



## SECUENCIA DIDÁCTICA 16 - EDUCACIÓN EN MATEMÁTICAS

Pensamiento Aleatorio y Sistemas Datos – Grado: 5º  
Sede: La victoria - Docente: Jorge Coterá - Año: 2024

### Actividad Sensible: La muestra.

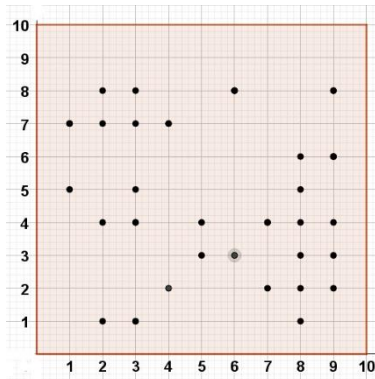
Un campesino (hombre del campo) que además es ingeniero agrónomo revisa la distribución de las muestras tomadas del suelo de un terreno que va a ser usado en el cultivo de la Moringa. Con las muestras tomadas, lo que se pretende es conocer el tipo de suelo y su fertilidad (nutrientes).

Para tomar las muestras han seguido el método del azar, pero el campesino que confía en su instinto, no está muy de acuerdo con las planillas de muestreo que observa, las que le parecen anormales, pues, aunque todas tienen la posibilidad de resultar en un muestreo aleatorio, la probabilidad de algunas de ellas es tan baja que le generan desconfianza al ingeniero. Como profesional de las matemáticas, él considera que algunas de estas planillas no se ajustan a lo que suele ocurrir en un muestreo aleatorio.

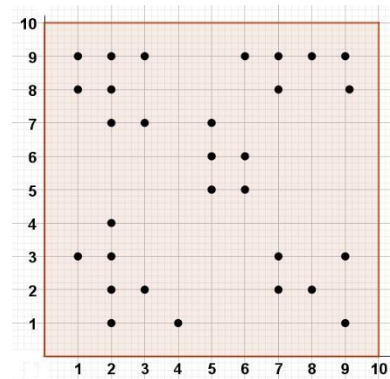
Para generar el modelo de muestreo, considerando que el terreno es cuadrado, se usó el método del plano cartesiano. Se tomó el terreno y se dividió en coordenadas formadas por líneas horizontales del 0 al 10, y líneas verticales del 0 al 10. Así cada punto en el interior del cuadrado está representado por una coordenada cartesiana, donde cada componente puede tomar un valor al azar entre 1 y 9.

**¿Quieres ayudarle al campesino a tomar una decisión? ¿Estarías tú de acuerdo con lo que él piensa?**

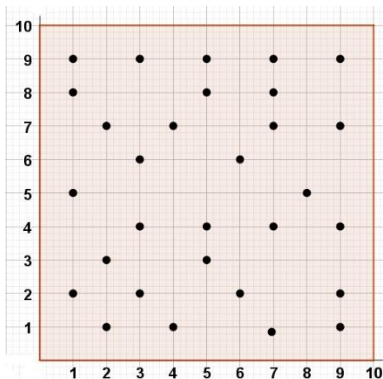
#### PLANILLAS DE MUESTREO



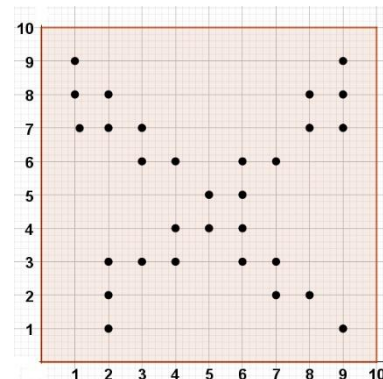
Planilla 1



Planilla 2



Planilla 3



Planilla 4

Si quieres hacer una prueba para sustentar tus respuestas, te proponemos que uses la tecnología para ayudarte. Para ello puedes usar el software comercial **Excel** o el software educativo **GeoGebra**.

