



PROYECTO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ALIANZA PARA EL PROGRESO

Montelibano - 2016 – 2020



"÷ + Matemáticas + Vida"

I PERIODO 2020 - GUIA DE ACTIVIDADES PARA DESARROLLAR EN CASA EN EL MARCO DE LA EMERGENCIA NACIONAL POR CORONACIRUS COVID-19

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____ GRUPO _____

Sede	Principal	Horario de trabajo
Grado	7º	Fecha de entrega
Docente	Jorge Cotera	Celular: 3215100277
Asignatura	Matemáticas	Blog: https://aulamatbio.blogspot.com/

OBJETIVO DE APRENDIZAJE:

- Comprende y resuelve problemas, que involucran los números racionales con las operaciones (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación) en contextos escolares y extraescolares.
- Describe y utiliza diferentes algoritmos, convencionales y no convencionales, al realizar operaciones entre números racionales en sus diferentes representaciones (fracciones y decimales) y los emplea con sentido en la solución de problemas.
- Utiliza diferentes relaciones, operaciones y representaciones en los números racionales para argumentar y solucionar problemas en los que aparecen cantidades desconocidas.

Recursos: Lápiz, borrador, Celular o Computador (Opcional)...

Criterios de evaluación: Puntualidad, Esfuerzo y **Pulcritud**.

Las actividades en las direcciones virtuales recomendadas no son obligatorias, pero sí opcional; y cumplen una función complementaria.



La resolución de la presente guía se debe hacer en **hojas de bloc tamaño carta**, señalando en cada caso, el número de la actividad realizada y la página de la guía a la que se haga referencia. La calidad y la estética de la presentación es muy importante.

Más sobre Ecuaciones

Aprender matemáticas no es solo aprender a realizar los procesos algorítmicos con los que se realizan algunas transformaciones (cambios) necesarias para encontrar solución a problemas de este tipo; aprender matemáticas también requiere dominar los conceptos, es decir, saborear (Saber) las relaciones teóricas en que se justifican las transformaciones; además, para ello se requiere conocer también la historia de tales conceptos, es decir, conocer cómo fue que la humanidad llegó a elaborar ese conocimiento matemático, y cómo se crearon las reglas que hoy lo rigen. Por eso, no solo se debe aprender a despejar las ecuaciones por algún método, sino también se requiere que en cada paso, el estudiantes conozca la propiedad matemática (Teorema) que le posibilita realizar dicho paso.

Para trabajar las actividades propuestas, debe repasar las siguientes propiedades, que estaban explicadas y ejemplificadas en la anterior guía.

- 1. Propiedad Interna o Clausurativa.**
- 2. Propiedad de Uniformidad.**
- 3. Propiedad de Conmutativa de la Suma y de la Multiplicación.**

4. Propiedad del Elemento Neutro para la suma.
5. Propiedad del Inverso aditivo.
6. Propiedad del Elemento Neutro para la multiplicación.
7. Propiedad del Inverso multiplicativo.

Todas estas propiedades son indispensables cuando se requiere despejar una ecuación, veamos un par de ejemplo. Podemos profundizar ingresando a la página a la que nos remite el Código 1.



Código 1: Propiedades de los Números Enteros

No olvides que las incógnitas, es decir, la letra que representa lo que no conocemos, puede ser cualquiera. Regularmente usamos la "x" o la "y", pero podemos usar cualquier otra letra, incluso letras griegas como "ω" ó "σ". En el siguiente ejemplo, usaremos como incógnita la letra "m".

Veamos un nuevo ejemplo:

Despejar el valor de m, en: $3m - 2 = 19$

Inicialmente vamos a escribir de diferentes maneras la ecuación, pero con palabras en nuestro lenguaje natural, es decir, en nuestra lengua materna, el castellano.

1. ¿Cuál es el número que, triplicado supera a 19 en 2?
2. ¿Cuál es el número cuyo triplo es 2 unidades mayor que 19?
3. ¿Cuál es el número que al multiplicarlo por 3, y restarle 2, es igual a 19?

