**FACULTAD DE EDUCACIÓN**

**Departamento de Educación Avanzada**

**Maestría en Educación**

**INFORMACIÓN GENERAL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

**TÍTULO DEL PROYECTO:** Objetivación del (de los) concepto(s) de perpendicularidad, por estudiantes de grado quinto, en cuerpos geométricos y en figuras geométricas

**ESTUDIANTE INVESTIGADOR:** Jorge Alonso Cotera Guerra[[1]](#footnote-1)

academiajc@hotmail.com

**SECCIONAL MAESTRÍA:** Bajo Cauca, II Cohorte

**LÍNEA DE FORMACIÓN:** Educación Matemática

**GRUPO DE INVESTIGACIÓN:** Matemática, Educación y Sociedad (MES)

**ORIENTADORA:** Diana Victoria Jaramillo Quiceno[[2]](#footnote-2)

diana.jaramillo@udea.edu.co

**FECHA DE ENTREGA:** 27 de Noviembre de 2014

**DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

# PRESENTACIÓN

Este proyecto de investigación tiene como objetivo analizar la objetivación, por estudiantes de grado quinto, del (de los) concepto(s) de perpendicularidad en cuerpos y en figuras geométricas. Los estudiantes a que hago referencia forman parte de la comunidad educativa de una institución pública y urbana del municipio de Montelíbano, en el departamento de Córdoba. El objeto de esta investigación es la objetivación del (de los) concepto(s) de perpendicularidad por estudiantes de grado quinto.

Ante ese objetivo y a ese objeto de estudio, la pregunta de investigación es: ¿Cómo es objetivado, por estudiantes de grado quinto, el (los) concepto(s) de perpendicularidad en cuerpos geométricos y en figuras geométricas?

La fundamentación teórico-metodológica de esta propuesta está basada en la perspectiva histórico-cultural de la educación matemática, más específicamente al tenor de la Teoría Cultural de la Objetivación (Radford, 2006), de la Teoría de la Actividad (Leontiev, 1984) y de las Actividades Orientadoras de Enseñanza (Moura, 2010).

Se trata de una investigación fundamentada en el paradigma cualitativo de la investigación en educación, bajo un enfoque crítico-dialéctico. Para el camino metodológico se establecerán procedimientos y técnicas para la producción conjunta de registros y datos, con los cuales se espera promover el análisis y la emergencia de categorías que den origen a las conclusiones.

Presento, a continuación, el planteamiento del problema de investigación.

# PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

## Justificación

Desde mi experiencia como maestro de educación matemática en el nivel de la básica primaria, específicamente en la praxis sobre la enseñanza de los objetos geométricos, surgió la necesidad de analizar la naturaleza ontológica y epistemológica de la perpendicularidad, entendida como relación entre dos líneas (segmentos) o entre dos planos (semiplanos) que al intersecarse forman ángulos de 90°. Esta relación se encuentra presente en la constitución misma de muchos cuerpos y figuras[[3]](#footnote-3), caracterizándolos en sí mismos y en sus relaciones con otros objetos geométricos.

Algunos de esos objetos geométricos han alcanzado, al interior del currículo de matemática, cierta preeminencia, o bien por su utilidad a la hora de modelar situaciones de la vida real o bien por su necesidad a la hora de la enseñanza de otros objetos de la matemática. Entre estos objetos puedo mencionar al “triángulo rectángulo” que, por ser lugar de la relación pitagórica, recibe una alta consideración en los tratamientos escolares, tanto en geometría como en trigonometría. Otro objeto geométrico priorizado en la enseñanza escolar es el de las “alturas de los triángulos”, en especial, por su relación con el área de dichas figuras y, por consiguiente, por el estudio de los llamados sólidos o cuerpos geométricos, en donde también se requiere con frecuencia calcular áreas, volúmenes y establecer otras relaciones.

Considero que, para abordar el estudio de estos objetos geométricos, resulta indispensable el conocimiento de la relación de perpendicularidad, tanto para el caso del triángulo rectángulo —expresada como la relación entre sus catetos— como para el caso de las alturas de los triángulos, en donde es representada como la menor distancia entre un punto y una recta.

Conocer la relación de perpendicularidad y hacer uso de ella en los procedimientos de análisis sobre otros objetos demanda, en muchas situaciones, de su reconocimiento perceptual para el caso de las figuras y los cuerpos y/o del reconocimiento de su forma declarativa, cuando estas figuras son representadas por medio de discursos, priorizando en ocasiones en uno o en otro tipo de representación.