Para obtener estas coordenadas en **Excel** puede usar la siguiente formula:

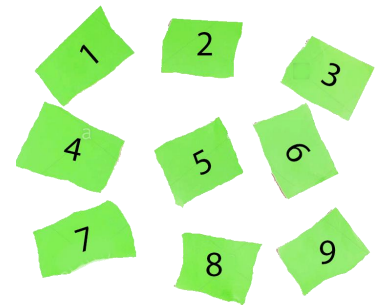
**=CONCATENAR("(";ALEATORIO.ENTRE(1;9);" , ";ALEATORIO.ENTRE(1;9);")")**

Y así podrás obtener unas coordenadas como estas: (4 , 3) (2 , 7) (6 , 1) , pero luego tendrás que graficar en GeoGebra o en algún otro software o plano cartesiano. Pero también puede colocarlas directamente en **GeoGebra** usando la siguiente expresión: **(AleatorioEntre(1, 9), AleatorioEntre(1, 9))**

Así te graficará el punto automáticamente.

## Actividad práctica: Modelar mi muestra

1. Toma 9 pedazos de papel de igual tamaño de unos 2 centímetros cuadrados, y en cada uno de ellos escribe un número del 1 al 9. Échalos en una bolsa negra y comienza a sacar uno a uno, retornando el papel sacado a la bolsa después de cada acto. Cada vez que saques un número, escríbelo en una planilla, de tal forma que con cada dos números sacados formes una pareja ordenada del plano cartesiano. Así formarás 30 puntos diferentes o incluso repetidos al azar.



**Por ejemplo:** Metes la mano y sacas un 7. Lo devuelves a la bolsa y metes la mano nuevamente, y sacar un 2. Entonces forma la pareja ordenada (7,2) y la graficas en un plano cartesiano de 10 x 10. De esa forma lo realizas hasta tener 30 puntos en el plano.

**Actividad de Entrega 1:** Toma foto de los 30 puntos formados con este método y envíala al **WhatsApp** del maestro para tu calificación.

2. Con base en la imagen del plano con los 30 puntos que hiciste, compara las planillas del ingeniero que te mostramos anteriormente, y señala las que te parezcan más ajustada a lo ocurrido en tu experimento.

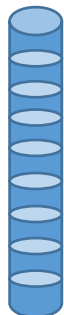
3. Repite el experimento anterior, pero marcado solo 15 puntos. Luego toma una foto de tu semillero cuadrado (El que realizaste en la guía anterior "Guía 8"), y realizar un dibujo de él, marcando con un punto los lugares en donde nacieron y crecieron las 15 semillas que lograron mayor tamaño; y compara este comportamiento con el del experimento.

**Actividad de Entrega 2:** Envía al **WhatsApp** del docente, tres fotos en dónde se vean las tres imágenes:

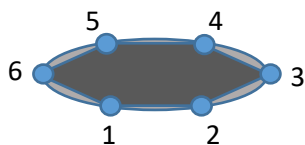
- Foto del semillero con las plántulas.
- Foto con las del modelo del semillero con las 15 plantas de mayor crecimiento.
- Foto del experimento con los 15 puntos al azar.

# Actividad práctica: Modelar mi planta.

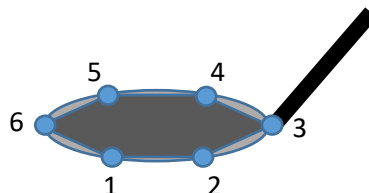
1. Toma 1 pedazo de madera (palo de escoba) de unos 50 centímetros de altura. Marca a 1 Cm de su base una circunferencia en la que ubiques 6 puntos a igual distancia como si se tratara de un hexágono regular. Como se ve en las Gráficas 1 y 2.



