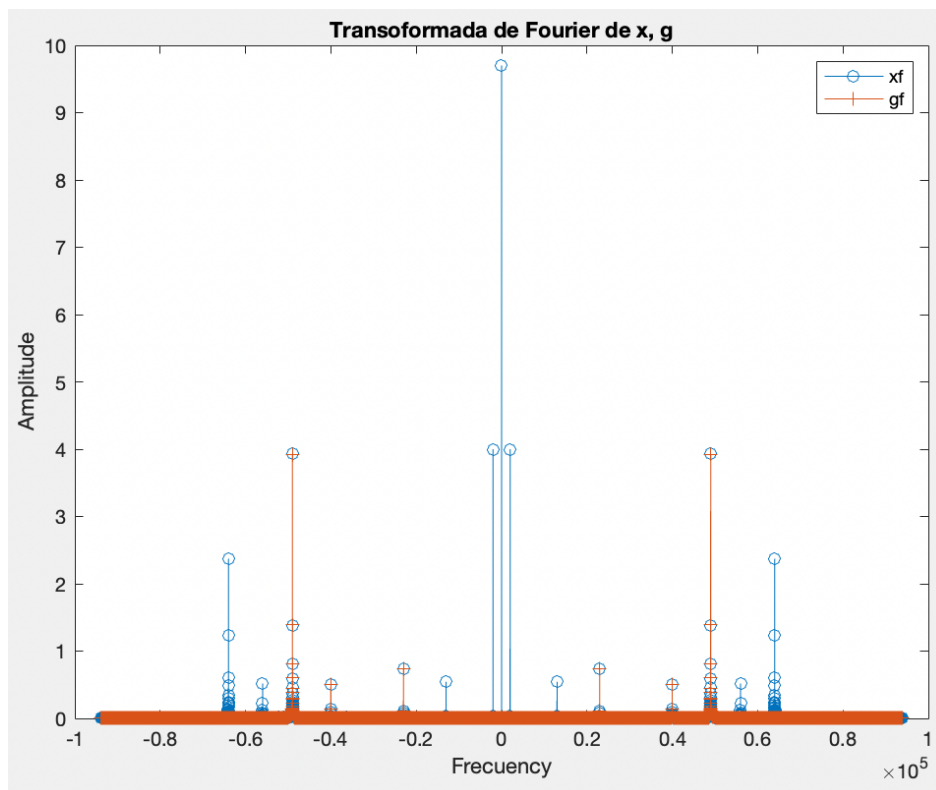
- f) ¿Cuánto es, en milisegundos, el retardo del filtro para cada uno de los casos? ¿Con qué parámetro del filtro tiene relación este retardo?

$T_s \cdot M = 5.3191e-06 \cdot 100 = 0.00053$  segundos.

Tiene relación con su longitud/número de muestras, es decir, su orden  $M$ .