Por ejemplo, en la enseñanza de la perpendicularidad se suele hacer mucho énfasis en el enunciado metafórico de “la recta que cae sobre otra”, con el fin de representar dicha relación. Por otra parte, se insiste en presentarla como una definición formal o axiomática con el consiguiente cambio a la representación figural. Sin embargo, en esa presentación, nuevamente, se limita la enseñanza a la exposición de un “caso trivial”, como lo es el de la intersección entre una línea vertical y otra horizontal con respecto al eje gravitacional de la tierra. Frente a esa “trivialización”, a la hora de la enseñanza, dice Bachelard (2004): “El pensamiento científico es entonces arrastrado hacia ‘construcciones’ más metafóricas que reales, hacia ‘espacios de configuración’ de los que el espacio sensible, en definitiva, no es sino un mísero ejemplo” (p.15).

Es posible que tal recurrencia, a la hora de la enseñanza de la perpendicularidad, guarde relación con lo que algunas investigaciones han registrado sobre la aparente dificultad que presentan ciertos estudiantes a la hora de percibir (visualizar) esa perpendicularidad, cuando son expuestos a una situación en donde las rectas están orientadas en otra dirección (rotación), o cuando tal relación se encuentra formando parte de una figura más compleja (Vasco, 2006, pág. 62). Y, en algunos casos, tales constataciones han sido asociadas con habilidades perceptivas de carácter individual (Hederich, 2007, pág. 29); sin embargo, esta posible circunstancia no será analizada en esta investigación.

Uno de los aspectos que me moviliza en este estudio es hacer una propuesta por fuera de la posible unicidad[[4]](#footnote-4) en cuanto a miradas, significados, sentidos, formas y medios con los cuales se viene abordando, en algunos casos en el nivel de la básica primaria, la enseñanza y el aprendizaje de la perpendicularidad; en especial, cuando esta relación se presenta como una “forma idealizada” y desconectada de toda realidad histórica y cultural, en particular subestimando el aspecto lógico-histórico del conocimiento matemático a que se refiere Moura (2011) cuando afirma:

Lo que queremos decir es que al enseñar, el objeto de conocimiento debe ser visto en toda su dimensión histórica, pues su historia es la del desarrollo de un instrumento para la solución de problemas concretos y, al mismo tiempo, es la producción de significados sociales de forma lógica. Los aspectos histórico y lógico, como nos asegura Kopnin (1978), son interdependientes, ya que al tener que solucionar un problema es necesario el desarrollo de una forma lógica de resolverlo y comunicar la solución. (p.54)

Los casos a los que me refiero —cuando digo una “forma idealizada” y desconectada de toda realidad histórica y cultural— son aquellos en donde se expone la definición de perpendicularidad, con la pretensión de que los estudiantes estén en condición de identificarla en aquellas situaciones que la involucran y, por consiguiente, puedan usar la información presentada por dicha definición, en la toma de decisiones frente a un problema planteado o en un procedimiento algorítmico que así lo requiera.

De este modo, con frecuencia, la relación de perpendicularidad es presentada a los estudiantes, o bien desde la llamada geometría axiomática como “la relación entre dos líneas que al intersecarse forman ángulos adyacentes congruentes”, o, bien desde la geometría euclidiana como “la relación entre líneas que al intersecarse forman cuatro ángulos rectos”. Es a este tipo de abordajes, al que asocio con lo que Tamayo (2012) llama “matemática occidental” (p. 89).[[5]](#footnote-5)

Un problema adicional en los abordajes a los que me refiero, a la hora de la enseñanza de la perpendicularidad, tiene que ver con la ejemplificación que se ofrece. En esos ejemplos se recurre a términos y expresiones enmarcadas en ciertos juegos del lenguaje[[6]](#footnote-6) (escolar), en los que los significados y los sentidos distan mucho de aquellos con los que son tratados desde los “saberes cotidianos”[[7]](#footnote-7) de los estudiantes, lo cual podría representar una desestimación de la capacidad conceptual que subyace en estos últimos juegos del lenguaje “primitivo” o extraescolar[[8]](#footnote-8). En este sentido, indica Wittgenstein (1958), que “el juego de lenguaje primitivo que se le enseña al niño no necesita ninguna justificación” p. (127).

