



PROYECTO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ALIANZA PARA EL PROGRESO

Montelibano - 2016 – 2020



"÷ + Matemáticas + Vida"

III PERIODO 2020 - GUIA DE ACTIVIDADES PARA DESARROLLAR EN CASA EN EL MARCO DE LA EMERGENCIA NACIONAL POR CORONAVIRUS COVID-19

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____ GRUPO _____

Sede	Principal	Período de trabajo
Grado	7ºC	Del 26 de julio hasta el 26 de septiembre de 2021
Docente	Jorge Cotera	Celular: 3215100277
Asignatura	Matemáticas	Blog: https://aulamatbio.blogspot.com/

Celular: 321 510 02 77 – Horario de atención de Lunes a Viernes de 10:00 Am a 12 M

OBJETIVO DE APRENDIZAJE:

- Comprende y resuelve problemas, que involucran los números racionales con las operaciones (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación) en contextos escolares y extraescolares.
- Describe y utiliza diferentes algoritmos, convencionales y no convencionales, al realizar operaciones entre números racionales en sus diferentes representaciones (fracciones y decimales) y los emplea con sentido en la solución de problemas.
- Plantea y resuelve ecuaciones, las describe verbalmente y representa situaciones de variación de manera numérica, simbólica o gráfica.

Recursos: Lápiz, borrador, Celular o Computador (Opcional)...

Criterios de evaluación: Puntualidad, Esfuerzo y **Pulcritud**.

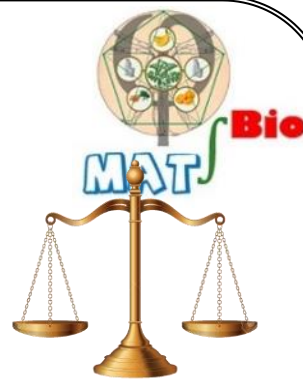
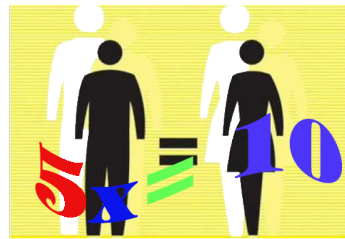


Las actividades en las direcciones virtuales recomendadas no son obligatorias, pero sí son muy importantes para complementar la propuesta de la presente guía.

La resolución de la presente guía se debe hacer todo en hojas de bloc tamaño carta, señalando en cada caso, el número de la actividad realizada y la página de la guía a la que se haga referencia. La calidad y la estética de la presentación son muy importante.

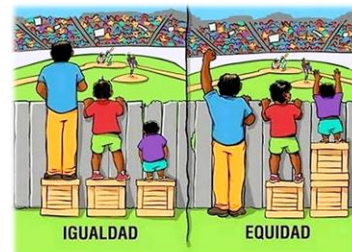
Ecuaciones

La palabra ecuación proviene de las expresiones latinas **aequatio**, o **aequationis**, que significan nivelación, igualación o repartición igual de algo. Algunos autores sostienen que el vocablo hace más referencia a la igualación de los derechos entre las personas. De ahí su cercanía con otras palabras como ecuanimidad, equidad y equilibrio.



En todo caso, consideramos importante estas conexiones lingüísticas porque creemos en que al momento de entender lo que es una ecuación y sus tratamientos, pensar en todos estos contextos facilita la comprensión.

$$2x + 3 = 17$$



En todo caso, para efectos de este trabajo de matemáticas educativas entenderemos por ecuación, a toda aquella expresión formada por dos expresiones que se unen mediante una igualdad y en donde existe al menos una incógnita o valor desconocido, bien sea este constante o variable. Todos estos son ejemplos de ecuaciones:

- $2x = 25$
- $z - 34 = 14 - 2x$
- $\frac{x}{7} = \frac{2}{5}$
- $x^2 - 11 = 25$
- $e^x = 100$

Aquí estudiaremos algunas muy sencillas como la segunda de la fila anterior. Y para ello recordaremos algunas de las propiedades de las matemáticas aplicada al campo de los Números Enteros, llamados también Números Z.