PASOS	DESPEJE	JUSTIFICACIÓN
1.	$3m - 2 = 19$	Por hipótesis
2.	$3m - 2 + (2) = 19 + (2)$	Por propiedad de Uniformidad
3.	$3m + 0 = 21$	Por prop. del inverso aditivo y prop. Clausurativa
4.	$3m = 21$	Por propiedad del elemento neutro de la suma

Después de estas trasformaciones, las preguntas quedarían así:


1. ¿Cuál es el número que, triplicado es igual a 21?
2. ¿Cuál es el número cuyo triplo es 21?
3. ¿Cuál es el número que al multiplicarlo por 3, es igual a 21?

5.	$3m \cdot \frac{1}{3} = 21 \cdot \frac{1}{3}$	Por propiedad de Uniformidad
6.	$x \cdot \frac{3}{3} = \frac{21}{3}$	Por propiedad Clausurativa
7.	$x \cdot 1 = 7$	Por prop. del inverso multiplicativo y prop. Clausurativa
8.	$x = 7$	Por propiedad del elemento neutro de la multiplicación

Ese número es 7, porque, 7 triplicado es igual a 21, y 21 menos 2, es igual a 19.

Veamos el procedimiento con el método abreviado, en dónde se usan algunas metonimias para resumir los pasos anteriores.

PASOS	OTRO MODO	JUSTIFICACIÓN
1.	$3x - 2 = 19$	Expresión inicial.
2.	$3x = 19 + 2$	El 2 que estaba restando pasa a la derecha a sumar.
3.	$3x = 21$	Se suman términos semejantes, 19 más 2 es igual a 21.
4.		
5.	$x = \frac{21}{3}$	El 3 que estaba multiplicando pasa a la derecha a dividir
6.	$x = 7$	Se simplifica la expresión, 21 entre 3 es igual al 7.
7.		
8.	$x = 7$	Solución

 **Actividad 1:** Dadas las siguientes expresiones, intenta producir una ecuación correspondiente para cada una, y despégala usando las propiedades.

EXPRESIÓN EN LENGUAJE NATURAL	ECUACIÓN
1. ¿Cuál es el número que excede a 7, en 2 unidades?	
2. ¿Cuál es el número cuyo doble es igual a el tercio de 30?	
3. ¿Cuál es el número que sumado con 12, es igual a la mitad de 44?	
4. ¿Cuál es el número cuyo doble, es 20 unidades menor que 35?	
5. ¿Cuál es el número cuya mitad es 15 unidades mayor que 20?	
6. ¿Cuál es el número cuya tercera parte, más su triplo, es igual al triplo del número que le sigue?	

Proporcionalidad directa

Volvamos a estudiar la noción de proporcionalidad a partir de ideas sencillas.

Consideramos los siguientes casos:

Una mujer gana 2 veces más que su marido, y aunque las cosas cambien dicha relación de ganancia se mantiene, así como su relación amorosa. Durante algún tiempo ella ganaba al año entre 22 y 50 millones de pesos.



Código 2: Proporcionalidad directa

 **Actividad 2:** Llene la siguiente tabla con los valores ajustados:

MATRIMONIO 1

Año	1	2	3	4	5	6	7
Mujer	22 millones	26 millones	32 millones	36 millones	50 millones	48 millones	40 millones
Hombre		13 millones		18 millones			20 millones

Si resolvió la tabla de manera correcta, note que el comportamiento del salario del hombre, creció o bajó de manera directa con respecto al salario de su mujer. Además, lo hizo proporcionalmente, es decir, respetando la regla: ser la mitad del salario de la mujer, por eso la razón debió ser siempre 0,5, porque $\frac{1}{2} = 0,5$.



Llene también los espacios en blanco y compruebe que la razón es 0,5



$\frac{22}{22} = [\quad]$ $\frac{13}{26} = 0,5$ $\frac{32}{32} = [\quad]$ $\frac{18}{36} = 0,5$ $\frac{50}{50} = [\quad]$ $\frac{48}{48} = [\quad]$ $\frac{20}{40} = 0,5$

Recuerde que dos magnitudes son **directamente proporcionales** porque:

- 1. Cuando una sube, la otra también sube guardando la misma relación.
- 2. Cuando una baja, la otra también baja guardando la misma relación.