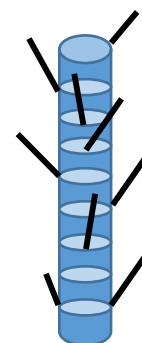
Gráfica 1



Gráfica 2



Gráfica 3



Gráfica 4

2. Sigue dibujando circunferencias cada 2 centímetros de distancia alrededor del palo de escoba, y en ellas marca los 6 puntos en la misma dirección de los demás. De tal forma que los puntos unos (1) estén en la misma línea vertical, los puntos dos (2) estén en la misma línea y así sucesivamente.
3. Elaboraremos una tabla de datos al azar con la ayuda de un dado. Lanzaremos el dado y anotaremos los resultados en una tabla. Ejemplo así.

Orden	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Resultado	6	4	2	3	4	2	3	1	4	4	3	5	2	1

Estos datos son un ejemplo, tú debes conseguir tus propios datos.

## Actividad de Entrega 3:

1. Entonces comenzando de abajo hacia arriba, ubica en cada punto correspondiente un trocito de papel o madera, simulando una ramita de una planta. Por ejemplo, según está tabla, la primera ramita en la circunferencia de abajo debe ir en el punto 6. La siguiente ramita en la siguiente circunferencia de más arriba debe ir en el punto 4; la siguiente en el punto 2; la siguiente en el 3; luego en el 4, en el 2, en el 3, en el 1, y así sucesivamente, como se ve en las Gráficas 3 y 4
2. El trozo del palo de escoba debe modelar a una de las plántulas que han crecido más, y la posición de los trozos de papel o madera deben modelar sus ramitas u hojas.
3. Toma foto del modelo con el palo de escoba y de la plántula con la que los vas a comparar. ¿Considera que las ramitas u hojas de la plántula de moringa crecen al azar como el modelo de tu experimento? Parece que no. Justifica tu respuesta en el cuaderno.

## Actividad Evaluativa: A la moneda.

1. A continuación, se presentan los resultados de un experimento que consistió en lanzar una moneda (normal) y anotar cada uno de los eventos. La moneda se lanzó en 9 ocasiones, y 4 niños tomaron apuntes. Considerando que cada uno de los dos lados de la moneda tiene la misma probabilidad de caer en cada lanzamiento resuelva el siguiente problema.

El problema es que los apuntes de los niños no coinciden, y tú debes decidir a quién creerle.

El primer niño dice: **C S C S C S C S C S**

El segundo niño dice: **C C S S C C S S C C**

El primer niño dice: **C C S S S C S C C C**

El primer niño dice: **C C C C C S S S S S**

2. Si deseas una ayuda, realiza tú mismo el experimento y toma nota de los datos; y luego compara tus resultados con los que suministraron los niños, y toma tu decisión.

**Actividad de Entrega 4:** Toma una decisión y justifícala, y envía tus resultados en los reportes de la guía al docente.

## Actividad Teórica: Variedades.

Se conocen hasta 8 variedades de **Moringa Oleifera** introducidas en Colombia.

A continuación, se muestran estas variedades y su procedencia:

Cada variedad ha mostrado diferencias en la tasa de germinación, crecimiento y supervivencia. Algunas con fuertes ventajas sobre las otras, tal y como se observa en las gráficas siguientes:

Tabla 1. Acciones evaluadas.

Número	Procedencia	Observaciones
1	PKM- 1	Introducida de la India
2	Supergenius	Introducida de la India
3	Plain	Introducida de la India
4	Guatemala	Introducida de Guatemala
5	Criolla-Granma	Colectada en Cuba
6	Paraguay	Introducida de Paraguay
7	Holguín-Mayarí	Colectada en Cuba
8	Matanzas-Ciudad	Colectada en Cuba

