



SECUENCIA DIDÁCTICA 10 - EDUCACIÓN EN MATEMÁTICAS

Pensamiento numérico y sistemas numéricos – Grado: 5º

Sede: La victoria - Docente: Jorge Coterá - Año: 2024

Proporcionalidad

Llamamos proporcionalidad a la relación constante entre dos magnitudes. Cuando tenemos dos fracciones equivalentes, se dice que, al tener una razón común, mantienen una relación de proporcionalidad.

Tomemos una aproximación de las poblaciones de China y Colombia, así: 1.400.000.000 y 50.000.000 respectivamente.

Entonces: $\frac{1.400.000.000}{50.000.000} = 28$ Pero nótese que si le quitamos los 6 ceros queda: $\frac{1.400}{50} = 28$

Lo que quiere decir que la relación entre la población aproximada de China y Colombia es de 1.400:50, es decir, de 1.400 chinos por cada 50 colombianos. Luego estas dos fracciones muestra una relación de proporcionalidad.

$$\frac{1.400.000.000}{50.000.000} = \frac{1.400}{50}$$

Pero como sabemos que las fracciones se puede simplificar, entonces podemos decir:

$$\frac{1.400}{50} = \frac{700}{25} = \frac{140}{5} = \frac{28}{1}$$

Todas estas **fracciones son equivalentes**, es decir, tienen la misma razón. En este caso, todas tiene una razón igual a 28. Por tanto, entre ellas hay una **relación de proporcionalidad**.

- La relación que hay entre 1.400 y 50 es la misma relación que hay entre 700 y 25; o también se puede expresar como: **1400 es a 50 como 700 es a 25**

RELACIÓN VERTICAL

$$\frac{1.400}{50} = \frac{700}{25}$$

- Pero también se puede decir que: **1400 es a 700 como 50 es a 25**

RELACIÓN HORIZONTAL

$$\frac{1.400}{50} \Rightarrow \frac{700}{25}$$

Recordemos la multiplicación en cruz, me permite saber si dos fracciones son equivalentes.

¿Para qué nos puede servir el conocimiento sobre las proporciones?

- **Veamos un ejemplo:** Si en un experimento social contamos con 80 ciudadanos chinos, y necesitaríamos contar también con ciudadanos colombianos, pero respetando la proporción poblacional entre estos países. **¿Cuántos ciudadanos colombianos debería participar del experimento?**

1. Tomamos una expresión conocida de la relación proporcional, e identificamos en ella, la magnitud correspondiente al país del que se conocen el número de ciudadanos, en este caso, China.
$$\frac{1.400}{50}$$
2. Construimos una relación de proporcionalidad entre dos fracciones, la fracción conocida, y otra en la que se ubicará el número de ciudadanos conocidos en la misma posición de la magnitud anteriormente identificada, y en la otra posición, la incógnita corresponde al número por el que nos preguntan.
$$\frac{1.400}{50} = \frac{80}{x}$$
 x, que
3. Como se trata de fracciones equivalentes, entonces se realiza el producto en cruz, conservando la igualdad.
$$1.400 \cdot x = 80 \cdot 50$$
4. Luego, despejamos la x, es decir, dividimos a ambos lados entre 1.400 (la misma cantidad).
$$\frac{1.400 \cdot x}{1.400} = \frac{4000}{1.400}$$
5. Y finalmente simplificamos.
$$x = 2,85$$

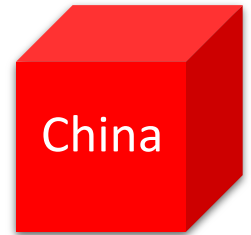
Entonces la solución es 2,85. Esto quiere decir que, para mantener la misma proporción poblacional, si tenemos 80 chinos necesitaríamos 2,85 colombianos.

Nótese que al dividir 80 entre 2,85 se obtiene aproximadamente la misma razón, 28.

Usemos la proporcionalidad para ilustrar un fenómeno real como el del contagio por coronavirus.

Si comparamos la población de China, 1.400.000.000 de habitantes con el volumen de un cubo de 3 unidades de lado, es decir, 27 unidades cubicas, entonces tendríamos una relación así:

$$\frac{27}{1.400}$$



Para conocer el tamaño de un cubo que represente a la población colombiana hacemos lo siguiente:

$$\frac{x}{51} = \frac{27}{1.444} \rightarrow 1.445 \cdot x = 51 \cdot 27 \rightarrow x = \frac{1377}{1.445} \rightarrow x \cong 0,95$$

Entonces dicho cubo debe tener un volumen de 0,95 unidades cúbicas, es decir, 0.98 unidades de lado.