1. Propiedad Interna o Clausurativa: La suma o la multiplicación de dos números enteros dará como resultados o como producto otro número entero. Se simboliza así:

Si n y $m \in Z$ entonces, $n + m = k$, y $k \in Z$

Ejemplos: Si 4 y $6 \in Z \rightarrow, 4 + 6 = 10$ y $10 \in Z$ ó Si $\frac{-1}{5}$ y $3 \in Z \rightarrow, \frac{-1}{5} \times 3 = \frac{-3}{5}$ y $\frac{-3}{5} \in Z$

2. Propiedad de Uniformidad: Si los términos de una igualdad se multiplican o dividen por el mismo número, la igualdad se conserva. Se simboliza así:

Si $S = 7$ entonces, $S + 3 = 7 + 3$

3. Propiedad de Conmutativa de la Suma y de la Multiplicación: Si existen dos números enteros, entonces su suma o su multiplicación arrojará resultados o productos igual sin importar el orden de los sumandos o de los factores respectivamente.



Se simboliza así: Si n y $m \in \mathbb{Z}$ entonces, $n + m = m + n$, y $n \cdot m = m \cdot n$

Ejemplos: Si 3 y $4 \in \mathbb{Z} \rightarrow, 3 + 4 = 4 + 3$, y $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$

4. Propiedad del Elemento Neutro para la suma: Existe un número, al que llamamos Cero, Módulo o elemento neutro de la suma de números enteros, y que representamos así "0". De tal forma que cualquier número que sea **sumado** con **Cero ("0")** dará como **resultado** el mismo número.

Se simboliza así:

Si $n \in \mathbb{Z}$ entonces, $n + 0 = n$

Ejemplos: Si $4 \in \mathbb{Z} \rightarrow, 4 + 0 = 4$ ó Si $-11 \in \mathbb{Z} \rightarrow, -11 + 0 = -11$

5. Propiedad del Inverso aditivo: Para cada número entero " n ", existe otro número entero de **igual magnitud, pero con signo contrario** " $-n$ ", de tal forma que la **suma** de tales números siempre será igual al elemento neutro de la suma. Se simboliza así:

Si $n \in \mathbb{Z} \rightarrow, n + (-n) = n - n = 0$

Ejemplos: Si $5 \in \mathbb{Z} \rightarrow, 5 + (-5) = 5 - 5 = 0$ ó Si $-3 \in \mathbb{Z} \rightarrow, -3 + (3) = -3 + 3 = 0$

6. Propiedad del Elemento Neutro para la multiplicación: Existe un número, al que llamamos Uno, Módulo o elemento neutro de la multiplicación de números enteros, y que representamos así "1". De tal forma que cualquier número que sea **multiplicado** con **Uno ("1")** dará como **producto** el mismo número. Se simboliza así:

Si $n \in \mathbb{Z} \rightarrow, n \times 1 = n$

Ejemplos: Si $8 \in \mathbb{Z} \rightarrow, 8 \times 1 = 8$ o Si $-\frac{1}{3} \in \mathbb{Z} \rightarrow, -\frac{1}{3} \times 1 = -\frac{1}{3}$

7. Propiedad del Inverso multiplicativo: Para cada número entero " n ", existe otro número entero de **magnitud inversamente proporcional** " $\frac{1}{n}$ ", de tal forma que la **multiplicación** de tales números siempre será igual al elemento neutro de la multiplicación.

Se simboliza así: Si $n \in \mathbb{Z} \rightarrow, n \times \frac{1}{n} = \frac{n}{n} = 1$

Ejemplos: Si $9 \in \mathbb{Z} \rightarrow, 9 \times \frac{1}{9} = \frac{9}{9} = 1$ ó Si $-\frac{1}{4} \in \mathbb{Z} \rightarrow, -\frac{1}{4} \times -4 = \frac{-4}{-4} = 1$

Todas estas propiedades son indispensables cuando se requiere despejar una ecuación, veamos un par de ejemplo.