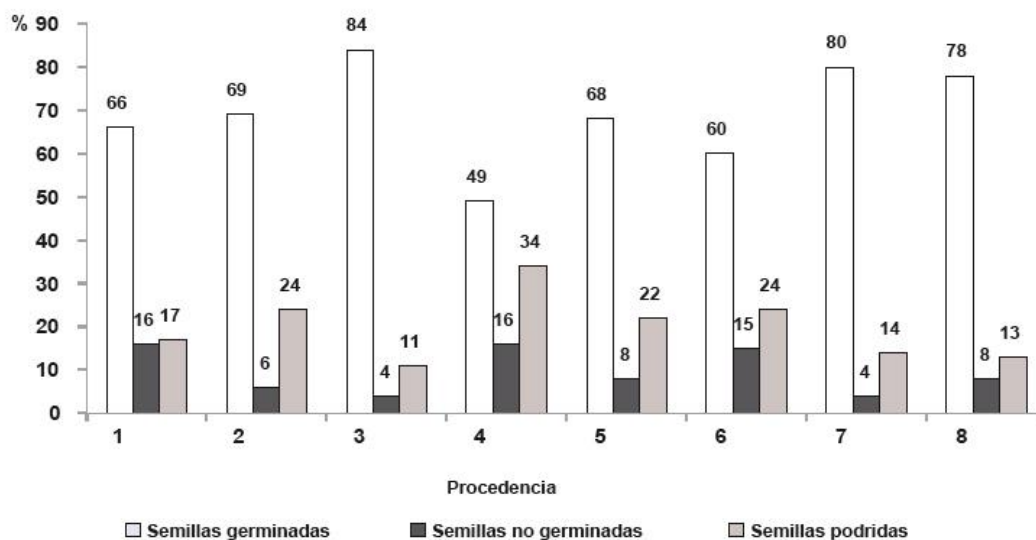


Figura 1. Prueba de germinación (%).

Como se aprecia en la anterior gráfica, la variedad Plain (3) tiene la mayor tasa de germinación con un 84% de efectividad, seguida por la Holguin-Mayari y la Matanzas-Ciudad; es decir, las tres variedades cubanas muestran mayor tasa de germinación frente a las otras. Además, estas variedades también tienen las menores tasa de semillas podridas.

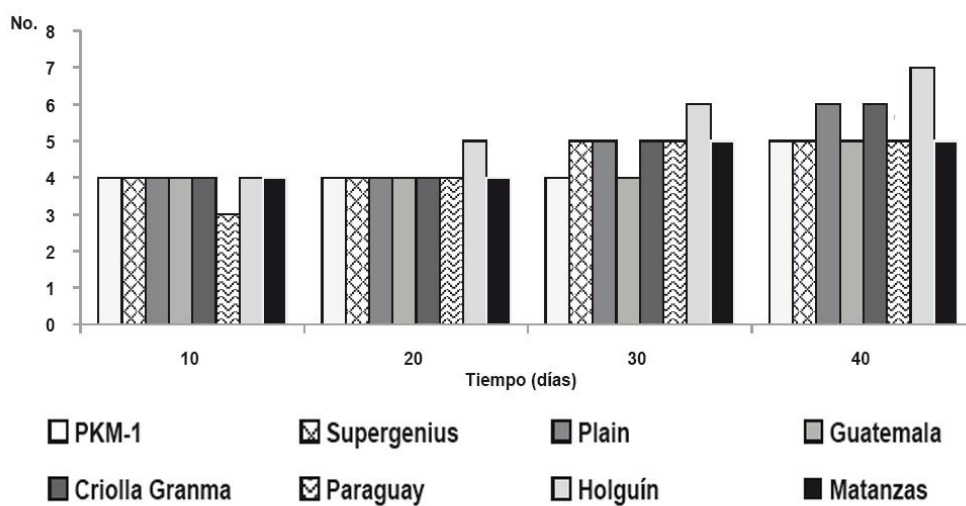


Figura 3. Número de hojas de las plántulas.

También se nota que la variedad Holguin-Mayari presenta el mayor número de hojas por plántulas después de los 20 días.