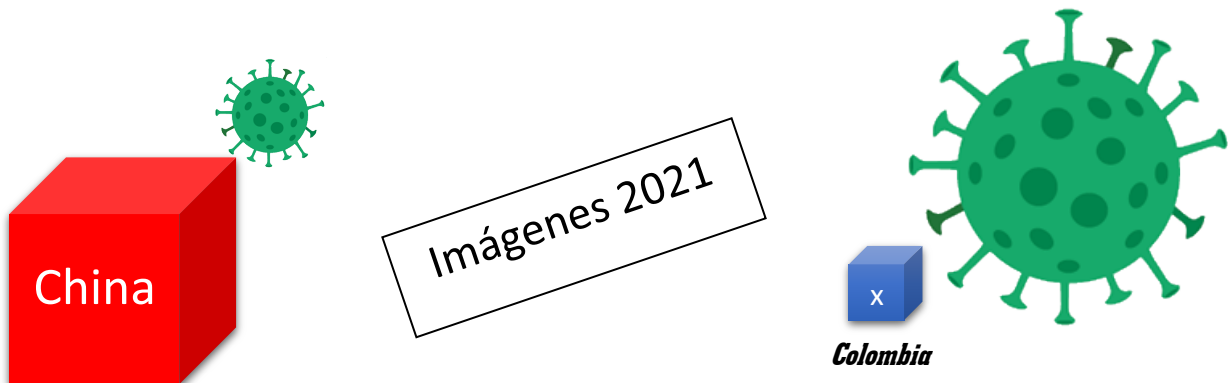
Recuerde que el volumen de un cubo es: $V = l^3$

Teniendo representada la población total, hagamos lo mismo con la población contagiada con el coronavirus en cada país. En **China: 90,159**, y en **Colombia: 2,375,591**.

Si los **90,159** contagiados en China los representamos con una imagen esférica de 1.5 unidades de radio, es decir, aproximadamente 14.13 unidades cubicas. Entonces para conocer el tamaño de la imagen que represente a los **contagiados de Colombia** hacemos lo siguiente:

$$\frac{x}{2,375,591} = \frac{14.13}{90,159} \rightarrow 90,159 \cdot x = 2,375,591 \cdot 14.13 \rightarrow x \cong \frac{33.567.100}{90,159} \rightarrow x \cong 372.3$$

Entonces dicha imagen debe tener un volumen aparente de 372.3 unidades cubicas, es decir, aproximadamente 4.4 unidades de radio.



Recuerde que el volumen de una esfera es: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$


Este mismo análisis hecho el año pasado, arrojó los siguientes resultados:

Como los **84.385** contagiados en China los representamos con una imagen esférica de 1.5 unidades de radio, es decir, aproximadamente 14.13 unidades cúbicas. Entonces para conocer el tamaño de la imagen que represente a los **contagiados de Colombia** hicimos lo siguiente:

$$\frac{x}{7.006} = \frac{113}{84.385} \rightarrow 84.385 \cdot x = 7.006 \cdot 14.13 \rightarrow x = \frac{98.994}{84.385} \rightarrow x \cong 1,17$$

Entonces dicha imagen debía tener un volumen aparente de 1,17 unidades cúbicas, es decir, aproximadamente 0,65 unidades de radio.




 **Actividad 6:** Compare ambos resultados (imágenes 2021 y 2020) y escriba una conclusión válida.

Las imágenes 2021 muestran que la relación entre contagiados y población total de Colombia es mayor a la de China, y esto se puede comprobar con los cálculos así.

Para China: $\frac{90,159}{1.445.753.845} = 0,0000623612$ es decir, casi 6 personas contagiadas por cada 100.000.

Para Colombia: $\frac{2,375,591}{51.228.418} = 0,0463725$ es decir, casi 4.637 personas contagiadas por cada 100.000.

 **Actividad 7:** Realiza las representaciones (dibujos correspondientes: **Cubo y Virus**) como los anteriores, con base en la proporcionalidad para los siguientes grupos poblacionales que aparecen identificados con el asterisco (*) y resaltados en la siguiente tabla.

Si te parece interesante, consulta los datos correspondientes a los otros países que aparecen en la tabla. Elabora para ello las respectivas graficas teniendo en cuenta la proporcionalidad.

2021				
Lugar	Población Total	N° de Contagiados	Relación	
				Aprox. por cada 100.000
*Mundo	7.874.268.640	127.016.385	0,0161305628	1613
China	1.445.753.845	90,159	0,0000623612	6
Colombia	51.228.418	2,375,591	0,0463725232	4.637
*Estados Unidos	333.120.971	30,279,953	0,0908977688	9.089
*Ecuador	17.847.472	322,699	0,0180809361	1808

Para realizar los dibujos, ten en cuenta el largo de los lados y de los radios con los que los dibujas. De igual forma, considera las formular para calcular el volumen de cada cuerpo (Cubos y esferas).

Actividad 8: Compara la anterior tabla (2021) y con la siguiente (2020) y plantea una colusión válida.

2020				
Lugar	Población Total	N° de Contagiados	Relación	
				Aprox. por cada 100.000
*Mundo	7.795.440.102	3.386.519	0,00043442306729	43
China	1.410.965.132	84.385	0,00005980658067	6
Colombia	50.577.548	7.006	0,00013851996146	14
*Estados Unidos	333.716.288	1.165.666	0,00349298503524	349
*Ecuador	17.401.129	27.464	0,00157828839726	158

Actividad 9: Comprueba por qué, si para representar las **4,636 muertes** por coronavirus hasta hoy en **China**, usamos el dibujo de un cráneo de 0.4 de radio; entonces para las 548,829 muertes por covid en los **Estados Unidos** debemos usar el dibujo de un cráneo de 2 de radio.



Estados Unidos