Podemos profundizar ingresando a la siguiente dirección:
<https://n9.cl/7osv8>



Despejar el valor de x, en la ecuación: **$8x - 4 = 20$**

PASOS	DESPEJE	JUSTIFICACIÓN
1.	$8x - 4 = 20$	Por hipótesis
2.	$8x - 4 + (4) = 20 + (4)$	Por propiedad de Uniformidad
3.	$8x + 0 = 24$	Por prop. del inverso aditivo y prop. Clausurativa
4.	$8x = 24$	Por propiedad del elemento neutro de la suma
5.	$8x \cdot \frac{1}{8} = 24 \cdot \frac{1}{8}$	Por propiedad de Uniformidad
6.	$x \cdot \frac{8}{8} = \frac{24}{8}$	Por propiedad Clausurativa
7.	$x \cdot 1 = 3$	Por prop. del inverso multiplicativo y prop. Clausurativa
8.	$x = 3$	Por propiedad del elemento neutro de la multiplicación

Te mostraré otra forma de hacer el despeje, más popular pero menos sistemática, es decir, se trata de un modo más resumido y al parecer más sencillo, pero en donde se omiten algunos pasos que se suponen ya son dominados por expertos.

PASOS	DESPEJE	OTRO MODO	JUSTIFICACIÓN
1.	$8x - 4 = 20$	$8x - 4 = 20$	Expresión inicial.
2.	$8x - 4 + (4) = 20 + (4)$	$8x = 20 + 4$	El 4 que estaba restando pasa a la derecha a sumar.
3.	$8x + 0 = 24$	$8x = 24$	Se suman términos semejantes, 20 más 4 es igual a 24.
4.	$8x = 24$		
5.	$8x \cdot \frac{1}{8} = 24 \cdot \frac{1}{8}$	$x = \frac{24}{8}$	El 8 que estaba multiplicando pasa a la derecha a dividir
6.	$x \cdot \frac{8}{8} = \frac{24}{8}$	$x = 3$	Se simplifica la expresión, 24 entre 8 es igual al 3.
7.	$x \cdot 1 = 3$		
8.	$x = 3$	$x = 3$	Solución

Despejar el valor de x , en la ecuación: $7 + x = 39 - 3x$

PASOS	DESPEJE	JUSTIFICACIÓN
1.	$7 + x = 39 - 3x$	Por hipótesis
2.	$7 + x + (-7) = 39 - 3x + (-7)$	Por propiedad de Uniformidad
3.	$x + 7 + (-7) = -3x + 39 + (-7)$	Por propiedad conmutativa de la suma
4.	$x + 0 = -3x + 32$	Por prop. del inverso aditivo y prop. Clausurativa
5.	$x = -3x + 32$	Por propiedad del elemento neutro de la suma
6.	$x + 3x = -3x + 3x + 32$	Por propiedad de Uniformidad
7.	$4x = 0 + 32$	Por prop. del inverso aditivo y prop. Clausurativa
8.	$4x = 32$	Por propiedad del elemento neutro de la suma
9.	$\frac{4x}{4} = \frac{32}{4}$	Por propiedad de Uniformidad
10.	$x \cdot 1 = 8$	Por prop. del inverso multiplicativo y prop. Clausurativa
11.	$x = 8$	Por propiedad del elemento neutro de la multiplicación

Proporcionalidad directa

Vamos a aprender qué es la proporcionalidad directa y para qué sirve.

Antes necesitamos saber qué es una magnitud. Una magnitud es aquello que se puede medir. Por ejemplo, el peso de una persona, el número de albañiles trabajando, el número de plátanos, la cantidad de alimento que come un perro, la distancia entre dos pueblos o la velocidad de un caballo al correr. Todas estas magnitudes se pueden relacionar con otras. Se puede relacionar:

El peso de una persona con la talla de ropa que usa.

El número de albañiles trabajando con el tiempo que tardan en terminar la obra.

El número de plátanos con el número de cajas necesarias para colocarlos.

La distancia entre dos pueblos con el tiempo que se tarda en ir de uno a otro.

La velocidad de un caballo galopando con el tiempo que tarda el caballo en llegar de un punto a otro.



Le recomendamos practicar en la dirección: <https://n9.cl/pu3g>

Para que dos magnitudes mantengan una relación de proporcionalidad directa tienen que estar relacionadas de tal forma que, si duplicamos una, la otra se tiene que duplicar; si la triplicamos, la otra también se triplica; y si la dividimos a la mitad la otra también se tiene que dividir a la mitad. Se puede entender que, si aumentamos la cantidad de una, la otra tiene que aumentar también proporcionalmente.