### Actividad de Entrega 5:

1. Entre las variedades PKM1 y la Supergenius, ¿Cuál de las dos tiene mejor tasa de germinación?
2. Entre las variedades Plain y la Criolla Gramma, ¿Cuál de las dos tiene el mayor número de hojas por plántulas a partir de los 20 días?
3. Entre las variedades Guatemala y la Paraguay, ¿Cuál de las dos tiene mayor tasa de semillas podridas?
4. Entre las variedades PKM1 y Guatemala, ¿Cuál de las dos tiene el mayor número de hojas por plántulas a los 30 días?

## Actividad Conceptual: Probabilidad.

En un saco de semillas de 24.500 semillas, 3.500 son de la variedad Holguin-Mayari (HM); 14.000 son de la variedad PKM-1; y 7.000 son de Guatemala.

Variedad	Cantidad	Relación	Simplificación	Razón	Porcentaje
Holguin-Mayari (HM);	3.500	$\frac{3.500}{24.500}$	$\frac{1}{7}$	0.1428	14,28 %
PKM-1 (PK)	14.000	$\frac{14.000}{24.500}$	$\frac{4}{7}$	0.5714	57,14 %
Guatemala. (Gm)	7.000	$\frac{7.000}{24.500}$	$\frac{2}{7}$	0.2857	28,57 %
<b>Total</b>	<b>24.500</b>	$\frac{24.500}{24.500}$	$\frac{7}{7}$	1	100 %

Si las semillas han sido homogéneamente revueltas en el saco, y se toman al azar 100 semillas para hacer un semillero, **¿Cuál es la probabilidad de encontrar cada uno de los tipos de semillas en el semillero?**

Para calcular la probabilidad de que ocurra un evento, como, por ejemplo, que al sacar al azar una semilla del saco sea de HM, se procede así:

Como hay en el saco 3.500 de estas semillas en un total de 24.500, entonces hay 3.500 casos favorables de 24.500 resultados posible.

$$P(X) = \frac{N^{\circ} \text{ de Casos favorables}}{N^{\circ} \text{ de resultados posibles}}$$

$$P(HM) = \frac{3.500}{24.500}$$

Entonces se simplifica: 
$$P(HM) = \frac{3.500}{24.500} = \frac{35}{245} = \frac{7}{49} = \frac{1}{7}$$

Como ya sabes lo que significan las fracciones equivalente, entonces podemos concluir que, de cada 7 semillas en el saco, 1 es de la variedad HM.

- Entonces la probabilidad de sacar al azar una semilla HM del saco es de  $\frac{1}{7}$ , es decir, aproximadamente 0.1428. O lo que es igual, 14.28%
- Pero esto quiere decir, que por cada 7 intentos de sacar una semilla, una de ellas debe ser de la variedad HM. O que de cada 100 semillas sacas al azar, aproximadamente 14.28 (Redondeado a 14) semillas deben ser de la variedad HM.

#### Actividad de Entrega 6:

1. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una semilla al azar de la variedad Guatemala?
2. De las 100 semillas que sacaremos, aproximadamente ¿Cuántas deben ser de la variedad Gm?
3. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una semilla al azar de la variedad PKM-1?
4. De las 100 semillas que sacaremos, aproximadamente ¿Cuántas deben ser de la variedad PK?
5. ¿Qué tabla mostraría la más probable distribución de los tipos de semilla en el semillero formado con 100 semillas sacas al azar del saco mencionado?

1	Variedad	N° de Semillas
	HM	14
	PK	57
	Mg	29
	<b>Total</b>	<b>100</b>

2	Variedad	N° de Semillas
	HM	19
	PK	54
	Mg	27
	<b>Total</b>	<b>100</b>

3	Variedad	N° de Semillas
	HM	20
	PK	50
	Mg	30
	<b>Total</b>	<b>100</b>

4	Variedad	N° de Semillas
	HM	15
	PK	55
	Mg	30
	<b>Total</b>	<b>100</b>

**Actividad de Entrega 7:** Escoge una opción, justifica tu respuesta y envíasela al docente.

6. Realiza tú mismo un experimento, en el que puedes simplificar el asunto.

Para ello debes construir 7 pedazos de papeles de igual tamaño. 1 papel lo marcas con las letras HM, 4 papeles con las letras PK y 2 papeles con las letras Mg.