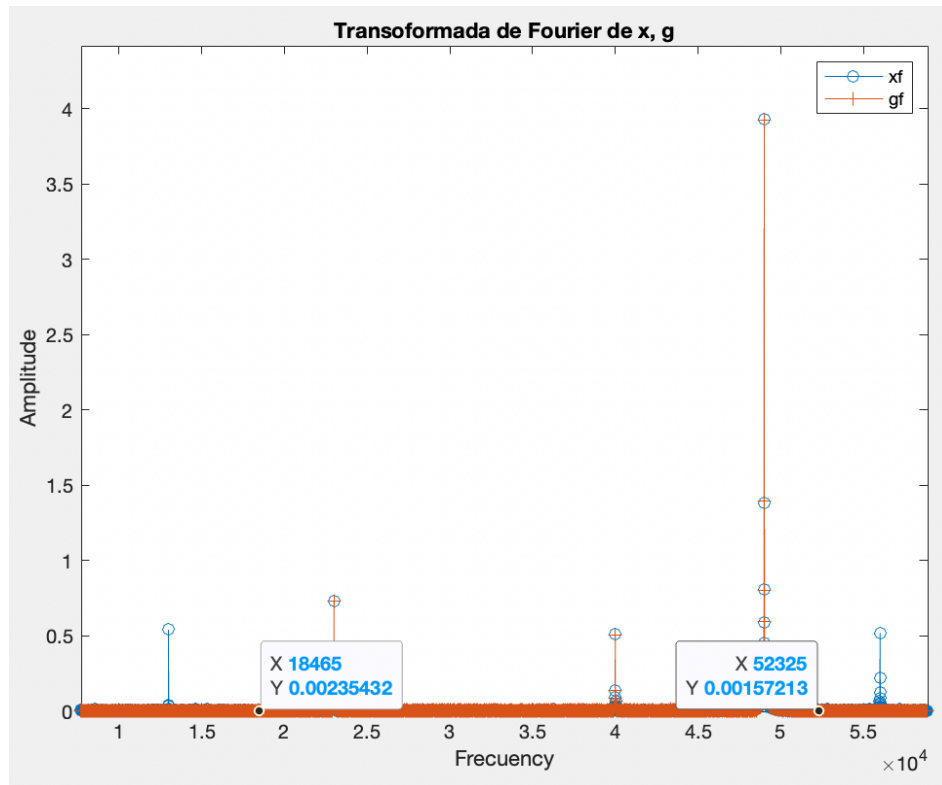
- g) Analice, en el dominio de la frecuencia, las diferencias entre los resultados obtenidos (señales filtradas  $y[n]$ ,  $g[n]$  y  $h[n]$ ), y respecto de la señal original  $x[n]$ . Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis. Preste especial atención al rango de frecuencia de cada una de las señales.

De nuevo, se ploteará únicamente  $X(f)$  y  $G(f)$ :



Como bien evidencia la gráfica, el efecto del filtro es un paso de banda de la señal.  $G(f)$  coincide en amplitud con  $X$  en las bandas de paso, por lo que la ganancia es aproximadamente  $1V/V$ , y en el resto de frecuencias, los armónicos tienden a cero.

En la siguiente imagen se intenta mostrar cuáles son las frecuencias de corte de la banda de paso. Estas serán las mismas frecuencias que se usarán como  $f_{cL}$  y  $f_{cH}$  en el siguiente ejercicio.



## Diseño de filtros FIR

A partir de la señal facilitada al alumno, realice los siguientes apartados, respondiendo a las preguntas que se plantean:

- a) **Diseñe un filtro paso bajo** con las siguientes características:
- Tipo de respuesta: Lowpass
  - Método de diseño: FIR – Constrained Equiripple
  - Orden del filtro: 100
  - Especificación de frecuencias:
    - $F_s$ : frecuencia de muestreo (a especificar por el alumno)
    - Especificación: cutoff

- $F_c: f_{cL}$
- Especificación de magnitudes:
  - $A_{pass} = 0,1 \text{ dB}$
  - $A_{stop} = 80 \text{ dB}$