Ahora compare el comportamiento del matrimonio anterior con el de esta otra pareja:


MATRIMONIO 2



Año	1	2	3	4	5	6	7
Mujer	20 millones	25 millones	34 millones	60 millones	35 millones	24 millones	18 millones
Hombre	10 millones	13 millones	14 millones	45 millones	16 millones	9 millones	8 millones


Note que en este caso el comportamiento del salario del hombre, también crece o baja de manera directa con respecto al salario de su mujer, pero no lo hace proporcionalmente, pues no se respeta una regla o relación constante, dado que 10 millones es la mitad de 20 millones, pero 13 millones no es la mitad de 25 millones, ni 45 millones es la mitad de 60 millones.

$\frac{10}{20} = 0,5$ $\frac{13}{25} \cong 0,52$ $\frac{14}{34} \cong 0,41$ $\frac{45}{60} = 0,75$ $\frac{16}{35} \cong 0,45$ $\frac{9}{24} \cong 0,37$ $\frac{8}{18} \cong 0,44$

 **Actividad 3:** En una montaña del sur de Córdoba, se ha podido registrar durante algunos años la cantidad de conejos y de tigres que viven simultáneamente. Probablemente la relación entre la cantidad de ellos sea constante, pero solo se conocen algunos datos, y se desconocen otros. Siguiendo la tendencia más notoria, complete la tabla agregando los datos que hagan falta:

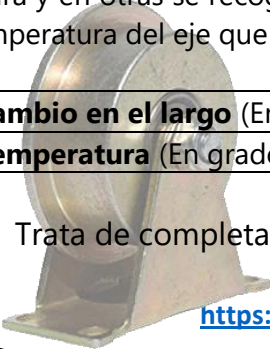
Años	1	2	3	4	5	6	7
Conejos	13	39	65			130	286
Tigres	1	3	5	4	2		

- ¿Si consideras que has encontrado alguna relación, exprésala mediante una razón numérica, y luego con tus propias palabras?
- ¿Si existe una relación entre estas dos magnitudes, trata de explicar si es directa y proporcional, o no?

 **Actividad 4:** En una fábrica hay una polea de goma sujeta a un eje que gira, y en ocasiones dicha polea se estira y en otras se recoge. Se realizaron diferentes medias del cambio en el largo de la polea y se comparó con la temperatura del eje que gira, y se armó la siguiente tabla.

Cambio en el largo (En Centímetros)	8	12	15		7	4	2
Temperatura (En grados)	20	35	60	70	25	12	

- Trata de completar la anterior tabla con los datos que te parezcan más apropiados.



- ¿Si consideras que has encontrado alguna relación, expresala mediante una razón numérica, y luego con tus propias palabras?
- ¿Si existe una relación entre estas dos magnitudes, trata de explicar si es directa y proporcional, o no?

Actividad 5: Considera la relación entre una magnitud **X** y una magnitud **Y**, a partir de los datos que aparecen en la siguiente tabla.

X	120	85	72	54		44	25	13	8	5	
Y	6.000	4.250		2.700	2.500	2.200		650		250	4

- Trata de completar la anterior tabla con los datos que te parezcan más apropiados.
- ¿Si consideras que has encontrado alguna relación, expresala mediante una razón numérica, y luego con tus propias palabras?
- ¿Si existe una relación entre estas dos magnitudes, trata de explicar si es directa y proporcional, o no?

Proporcionalidad inversa

Ahora consideraremos la proporcionalidad inversa también a partir de ideas sencillas.

Consideramos los siguientes casos:

Un veterinario sistematiza la relación entre el número de días que tarda en agotarse el agua de un tanque de suministro para el ganado, y el número de reses que hay en el potrero. Sin embargo, le faltaron algunos datos.



