

[illegible]

Establezcamos unas relaciones



- Primero relacionemos la estatura ( $\epsilon$ ) con la distancia ombligo-suelo ( $\emptyset$ ), y hallemos las razones para cada una de las personas participantes.  $= \epsilon / \emptyset$
- Luego hagamos el proceso al inverso, es decir, dividamos la distancia ombligo-suelo entre la estatura, y hallemos las razones para cada una de las personas participantes.  $= \emptyset / \epsilon$

Personas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$= \epsilon / \emptyset$										
$= \emptyset / \epsilon$										

**Actividad sensible 2:** Toma una regla con escala métrica y realiza las siguientes medidas a los documentos que te menciono.

- Mide el largo, y el ancho de cada documento, y toma nota.

Anota los datos tomados en la siguiente tabla, y complétala con sus cálculos.

Documentos	Cédula de ciudadanía	Tarjeta debito ó crédito
Largo ( $\lambda$ )		
Ancho ( $\delta$ )		

Ahora establezcamos unas relaciones

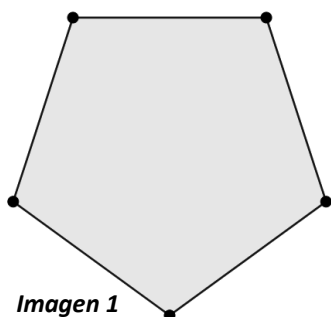
- Relacionemos el largo ( $\lambda$ ) con el ancho ( $\delta$ ), de cada documentos, y hallemos las razones para cada uno  $= \lambda / \delta$
- Luego hagamos el proceso al inverso, es decir, dividamos el ancho entre el largo, y hallemos las razones para cada uno de los documentos.  $= \delta / \lambda$

Documentos	Cédula de ciudadanía	Tarjeta débito o crédito
$= \lambda / \delta$		
$= \delta / \lambda$		

**Actividad de Análisis:** Compara los hallazgos de la activada 1 con los de la actividad 2. ¿Qué relaciones o conclusiones logras establecer? Escribe 3 conclusiones y susténtalas.

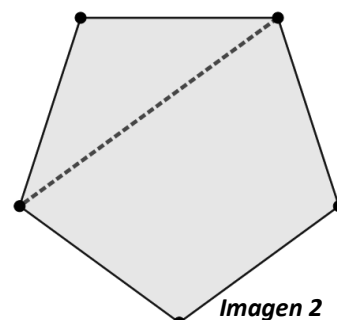
1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_

**Actividad Teórica:** La **Imagen 1** es un **polígono regular**, es decir, polígono significa una figura geométrica de varios lados (**poli:** Varios y **gono:** lado). Y en este caso es regular porque todos sus lados son iguales, es decir, tienen la misma distancia. Como este polígono tiene 5 lados, se le llama **Pentágono**. (**penta:** Cinco y **gono:** lado). En conclusión, se trata de un pentágono regular.

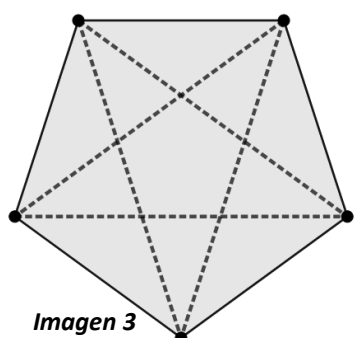


A continuación, mostraré cómo unir los cinco vértices (puntos que unen los lados) del pentágono entre sí, tal y como se observa en la **Imagen 2**.

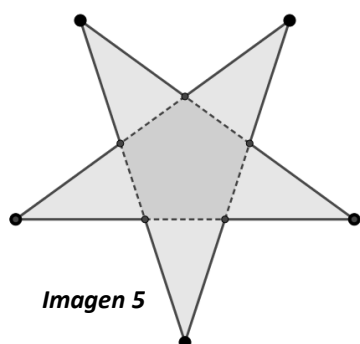
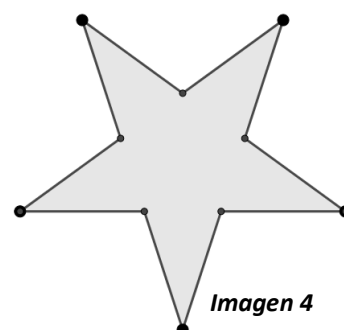
Y así lo vamos haciendo poco a poco con cada par de vértices, hasta terminar. A estos segmentos de líneas se les llama diagonal.



Al finalizar, la figura debe verse como se muestra en la **Imagen 3**.