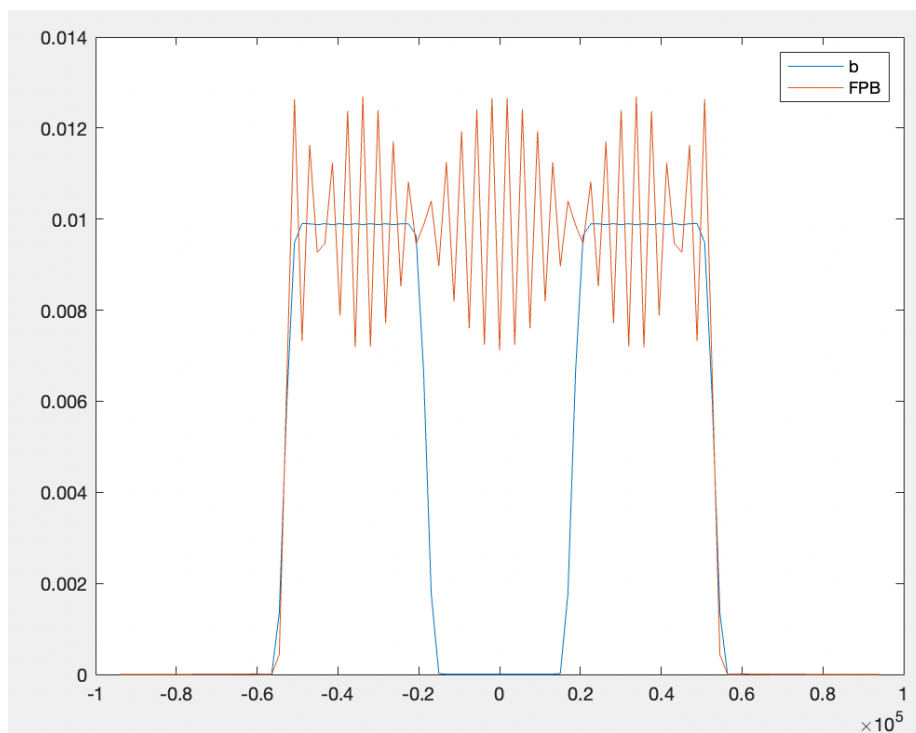
<b>Response Type</b> <input checked="" type="radio"/> Lowpass <input type="radio"/> Highpass <input type="radio"/> Bandpass <input type="radio"/> Bandstop <input type="radio"/> Differentiator <b>Design Method</b> <input type="radio"/> IIR Butterworth <input checked="" type="radio"/> FIR Constrained Equi...	<b>Filter Order</b> <input checked="" type="radio"/> Specify order: 100 <input type="radio"/> Minimum order <b>Options</b> <input type="checkbox"/> Minimum Phase Stopband Slope (dB): 0	<b>Frequency Specifications</b> Units: Hz Fs: fs Specif: cutoff Fc: fcL	<b>Magnitude Specifications</b> Units: dB Apass: 0.1 Astop: 80
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------

La frecuencia de corte ( $f_{cL}$ ) ha de ser tal que atenúe en más de 80 dB los dos armónicos fundamentales de mayor frecuencia de  $x(t)$ , y altere lo menos posible (menos de 3 dB) el resto de armónicos. Indique la frecuencia de corte ( $f_{cL}$ ) del filtro diseñado.