Código 3: Proporcionalidad inversa

Actividad 6: Trata de comprender la variación de los datos y llena la siguiente tabla con los valores ajustados:

Reses	1	4	8	12	16		24	28	32	36		44
Días	288	72	36	24	18	14,4	12			8	7,2	6,545


Si resolvió la tabla de manera correcta, note que el comportamiento de los días de duración del agua bajaba, mientras que el número de reses subía. Además, note que la relación entre el inverso del número de reses y el número de días es constante, por eso la razón debió ser siempre 0,5, porque $\frac{1}{2} = 0,5$.

$$\frac{1/1}{288} \cong 0,0034 \quad \frac{1/4}{72} \cong 0,0034 \quad \frac{1/8}{36} \cong 0,0034 \quad \frac{1/12}{24} \cong 0,0034 \quad \frac{1/16}{18} \cong 0,0034 \quad \frac{1/[]}{14,4} \cong []$$

$$\frac{1/24}{12} \cong 0,0034 \quad \frac{1/28}{[]} \cong [] \quad \frac{1/32}{[]} \cong [] \quad \frac{1/36}{8} \cong 0,0034 \quad \frac{1/[]}{7,2} \cong [] \quad \frac{1/44}{6,545} \cong 0,0034$$

Recuerde que dos magnitudes son **inversamente proporcionales** porque:

1. Cuando una sube, la otra baja guardando la misma relación.
2. Cuando una baja, la otra sube guardando la misma relación.

 **Actividad 7:** Ahora compare el comportamiento en la siguiente tabla con la anterior, y para ello encuentra la razón en cada una de las fracciones, como se expresan abajo:

Reses	1	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
Días	240	230	220	210	200	190	180	170	160	150	140	130

Note que en este caso el comportamiento de los días que dura el agua bajan mientras que el número de reses crece, por tanto, su relación es inversa, pero como no se puede establecer una relación constante, se dice que no es proporcional, dado que a (1) una res el agua le dura 240 días, entonces a 4 reses el agua le debe durar 4 veces menos, es decir, 60 días; o sea 240 dividido entre 4, y no 230 días como dice en la tabla. Y así mismo a 16 reses el agua le debe durar 16 veces menos que a una res, es decir, 15 días; o sea 240 dividido entre 16, y no 200 días como dice en la tabla.

$$\frac{1/1}{240} \cong [\quad] \quad \frac{1/4}{230} \cong [\quad] \quad \frac{1/8}{220} \cong [\quad] \quad \frac{1/12}{210} \cong [\quad] \quad \frac{1/16}{200} \cong [\quad] \quad \frac{1/20}{190} \cong [\quad]$$

$$\frac{1/24}{180} \cong [\quad] \quad \frac{1/28}{170} \cong [\quad] \quad \frac{1/32}{160} \cong [\quad] \quad \frac{1/36}{150} \cong [\quad] \quad \frac{1/40}{140} \cong [\quad] \quad \frac{1/44}{130} \cong [\quad]$$

Repartos Inversamente proporcionales

Debido a una serie de errores cometidos por sus tres socios, una empresa solo generó 460 millones de pesos de utilidades. Conociendo que aportaron la misma cuota inicial, pero que cada uno de los socios cometió un error diferente, se ha decidido que las utilidades serán repartidas mediante una distribución inversamente proporcional al monto de capital que cada uno perdió. Sabiendo que el socio 1 desperdició un monto de 5 millones; el socio 2 perdió una inversión por 15 millones; y el socio 3 perdió otra inversión por 25 millones de pesos. Entonces para conocer cuánto le corresponde a cada uno, se procedería así:

Los montos perdidos por cada socio fueron los siguientes:

Primer	Segundo	Tercer
5 millones	15 millones	25 millones

Ahora buscaremos la manera de expresar en qué medida esos errores se relacionaron con las utilidades, conociendo que, a menor tamaño del error, mayor rendimiento de las utilidades.

Para ello debemos encontrar un número, el menor, que se deje dividir exactamente por los 3 montos.

Para ello hallaremos el Mínimo Común Múltiplo (M.C.M) de 5, 15 y 25.

$$\begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ 15 & 3 \\ 25 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$$

Y como $5 \times 3 \times 5 = 75$, el M.C.M es 75

Y como $75 \div 5 = 15$, $75 \div 15 = 5$ y $75 \div 25 = 3$

Esto quiere decir que, si el rendimiento pudiera expresarse como proporción inversa a los errores el primer socio gozaría de unas 15 partes de esas utilidades, el segundo socio de unas 5, y el tercer socio de unas 3; para un total de 23 utilidades.