En el estudio de las relaciones en donde existen magnitudes directamente proporcionales, **lo más interesante es establecer un criterio por el cual pueda ser explicado dicho fenómeno.** Por ejemplo, para el caso de las representaciones que usamos para modelar geométricamente o pictóricamente las variables demográficas o poblacionales que venimos comentando, es muy lógico que se trate de situaciones de proporcionalidad directa, pues cuando una población crece, es apenas razonable, que su representación (dibujo que lo representa) también crezca, y viceversa.

A continuación, estudiaremos un caso en donde se presenta proporcionalidad directa.

Así como sucede con las representaciones anteriormente señaladas, cuando tomamos una fotografía de un tamaño de 3x4, el criterio nos dice el ancho de la foto que es de 3 cm, guarda una relación directamente proporcional con el alto de la foto que es de 4 cm; porque si aumentamos al doble su ancho, es decir a 6 cm, también tenemos que aumentar al doble su alto, es decir a 8 cm, porque de lo contrario la foto se deformaría y no sería una copia proporcional.

Por ejemplo, si lo que deseamos es pintar una valla que está sobre un edificio, tomando como modelo una fotografía de un tamaño 3x4, de tal forma que la foto (tamaño cédula) de una persona quede sobre la valla, pero a un tamaño mayor, debemos proceder así:

Una foto 3x4 obviamente mide 3 centímetros de ancho por 4 centímetros de largo, así, para poder hacer los cálculos necesitamos conocer al menos uno de las magnitudes del mural que vamos a pintar, es decir, el ancho o el largo. Si para el caso, conocemos que hay una valla que dispone de un poco más de 50 metros de altura, podríamos hacer la pintura de 50 metros de alto, y así podemos calcular cuál sería el ancho que deba tener la pintura para mantener proporcionalidad con la fotografía original.



Procedemos así: Decimos que 4 centímetros es a 3 centímetros, como 50 metros es a "el valor a calcular". **Recordemos que cuando dos relaciones son proporcionales, se puede expresar así:**

$$\frac{4 \text{ Cm}}{3 \text{ Cm}} = \frac{50 \text{ m}}{x}$$

Luego, despejando la expresión, mediante una multiplicación a ambos lados de la igualdad.

$$\frac{(4 \text{ Cm})(x)(3 \text{ Cm})}{(3 \text{ Cm})} = \frac{(50 \text{ m})(x)(3 \text{ Cm})}{(x)}$$

Luego, simplificando los factores iguales.

$$\frac{(4 \text{ Cm})(\cancel{x})(3 \text{ Cm})}{(\cancel{3 \text{ Cm}})} = \frac{(50 \text{ m})(\cancel{x})(3 \text{ Cm})}{(\cancel{x})}$$

$$(4 \text{ Cm})(x) = (50 \text{ m})(3 \text{ Cm})$$

Y así, repitiendo el proceso, pero ahora dividiendo a ambos lados de la igualdad.

$$\frac{(4 \text{ Cm})(x)}{(4 \text{ Cm})} = \frac{(50 \text{ m})(3 \text{ Cm})}{(4 \text{ Cm})}$$




Y finalmente se simplifican los factores iguales y las expresiones de sus unidades, y se realizan las operaciones.


$$\frac{(4 \text{ Cm})(x)}{(4 \text{ Cm})} = \frac{(50 \text{ m})(3 \text{ Cm})}{(4 \text{ Cm})}$$

Llegamos a la conclusión que para que una pintura en una valla de 50 metros de largo, sea proporcional con una foto 3x4, es necesario que la pintura mida exactamente 37,5 metros de ancho.

$$x = 37,5 \text{ m}$$

 **Actividad 1:** Si un árbol muy enorme proyecta en el suelo una sombra de 35 metros de longitud, medidos desde el pie del árbol hasta el límite máximo de la sombra; y tu propio cuerpo con una medida de 160 centímetros de altura, proyecta una sombra de 60 centímetros, medidos desde tus pies al límite máximo de tu sombra. ¿Crees que es posible calcular la altura del árbol, sin necesidad de medirlo? ¿Cómo lo harías?



 **Actividad 2:** Si para preparar una comida se requieren 25 libras de arroz, 8 libras de carne y 4 litros de aceite, ¿Crees que es posible calcular la cantidad de carne y aceite necesarios para preparar una comida semejante, pero con 100 libras de arroz? ¿Cómo lo harías?