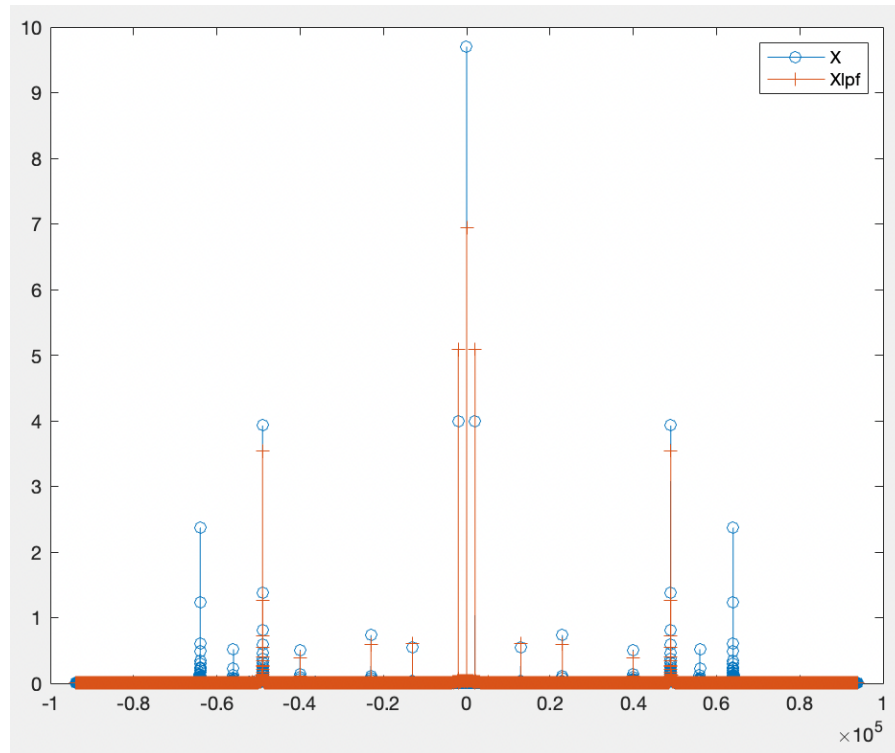
fcL = 52 kHz

- b) Justifique el correcto diseño del filtro mediante las gráficas que considere oportunas.

Como se puede ver en la respuesta en frecuencia del FPB, la frecuencia de corte superior es la misma que la del filtro proporcionado por el profesor (señal azul), lo cual era nuestro objetivo. Los bandazos de amplitud en las frecuencias de paso se deben a la aproximación del filtro. A mayor orden de este, menos bandazos dará su respuesta en frecuencia, como se demostrará en el último apartado del informe.



Por otra parte, al filtrar la señal  $x[n]$ , se puede ver como la salida se ve recortada en la banda de frecuencias seleccionada. La diferencia tan notable de amplitudes se debe de nuevo al orden del filtro, que cuanto más alto sea, más precisa y uniforme será la ganancia del filtro FIR y menos se distorsionarán las amplitudes de la banda de paso.



c) **Diseñe un filtro paso alto** con las siguientes características:

- Tipo de respuesta: Highpass
- Método de diseño: FIR – Constrained Equiripple
- Orden del filtro: 100
- Especificación de frecuencias:
  - $F_s$ : *frecuencia de muestreo* (a especificar por el alumno)
  - Especificación: cutoff
  - $F_c: f_{cH}$
- Especificación de magnitudes:
  - $A_{stop} = 80$  dB
  - $A_{pass} = 0,1$  dB

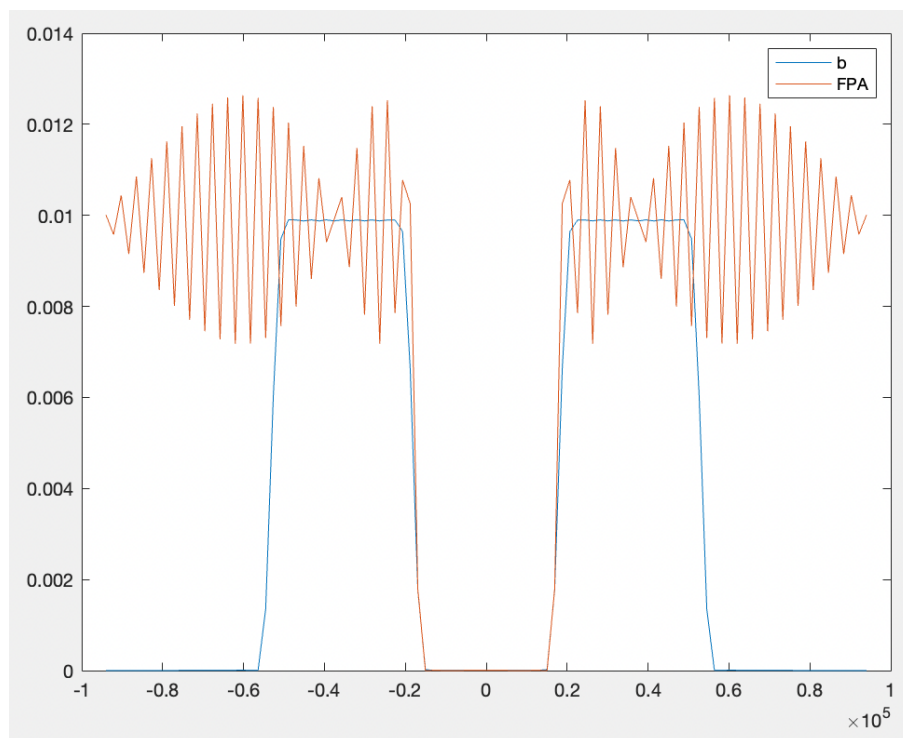
<b>Response Type</b> <input type="radio"/> Lowpass <input checked="" type="radio"/> Highpass <input type="radio"/> Bandpass <input type="radio"/> Bandstop <input type="radio"/> Differentiator	<b>Filter Order</b> <input checked="" type="radio"/> Specify order: 100 <input type="radio"/> Minimum order	<b>Frequency Specifications</b> Units: Hz Fs: fs Specif: cutoff Fc: fcH	<b>Magnitude Specifications</b> Units: dB Astop: 80 Apass: 0.1
<b>Design Method</b> <input type="radio"/> IIR Butterworth <input checked="" type="radio"/> FIR Constrained Equi...	<b>Options</b> <input type="checkbox"/> Minimum Phase Stopband Slope (dB): 0		