Notamos que al interior se ha formado una nueva figura, que si consideramos solo su perímetro tendría la forma de la **Imagen 4**. Esta clase de polígono recibe el nombre de polígonos estrellados, y por la abertura de alguno de sus ángulos externos (más de 90° grados) se les llama **polígonos cóncavos**. En este caso se trata de un polígono regular cóncavo de 10 lados, o un polígono estrellado regular de 5 puntas.



Si se realizan algunos trazos adicionales al interior de un polígono estrellado de 5 puntas como el de la **Imagen 4**, de tal forma que se unan los vértices más interiores y contiguos, se puede apreciar una figura como la de la **Imagen 5**

Nótese que la figura que se forma en el interior del polígono estrellado de 5 puntas, es un pentágono regular, semejante al que inicialmente usamos.

Ahora pasemos a las medidas. Para ello volvamos a la **Imagen 3**, y usemos dos de las diagonales, ahora identificando sus puntos extremos con las letras A, B, C, y E. Así llamaremos al primer segmento (diagonal)  $\overline{EB}$  y al segundo segmento (diagonal)  $\overline{AC}$ .

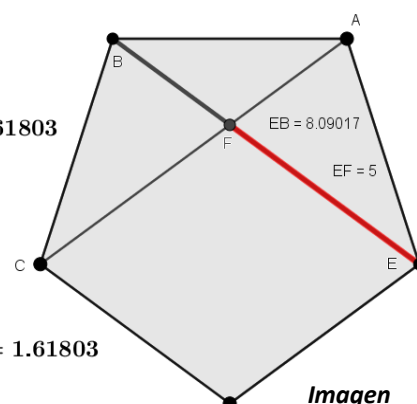
Luego consideraremos otro punto al que llamaremos F, y que será la intercepción entre  $\overline{EB}$  y  $\overline{AC}$ .

Así mismo, ahora notaremos la formación de un nuevo segmento al que llamaremos  $\overline{EF}$ .

Y finalmente procedemos a medir la longitud de los segmentos  $\overline{EB}$  y  $\overline{EF}$ , tal y como se muestra en la figura de la **Imagen 6**.

$$\sigma = \frac{\overline{EF}}{\overline{EB}} = \frac{5}{8.09017} = 0.61803$$

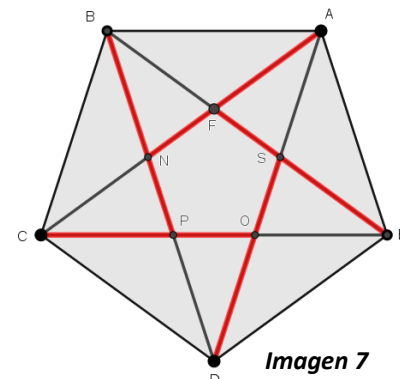
$$\varphi = \frac{\overline{EB}}{\overline{EF}} = \frac{8.09017}{5} = 1.61803$$



**Nota:** Las medidas las hemos tomado por medio del Software Educativo GeoGebra, y por tanto pueden discrepar de las que realices tú mismo sobre la imagen en el papel.

**Actividad Técnica:** Con ayuda de tu regla graduada, toma las medidas de los diferentes segmentos correspondientes a las 5 diagonales, y sus respectivos segmentos menores, es decir, los que se forman con los cortes de las otras diagonales. Para entender este punto, ayúdate con la **Imagen 7** y la siguiente tabla.

<b>Diagonal</b>	$\overline{EB} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{AC} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{BD} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{CE} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{DA} = \underline{\hspace{1cm}}$
<b>Segmento menor</b>	$\overline{EF} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{AN} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{BP} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{CO} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{DS} = \underline{\hspace{1cm}}$
$\varphi$	$\frac{\overline{EB}}{\overline{EF}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{AC}}{\overline{AN}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{BD}}{\overline{BP}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{CE}}{\overline{CO}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{DA}}{\overline{DS}} = \underline{\hspace{1cm}}$
$\sigma$	$\frac{\overline{EF}}{\overline{EB}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{BP}}{\overline{BD}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{CO}}{\overline{CE}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{DS}}{\overline{DA}} = \underline{\hspace{1cm}}$



Ahora realiza un procedimiento similar, pero con los segmentos señalados en la siguiente tabla, y según la **Imagen 7**.

<b>Segmento interno</b>	$\overline{SF} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{FN} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{NP} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{PO} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{OS} = \underline{\hspace{1cm}}$
<b>Segmento menor</b>	$\overline{EF} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{AN} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{BP} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{CO} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\overline{DS} = \underline{\hspace{1cm}}$
$\varphi$	$\frac{\overline{SF}}{\overline{EF}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{FN}}{\overline{AN}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{NP}}{\overline{BP}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{PO}}{\overline{CO}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{OS}}{\overline{DS}} = \underline{\hspace{1cm}}$
$\sigma$	$\frac{\overline{EF}}{\overline{SF}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{AN}}{\overline{FN}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{BP}}{\overline{NP}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$PO = \underline{\hspace{1cm}}$	$\frac{\overline{DS}}{\overline{OS}} = \underline{\hspace{1cm}}$

**Actividad Reflexiva:** Escribe tres reflexiones, o ideas que se te hallan ocurrido después de estudiar la relación entre el polígono regular y convexo (pentágono) y el polígono estrellado y cóncavo (polígono estrellado de 5 puntas).