Proporcionalidad inversa

Para que dos magnitudes mantengan una relación de proporcionalidad inversa o sean inversamente proporcionales tienen que estar relacionadas de tal forma que, si duplicamos una, la otra se divida a la mitad; si triplicamos una, la otra se divida a una tercera parte; o por el contrario si dividimos una a la mitad la otra se duplique. Se puede entender que, si aumentamos la cantidad de una, la otra tiene que disminuir proporcionalmente y viceversa.



Le recomendamos practicar en la dirección: <https://n9.cl/a6p2>

Aquí también es indispensable **establecer un criterio por el cual pueda ser explicado dicho fenómeno**. Por ejemplo, si en una vivienda se almacena comida suficiente para que 2 personas coman durante 7 días, ¿Qué crees que suceda si manteniendo esa misma comida y las mismas condiciones, duplicamos el número de personas, es decir, que sean 4 personas? ¿Hasta cuántos días crees que alcance la comida?

Si observas bien, verás que es lógico que, a mayor número de personas, menos días alcanzará la misma cantidad de comida. En este caso, si 2 personas consumen la comida en 7 días, con otras dos personas comiendo la misma cantidad, la comida solo durará la mitad del tiempo, es decir, 3 días y medio.

Una forma de organizar los números para hacer los cálculos, es la siguiente:



Decimos que el inverso multiplicativo de 2, es decir, $\frac{1}{2}$ es a 7, como el inverso multiplicativo de 4, es decir, $\frac{1}{4}$ es a "el valor a calcular". **Recordemos que cuando dos relaciones son proporcionales, se puede expresar así:**

$$\frac{\frac{1}{2} p}{7 d} = \frac{\frac{1}{4} p}{x}$$

Luego, despejando la expresión, mediante una multiplicación a ambos lados de la igualdad.

$$\frac{\left(\frac{1}{2} p\right)(x)(7 d)}{(7 d)} = \frac{\left(\frac{1}{4} p\right)(x)(7 d)}{(x)}$$

Luego, simplificando los factores iguales.

$$\frac{\left(\frac{1}{2} p\right)(x)(\cancel{7 d})}{(\cancel{7 d})} = \frac{\left(\frac{1}{4} p\right)(\cancel{x})(7 d)}{(\cancel{x})}$$

Y realizamos las operaciones para simplificar.

$$\left(\frac{1}{2} p\right)(x) = \left(\frac{1}{4} p\right)(7 d)$$

Se simplifican los factores iguales y las expresiones de sus unidades, y se realizan las operaciones:

$$\frac{x p}{2} = \frac{7 d}{4} p$$

Repetimos el procedimiento de multiplicar a ambos lado de la igualdad para despejar el valor de x.


$$\frac{x(\cancel{2})p}{\cancel{2}}\left(\frac{1}{p}\right) = \frac{7 d p(\cancel{2})}{4}\left(\frac{1}{p}\right)$$

Luego, simplificando los factores iguales, y haciendo las operaciones.

$$x\left(\frac{\cancel{p}}{\cancel{p}}\right) = \frac{14 d}{4}\left(\frac{\cancel{p}}{\cancel{p}}\right)$$

Llegamos a la conclusión que para que una pintura en una valla de 50 metros de largo, sea proporcional con una foto 3x4, es necesario que la pintita mida exactamente 37,5 metros de ancho.

$$x = 3,5 d$$

 **Actividad 3:** Si 3 baterías mantienen a 5 ventiladores encendidos durante 12 horas. ¿Cuántos ventiladores se requieren si necesitamos consumir la carga de esas mismas baterías en un tiempo de solo 30 minutos?





Actividad 4: Si 11 trabajadores pintan una pared en 3 horas, ¿En cuánto tiempo lograrán pintar la misma pared 2 trabajadores laborando bajo las mismas condiciones?



Repartos directamente proporcionales



Le recomendamos profundizar en la dirección: <https://n9.cl/nmrX>

Si una empresa genera 450 millones de pesos en utilidades, y esta empresa tiene 3 socios, una de las formas de repartirse tales utilidades es hacerlo en partes iguales, y para ello usamos el algoritmo de la división para hallar el monto correspondiente. Sabiendo que los 450 millones deben ser igual al monto multiplicado por 3, y como se trata de una división exacta, el residuo es 0.