La frecuencia de corte ( $f_{cH}$ ) ha de ser tal que atenúe en más de 80 dB la componente continua y los dos armónicos fundamentales de menor frecuencia de  $x(t)$ , y que altere lo menos posible (menos de 3 dB) el resto de armónicos. Indique la frecuencia de corte ( $f_{cH}$ ) del filtro diseñado.

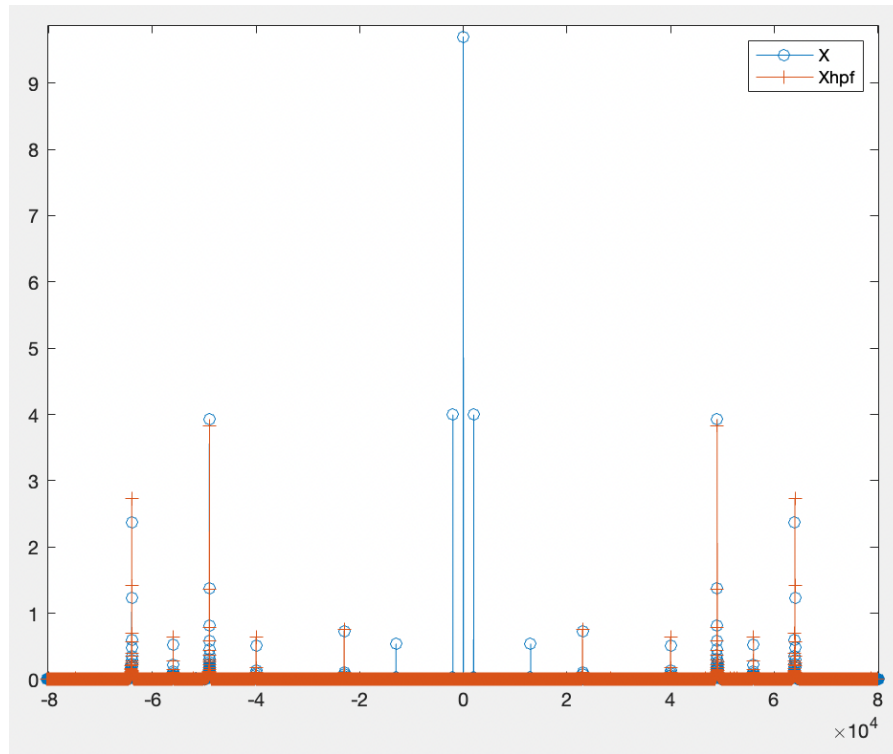
fcH = 18 kHz

- d) Justifique el correcto diseño del filtro mediante las gráficas que considere oportunas.