- 1.
- 2.
- 3.

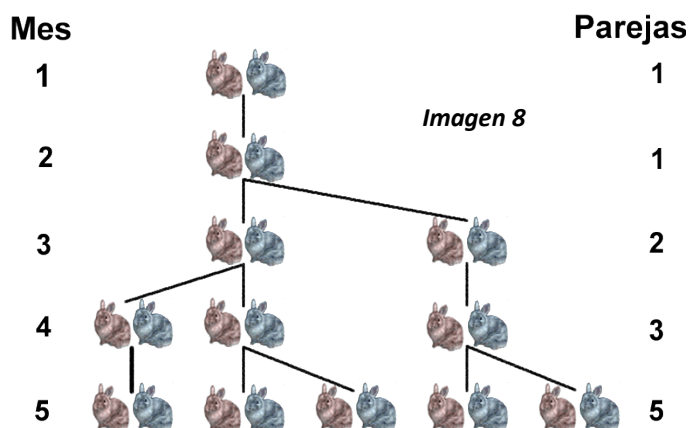
Escribe tres reflexiones, o ideas que se te hallan ocurrido después de encontrar los valores de  $\varphi$  y  $\sigma$ , tanto para la primera tabla como para la segunda.

- 4.
- 5.
- 6.

7. ¿Según tus reflexiones, qué relación existe entre los segmentos que has estudiado, y entre estos y las otras medidas (cédulas, tarjetas, estaturas, etc) que has considerado?

**Actividad Investigativa 1:** Si en una granja hay una pareja de conejos, de una variedad que siempre que paren, lo hacen de a par, es decir, paren una nueva pareja. Y sabiendo que cada nueva pareja tarda 2 meses en parir; entonces, cómo llevar un control de la cantidad de parejas de conejos que habrá cada mes, a partir del primer día en que llegó la primera pareja de recién nacidos.

Ayúdate con la **Imagen 8**, y completa la siguiente tabla siguiendo las reglas para el nacimiento de los conejos:



Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N° de Parejas de Conejo	1	1	2	3	5							

A continuación, organizaremos los números de la segunda fila en forma de una sucesión numérica, así: 1, 1, 2, 3, 4, 5, ...

Si tus cálculos sobre los conejos son correctos, si no has cometido ninguna falla, entonces, la serie completa hasta la posición 12, será una serie conocida en matemáticas como la Sucesión de Fibonacci. Debe su nombre al conocido matemático italiano Leonardo de Pisa, apodado Fibonacci.

$$\begin{aligned}
 &0 \\
 &1 \\
 &1 + 0 = 1 \\
 &1 + 1 = 2 \\
 &2 + 1 = 3 \\
 &3 + 2 = 5 \dots
 \end{aligned}$$

Esta simpática serie tiene la particularidad que, para hallar cada número a partir del primero, hay que sumar el anterior, y así sucesivamente.

**Pero volvamos al tema de nuestro interés, la relaciones y las proporciones.**

Ayudándote con la explicación anterior, halla los 20 primeros términos de la Sucesión de Fibonacci, y luego toma cada número de la serie y relaciónalo con su antecesor, y así sucesivamente. Luego compara las razones, y observa su tendencia. Observa bien lo que ocurre mientras se avanza.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{[ ]}{5}$	$\frac{[ ]}{[ ]}$	$\frac{[ ]}{[ ]}$	$\frac{[ ]}{[ ]}$	$\frac{[ ]}{[ ]}$	$\frac{[ ]}{[ ]}$	$\frac{[ ]}{[ ]}$	$\frac{[ ]}{[ ]}$
= [ ]	= [ ]	= [ ]	= [ ]	= [ ]	= [ ]	= [ ]	= [ ]	= [ ]	= [ ]	= [ ]	= [ ]

13	14	15	16	17	18	19	20
$\frac{[ ]}{[ ]}$	$\frac{[ ]}{[ ]}$	$\frac{[ ]}{[ ]}$	$\frac{[ ]}{[ ]}$	$\frac{[ ]}{[ ]}$	$\frac{[ ]}{[ ]}$	$\frac{[ ]}{[ ]}$	$\frac{[ ]}{[ ]}$
= [ ]	= [ ]	= [ ]	= [ ]	= [ ]	= [ ]	= [ ]	= [ ]

1. ¿Cómo se comporta la razón en cada una de las relaciones halladas?
2. ¿A qué razón conocida se parecen las razones que acabas de hallar?
3. Consulta en algún libro o en internet, sobre la llamada "relación aurea" o "proporción áurea".