Esto se simboliza así:

$$450.000 = (3 \cdot x) + 0 \quad \text{y se puede simplificar aún más, así:} \quad 450.000 = 3 \cdot x$$

Despejando a el valor de x, tenemos que: $(450.000) \frac{1}{3} = (3 \cdot x) \frac{1}{3}$

Multiplicando a ambos lados por $\frac{1}{3}$, tenemos:

$$\frac{450.000}{3} = x \frac{3}{3}$$

Simplificando tenemos que el monto para cada socio es de 150 millones de pesos. $150.000 = x$

En este caso, parece un procedimiento matemático correcto, pero porque suponemos que cada socio tiene los mismos derechos. Por eso quisimos hacer un reparto en partes iguales. Pero qué pasaría si ese no fuera el caso.

Que tan si los socios hicieron aportes diferentes, por ejemplo: El socio 1 aportó 5 millones, el socio 2 aportó 15 millones y el socio 3 aportó 25 millones de pesos para crear la empresa con un patrimonio inicial de 40 millones de pesos. En este caso, es posible que lo más justo sea repartir las utilidades de manera proporcional a los aportes que inicialmente hizo cada socio. Entonces se procedería así:

El primer socio hizo un aporte correspondiente a la relación $\frac{5}{45}$, es decir, el aportó 5 millones de los 45 totales que constituyó el patrimonio inicial.

El segundo socio hizo un aporte correspondiente a la relación $\frac{10}{45}$, es decir, él aportó 15 millones de los 45 totales que constituyó el patrimonio inicial.

Y el tercer socio hizo un aporte correspondiente a la relación $\frac{25}{45}$, es decir, él aportó 25 millones de los 45 totales que constituyó el patrimonio inicial.

Simplificando, el primero aportó: $\frac{5}{45} = \frac{1}{9}$; el segundo aportó: $\frac{15}{45} = \frac{3}{9}$; y el tercero aportó: $\frac{25}{45} = \frac{5}{9}$

En decir, de cada 9 millones, el primer socio colocó 1, el segundo 3 y el tercero 5. Y así de acuerdo a este aporte se hará la distribución.

Si tomamos los 450 millones y lo dividimos en 9 partes iguales, es decir, en 50 millones, ($\frac{450}{9} = 50$), entonces:

- al primer socio le toca 1 parte de esta, es decir, 50 millones. (1×50 millones)
- al segundo le tocan 3 partes de esta, es decir 150 millones. (3×50 millones = 150 millones)
- al tercero le tocan 5 partes de esta, es decir 250 millones. (5×50 millones = 250 millones)

Y de esta forma, se ha hecho un reparto proporcional, es decir, un reparto en partes diferentes pero ajustadas a un aporte inicial.

Otra manera de realizar el procedimiento es hacerlos mediante el cálculo con las fracciones:

$$450 \times \frac{5}{45} = \frac{2250}{45} = 50$$

$$450 \times \frac{15}{45} = \frac{6750}{45} = 150$$


$$450 \times \frac{25}{45} = \frac{11250}{45} = 250$$


También puede hacerse con las fracciones simplificadas. Así:


$$450 \times \frac{1}{9} = \frac{450}{9} = 50$$

$$450 \times \frac{3}{9} = \frac{1350}{9} = 150$$

$$450 \times \frac{5}{9} = \frac{2250}{9} = 250$$

 **Actividad 5:** Un padre reparte 108 cabezas de ganado entre sus tres hijos de 8, 12 y 16 años de edad; pero quiere hacerlo proporcionalmente a sus edades. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

 **Actividad 6:** En una jornada de pesca se recaudaron 280 mil pesos. En la jornada, 14 peces eran del Samuel, 18 de Antonio y 24 Camilo. ¿Qué cantidad de dinero le corresponde a cada uno?

 **Actividad 7:** Hay que pintar un muro de 222.000 metros cuadrados, y lo pintaran entre tres escuelas, cada una con 17, 25 y 32 estudiantes respectivamente. ¿Cuántos metros cuadrados le tocará a cada escuela si buscamos un reparto proporcional?



Le recomendamos practicar en la dirección: <https://n9.cl/tegf>