Luego echas los papeles en una bolsa negra, y comienza a sacar de uno en uno mientras anotas los resultados en una tabla. Y así, hasta lograr los 100 intentos.

Realiza el experimento, llena la siguiente tabla y envíasela al docente:

Variedad	Conteo (Haz rayitas)	Frecuencia
Ejemplo		14
HM		
PK		
Mg		
<b>Total</b>		

7. (Opcional) Observa el experimento que aparece en la siguiente dirección: <https://youtu.be/H5u6NNAFo1Q>

## Actividad Técnica: Tabla de Frecuencia.

Tomamos los valores de crecimiento de 10 plántulas a los 30 días (los datos los tomamos de las tablas elaboradas en la Guía 8).

2.5	5.7	6.3	6.8	7.2
6.4	5.9	6.1	3.6	5.8

1. Y llamaremos "N" al número total de datos. En este caso  $N = 10$

2. Y luego identificamos el valor más alto (Max) y el valor más bajo (Min).  
En este caso  $Max = 7.2$  y  $Min = 2.5$

3. Y a partir de allí encontramos el Rango, que es un sencillo cálculo de la dispersión de los datos, es decir, un cálculo de cuanto están dispersados los datos.  
Utilizando la siguiente expresión:  $R = Max - Min$

$$R = 7.2 - 2.5 \quad R = 4.7$$



4. Luego hacemos un cálculo para estimar el número de **intervalos** o marcas de clases para nuestra tabla, lo que llamaremos "m". Para ello se sigue con la conocida Regla de Sturges:  $m = 1 + 3.3 \log_{10} N$

$$m = 1 + 3.3 \log_{10}(10) \quad m = 1 + 3.3 (1) \quad m = 1 + (3.3) \quad m = 4.3 \quad m \cong 4$$

5. A continuación, calculamos el **tamaño de esos intervalos**, lo que llamaremos "C", lo calcularemos así:

$$C = \frac{\text{Rango}}{m}$$

$$C = \frac{4.7}{4}$$

$$C = 1.175$$

$$C \cong 1$$

6. Y finalmente procedemos a crear la Tabla de Frecuencias. Así:

En una primera columna van los intervalos. El primer intervalo va desde el **Min** = 2.5 hasta el **Min** + C, es decir: 2.5 + 1 = 3.5

Y el segundo intervalos, desde ese 3.5 anterior hasta el 3.5 + 1 = 4.5 Y así sucesivamente, sin importar que tal vez resulten un poco más o menos intervalos.

7. Luego, encontramos las frecuencias absolutas "fi", y las llevamos a la siguiente columna, contando cuántos datos de los 10 que tenemos, se ubican en cada intervalo. En el intervalo 1 (2.5 – 3.5) solo está el 2.5, por eso debemos colocar 1. En el intervalo 2 (3.5 – 4.5) solo está el 3.6, por eso debemos colocar también 1. En el intervalo 3 (4.5 - 5.5) no hay ningún dato, por eso debemos colocar 0. Y así sucesivamente.
8. A continuación encontramos las frecuencias absolutas acumulada "Fi", y las llevamos a la siguiente columna, comenzando por la primera fi, y luego sumando las siguientes. 1; y luego 1+1= 2; y luego 2+0=2; y luego 2+6=8; y luego 8+2=10
9. A continuación encontramos las frecuencias relativa "hi", y las llevamos a la siguiente columna, comenzando con la primera fi dividida entre N; y luego la segunda fi dividida entre N; y así sucesivamente.
10. Finalmente encontramos las frecuencias relativa acumulada "Hi", y las llevamos a la siguiente columna, comenzando con la primera Fi dividida entre N; y luego la segunda Fi dividida entre N; y así sucesivamente.