## Actividad Investigativa 2:

1. Toma la medida de tu estatura, y relaciónala con la longitud desde tu ombligo al suelo, anota la razón.
2. Luego estira completamente el brazo, y mide desde la punta de los dedos de la mano hasta la muñeca (**B**), y luego desde la muñeca hasta la articulación del codo (**A**) (hazlo todo por el lado interno), como se ve en la **Imagen 9**.
3. Relaciona la medida de A con B, y calcula la razón.  $\frac{A}{B} =$

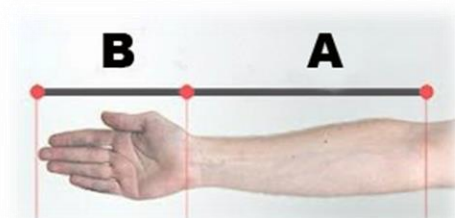


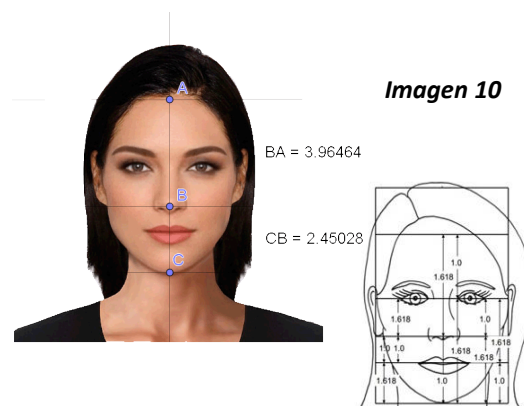
Imagen 9

4. Relaciona también la medida de  $(A+B)$  con  $B$ , y calcula la razón.  $\frac{A+B}{A} =$

5. Con el apoyo de un familiar, hazte medir la distancia desde el mentón hasta la nariz  $\overline{BA}$ , y desde la nariz hasta la parte alta de la frente  $\overline{CB}$ , como muestra la **Imagen 10**.

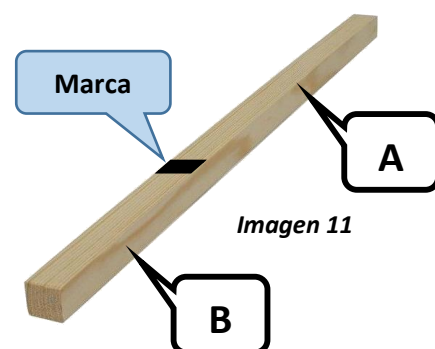
6. Relaciona la medida de  $\overline{BA}$  con  $\overline{CB}$ , y calcula la razón.  $\frac{\overline{BA}}{\overline{CB}} =$

7. Relaciona también la medida de  $(\overline{CA})$  con  $\overline{BA}$ , y calcula la razón.  $\frac{(\overline{CA})}{\overline{BA}} =$



### Actividad Investigativa 3:

1. Toma un pedazo de madera como el de la **Imagen 11**, de una longitud entre unos 30 cm y 80 cm, no importa inicialmente la longitud.
2. Intenta marcar en él, un punto de tal forma que desde un extremo hasta ese punto llamemos a esa longitud A, y que sea mayor (más larga) que el resto, al que llamaremos B.
3. Pero lo más importante es que calcules una y otra vez, en dónde colocar la marca, de tal modo que se cumpla que: La longitud de todo el pedazo de madera  $(A+B)$  dividida por la longitud de A, tenga aproximadamente la misma razón que, la longitud de A dividida entre la longitud de B.



$$\frac{A+B}{A} = \frac{A}{B}$$

4. Cuando lo hayas logrado, toma nota y reemplaza las medidas, para hacer los cálculos:

$$\frac{A+B}{A} = \frac{A}{B}$$

5. Explica el experimento realizado con el trozo de madera, pero usando como ejemplo lo que conoces que sucede con el cuerpo humano.
6. Un tablero que tiene 80 centímetros de alto, ¿Cuántos centímetros de largo debe medir, para que tenga la proporción que hemos notado en nuestro cuerpo humano?
7. Un campo de juego que mide de largo 1300 metros, ¿Cuánto debe tener de ancho, para que tenga la proporción que hemos notado en nuestro cuerpo humano?

Consulta en la dirección a la que te lleva el Código 1, para que conosci más sobre la proporción aurea.



Código 1: Proporción aurea.