Como en el filtro paso bajo, la frecuencia de corte de nuestro FPA es la análoga a la del filtro proporcionado por el profesor. Como el espectro de la respuesta en frecuencia es periódico, las frecuencias de paso no se extienden hasta el infinito como en un filtro analógico, sino que la ganancia debe volver a cero y volver a dejar pasar la señal en las frecuencias alias, con la misma periodicidad con la que se repite dicho espectro. En la siguiente imagen, sólo se muestra el múltiplo central.



De nuevo, en la figura adjunta a continuación, al filtrar la señal  $x[n]$  se puede ver como la salida se ve recortada en la banda de frecuencias seleccionada.



## Análisis de filtros

### Superposición

En este apartado se va a analizar el efecto de encadenar varios filtros.

A partir de la señal facilitada y de los resultados del bloque anterior, realice los siguientes apartados, respondiendo a las preguntas que se plantean:

- Empleando el filtro **paso bajo** diseñado en el bloque anterior, y empleando uno de los métodos vistos en el primer bloque de la práctica, filtre la señal  $x(t)$  y obtendrá la señal  $y[n]$ .
- Empleando el filtro **paso alto** diseñado en el bloque anterior, filtre la señal  $y[n]$  y obtendrá la señal  $g[n]$ .
- Diseñe un filtro paso banda** con las siguientes características:

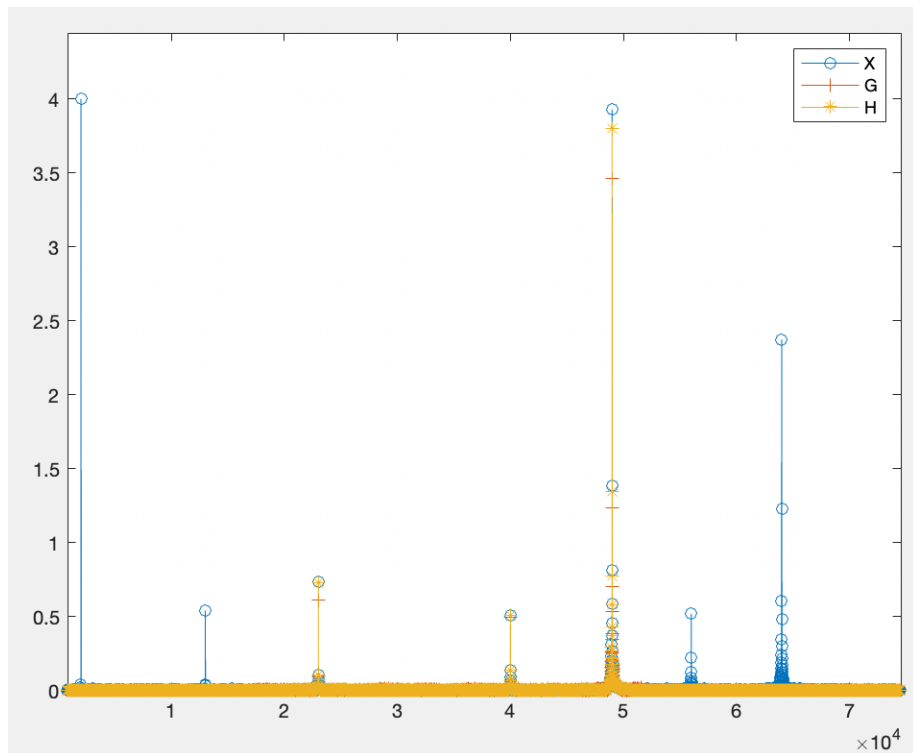
- Tipo de respuesta: Bandpass
- Método de diseño: FIR – Window
- Orden del filtro: 100
- Opciones:
  - Window: Chebyshev
  - Sidelobe Atten: 70
- Especificación de frecuencias:

<b>Response Type</b> <input type="radio"/> Lowpass <input type="radio"/> Highpass <input checked="" type="radio"/> Bandpass <input type="radio"/> Bandstop <input type="radio"/> Differentiator <b>Design Method</b> <input type="radio"/> IIR Butterworth <input checked="" type="radio"/> FIR Window	<b>Filter Order</b> <input checked="" type="radio"/> Specify order: 100 <input type="radio"/> Minimum order <b>Options</b> <input checked="" type="checkbox"/> Scale Passband Window: Chebyshev Sidelobe Atten: 70 <input type="button" value="View"/>	<b>Frequency Specifications</b> Units: Hz Fs: fs Fc1: fcH Fc2: fcL
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------



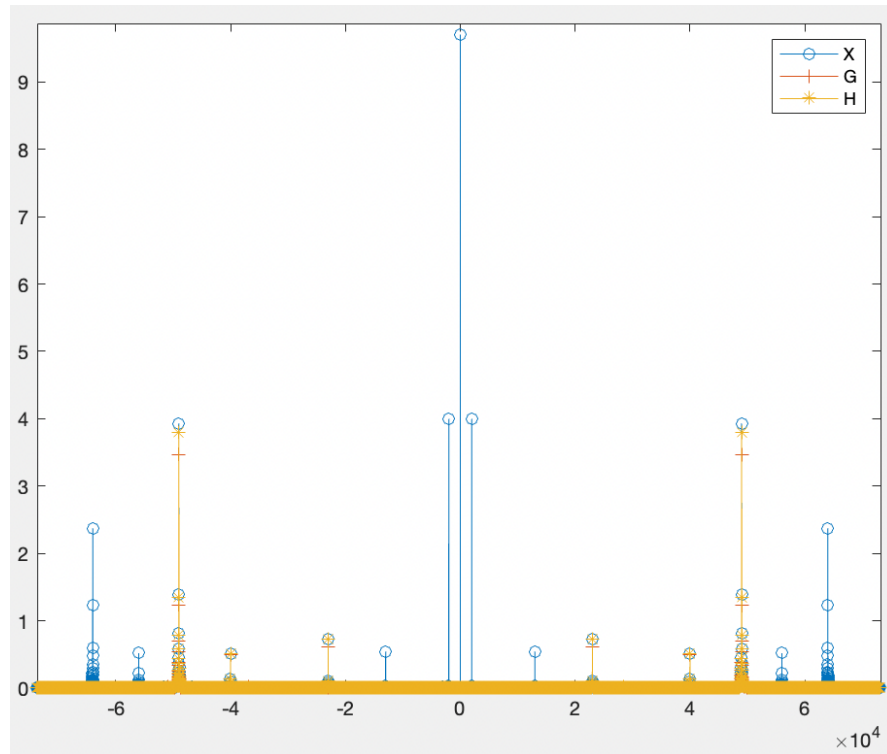
- $F_s$ : *frecuencia de muestreo* (a especificar por el alumno)
  - $F_{c1}$ :  $f_{cH}$
  - $F_{c2}$ :  $f_{cL}$
- d) Filtre la señal  $x(t)$  con este filtro y obtendrá la señal  $h[n]$ .
- e) Analice, en el dominio de la frecuencia, las diferencias entre los espectros de  $x[n]$ ,  $y[n]$  y  $g[n]$ , prestando especial atención al rango de frecuencias de cada señal. Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis.

Como se puede observar en la imagen a continuación, se obtiene el mismo resultado al filtrar la señal  $x[n]$  con el FPB y el FPA del ejercicio anterior concatenados, que al filtrar con un filtro paso banda creado desde cero con las mismas frecuencias de corte. Cabe mencionar el zoom aplicado a la imagen en el rango de frecuencias de interés para que se pueda apreciar sin esfuerzo lo que se intenta explicar.