Luego debemos ahora dividir el monte de las utilidades entre la cantidad de ellas: $\frac{460}{23} = 20$, es decir que, cada utilidad equivale a 20 millones. Así a cada socio le corresponden:

- El primer socio $15 \times 20 = 300$, es decir, 300 millones de los 460 total.
- El segundo socio $5 \times 20 = 100$, es decir, 100 millones de los 460 total.
- El tercer socio $3 \times 20 = 60$, es decir, 60 millones de los 460 total.

Nótese que a quien menos dinero perdió, le corresponde mayor capital de las utilidades.

Otra manera de realizar el procedimiento es hacerlos mediante el cálculo con las fracciones:

$$460 \times \frac{15}{23} = \frac{6900}{23} = 300 \qquad 460 \times \frac{5}{23} = \frac{2300}{23} = 100 \qquad 460 \times \frac{3}{23} = \frac{1380}{23} = 60$$

Miremos un segundo ejemplo:

Un barco funciona con cuatro motores, cada uno tiene un relativo aumento de la temperatura, como aparece en la siguiente tabla:

Motores	1	2	3	4
Temperatura	15°	18°	23°	25°

Si después de un largo recorrido sabemos que el barco usó **700.441 hp** (caballos de fuerza) para movilizarse, y que esta potencia es el resultado de la potencia que generó cada motor; y estas son inversamente proporcionales al aumento de la temperatura de cada motor. ¿Cuál fue la potencia ofrecida por cada motor?

Procedemos así:

Tomemos los denominadores: 15, 18, 23, 25 y hallamos el M.C.M.

Y como $3 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 23 = 10.350$, el M.C.M es **10.350**

15	18	23	25	3
5	6	23	25	2
5	3	23	25	3
5	1	23	25	5
1		23	5	5
		23	1	23
		1		

Y como

$\frac{10.350}{15} = 690$	$\frac{10.350}{18} = 575$	$\frac{10.350}{23} = 450$	$\frac{10.350}{25} = 414$
---------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------

Entonces sumamos: $690 + 575 + 450 + 414 = 2129$

De lo anterior se desprende que las fracciones anteriores se puedan escribir así:

$$\frac{690}{2129}$$

$$\frac{575}{2129}$$

$$\frac{450}{2129}$$

$$\frac{414}{2129}$$

Ahora aplicamos las fracciones al total de la potencia:

$$\bullet \quad \frac{690}{2.129} \times 700.441 \quad \frac{575}{2.129} \times 700.441 \quad \frac{450}{2.129} \times 700.441 \quad \frac{414}{2.129} \times 700.441$$

$$\bullet \quad \frac{483.304.290}{2.129} \quad \frac{402.753.575}{2.129} \quad \frac{315.198.450}{2.129} \quad \frac{289.982.574}{2.129}$$

$$\bullet \quad 227.010 \text{ hp} \quad 189.175 \text{ hp} \quad 148.050 \text{ hp} \quad 136.206 \text{ hp}$$

Actividad 8: Resuelva los siguientes problemas:

Un gobierno entregará ayudas a las familias de acuerdo a sus ingresos en términos del número de salarios mínimo por familia, de tal forma que, a menores ingresos por familia, mayor el monto de la ayuda. Si hay \$ 6.175.000.000 para distribuir, entre las familias de estrato 1, 2, 3 y 4; entonces:

1. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada familia de cada estrato? Tenga en cuenta los datos de la siguiente tabla, y complétela.

Estratos	N° de salarios mínimos	N° de familia por estrato	Monto por estrato	Monto por familia
1	2	12.300	2.625.000.000	
2	3	7.600	1.750.000.000	
3	5	4.250	1.050.000.000	
4	7	1.730	750.000.000	
TOTALES			\$ 6.175.000.000	

ASPECTO SOCIOCRÍTICO DEL PROBLEMA

2. ¿Estas de acuerdo con esta forma de distribuir las ayudas? ¿De qué otra forma lo harías?, Explicala.
3. El gobierno dice que si promedia los 4 montos entregados por familia (ultima columna) se puede hallar que la ayuda equivale a \$ 281.066 por cadaestrato familia. ¿Consisderas que se puede decir que este gobierno asigna un promedio de \$281.066 a cada familia ayudada? Explica tu respuesta.