Intervalos	Frecuencia Absoluta (fi)	Frecuencia Absoluta Acumulada (Fi)	Frecuencia Relativa (hi)	Frecuencia Relativa Acumulada (Hi)
2.5 – 3.5	1	1	$\frac{1}{10} = 0.1 = 10\%$	$\frac{1}{10} = 0.1 = 10\%$
3.6 – 4.5	1	2	$\frac{1}{10} = 0.1 = 10\%$	$\frac{2}{10} = 0.2 = 20\%$
4.6 - 5.5	0	2	$\frac{0}{10} = 0 = 0\%$	$\frac{2}{10} = 0.2 = 20\%$
5.6 – 6.5	6	8	$\frac{6}{10} = 0.6 = 60\%$	$\frac{8}{10} = 0.8 = 80\%$
6.6 – 7.5	2	10	$\frac{2}{10} = 0.2 = 20\%$	$\frac{10}{10} = 1 = 100\%$
	<b>10</b>		<b><math>\frac{10}{10} = 1 = 100\%</math></b>	

Ante preguntas como las siguientes, la tabla anterior no sirve para responder así:

• **¿Cuántos datos tenemos en el intervalo 3?**

Vamos a la columna de las frecuencias absoluta (fi) y nos ubicamos en el **tercer** renglón y observamos que hay un 0, Así la respuesta es 0, y podemos decir que: “Ninguna plántula tiene un crecimiento entre los 4.6 y 5.5 centímetros de altura.

• **¿Cuántos datos tenemos en el intervalo 4?**

Vamos a la columna de las frecuencias absoluta (fi) y nos ubicamos en el **cuarto** renglón y observamos que hay un 6, Así la respuesta es 6, y podemos decir que: “Seis plántulas tiene un crecimiento entre los 5.6 y 6.5 centímetros de altura.

• **¿Cuántas plantas tuvieron un crecimiento menor a 5,6?**

Vamos a la columna de las frecuencias absoluta acumuladas (Fi) y nos ubicamos en el **tercer** renglón (por debajo del valor 5.6) y observamos que hay un 2, Así la respuesta es 2, y podemos decir que: “Dos plántulas tiene un crecimiento menor a 5.6 centímetros de altura.

• **¿Qué porcentaje de plantas tuvieron un crecimiento menor a 6,6?**

Vamos a la columna de las frecuencias relativa (hi) y nos ubicamos en el **cuarto** renglón (por debajo del valor 6.6) y observamos que hay un 60%, Así la respuesta es 60%, y podemos decir que: “El 60% de las plántulas tiene un crecimiento menor a 6.6 centímetros de altura. Y así podríamos decir cuántas plantas de las 30 en total, incluso las que no medimos, miden menos de 6.6 centímetros.  $\frac{6}{10} \times 30 = \frac{180}{10} = 18$

**Actividad de Entrega 8:** Tu tarea consiste en elaborar dos Tablas de Frecuencia como la anterior, con base en los datos recolectados en los formatos de la guía anterior (**Guía 8**). Una tabla para el crecimiento y una tabla para el numero de hojas.

**Actividad de Autoevaluación:**

**Actividad de Entrega 9:**

Responde a las siguientes preguntas, calificándolas en una escala de 1 a 5, dónde 1 significa poco y 5 significa mucho. Solo debes colocar una X en la casilla correspondiente al frente de cada pregunta y debajo del respectivo número.

		1.	2.	3.	4.	5.
1.	¿Qué tanto entendiste la guía?					
2.	¿Te parecen interesante los temas tratados?					
3.	¿Las tareas te resultaron interesantes?					
4.	¿Qué tanto aprendiste?					
5.	¿Qué tanto pudiste consultar más sobre los tema?					