- f) Analice las diferencias entre los espectros de  $x[n]$ ,  $g[n]$  y  $h[n]$ , desde  $-f_s/2$  hasta  $f_s/2$ . Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis.

Las conclusiones se han explicado en el punto anterior. El espectro pedido es el siguiente:

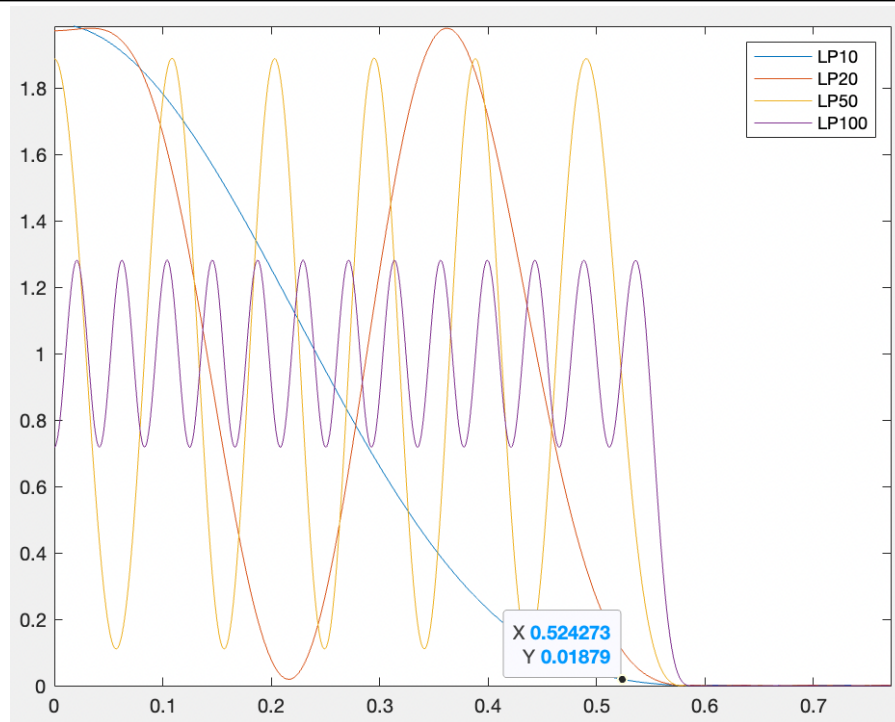


### Orden del filtro

- Modifique el orden del **filtro paso bajo** diseñado previamente a valores de 10, 20 y 50.
- Analice los espectros en frecuencia de los cuatro filtros (órdenes 10, 20, 50 y 100). Para ello, emplee la función `freqz` de Matlab. Exponga y justifique gráficamente las conclusiones obtenidas del análisis.

Como se puede observar en la siguiente ilustración, cuanto mayor el orden, más preciso el filtro. A medida que este parámetro aumenta su valor, la respuesta al impulso en frecuencia puede aproximar mejor sus amplitudes y centrarlas más a 1V/V a lo largo de la frecuencia de paso deseada.

Por ejemplo, en el filtro de orden 20, LP20, existen frecuencias dentro del rango de paso deseado donde la ganancia del filtro es de 0.02V/V, mientras que en otras son de 2V/V. Es decir, elimina frecuencias en determinados rangos en los que debería dejarlas pasar.



Cabe destacar que el eje de abscisas ha sido dividido por pi.

c) ¿Cuántos milisegundos de retardo introduce cada uno de los cuatro filtros a la señal?

El retardo introducido es el orden de cada filtro multiplicado por el periodo de muestreo (en segundos):

Retardo introducido por LP10:  
5.8511e-05

Retardo introducido por LP20:  
1.1170e-04

Retardo introducido por LP50:  
2.7128e-04

Retardo introducido por LPFb:  
5.3723e-04

Como podemos ver, cuánto mayor el orden del filtro, mayor retardo.