Por ejemplo, hablar a estudiantes de la región del Alto San Jorge, en la sabana cordobesa, de objetos que “caen”, es poner a esos niños en un contexto en donde se sugiere un juego de lenguaje que indica un sentido de un “arriba” y un “abajo”, que no siempre coincide con una posición en el plano horizontal. Así mismo, hablar de “altura” en este contexto cultural no siempre guarda el mismo sentido que cuando se refiere a una distancia con relación a una recta, sobre todo, si esa recta no está en el plano fronto-paralelo del niño (representado por el tablero escolar, la pantalla digital, la lámina, etc.).

Adicionalmente, se presume tal monotonía en las formas de abordar la enseñanza de la perpendicularidad, que es fácil evidenciar que, para muchos estudiantes, más que una relación entre dos líneas (mutuamente perpendiculares), la perpendicularidad es asumida como una propiedad de la línea vertical que “cae” sobre la línea horizontal, casi como la imagen exclusiva para representarla. De este peligro ya advertía la epistemología de Bachelard (2004):

No es tan fácil, como se pretende, desterrar a las metáforas en el exclusivo reino de las expresiones. «Quiérase o no, las metáforas seducen a la razón» «El peligro de las metáforas inmediatas en la formación del espíritu científico, es que ellas no son nunca imágenes pasajeras; ellas se dirigen a un pensamiento autónomo; tienden a completarse, a terminar en el reino de la imagen. (p.93)

Además, este hecho puede constituirse en un obstáculo para la búsqueda intencionada del estudiante a la hora de resolver un problema, por ejemplo, en el caso de las llamadas “mostraciones” o en el de las demostraciones mismas, y en general para todas aquellas situaciones que requieran, por lo menos, de una conceptualización fenomenológica de esta noción de perpendicularidad. En ese sentido, nos recuerda Radford (1994):

La primera de ellas corresponde a lo que llamamos la conceptualización fenomenológica. Es el caso de la Geometría, que es el caso que nos interesa aquí, tal conceptualización se caracteriza por el hecho que el aspecto conceptual de los objetos geométricos existe solo en términos del aspecto figurativo, el cual se restringe a la imagen concreta. (p.7)

Un análisis sobre las posturas corporales y los gestos de los estudiantes, a la hora de enfrentarse a situaciones geométricas que involucran orientaciones diferentes a las frecuentemente expuestas en la escuela, podría darnos mayores luces sobre la complejidad de algunas tareas que, hasta ahora han mostrado demandar mayores tiempos en el reconocimiento de las figuras y sus relaciones.

Un estudio, como el que propongo en este proyecto, podría aportar, a largo plazo, elementos que ayuden a identificar o explicar la tendencia que tienen algunos estudiantes para priorizar en un criterio viso-corporal como el girar sus cabezas cuando intentan reconocer un objeto que, puesto ante ellos en el plano froto paralelo, parece rotado con respecto a su representación más regular; dejando en segundo lugar al criterio discursivo, es decir, a las definiciones formales o explicitaciones de la existencia de un ángulo recto entre dos líneas, segmentos de línea, entre planos o semiplanos, los cuales parecieran indispensables al momento de identificar la relación de perpendicularidad. De igual forma, este trabajo será, por lo menos para mí, una oportunidad para aprender sobre las posibles relaciones entre los artefactos propuestos por el maestro y los que provienen de los “saberes cotidianos” de estudiantes; asociados a gestos y a posturas corporales relativos al criterio viso-corporal al que he hecho mención. Específicamente, unos de esos primeros artefactos pueden ser los softwares especializados, ya que al ofrecer mayor facilidad para las trasformaciones en el plano y en el espacio, un análisis sobre sus utilidades a la hora de ser empleadas por los estudiantes ante tareas de geometría dinámica, podría ser contrastado con toda la complejidad que, en términos de significados, ofrece el particular “movimiento de cabezas”.

En suma, nuestra intención con este tipo de acercamientos entre los sistemas simbólicos[[9]](#footnote-9) que propone la escuela y los de los “saberes cotidianos”, pretende evitar la tendencia de otras formas de enseñanza que excluyen o desestiman la oportunidad de conocer y aprender los conceptos en sus relaciones de materialidad e historicidad; y aunque en ocasiones esas otras formas de enseñanza dicen estar sustentadas en enfoques epistemológicos que conciben el conocimiento como una construcción colectiva, suelen subestimar, en la dinámica propia de las clases, el papel que juegan los elementos histórico-culturales provenientes del medio social inmediato en donde son producidos estos conceptos.

Por ejemplo, esas nociones de perpendicularidad, que sin hacerse explícitas, han sido subsumidas por las construcciones materiales (viviendas, cercas, pozos, techos, terrazas, etc.), por los instrumentos[[10]](#footnote-10) (escuadras, plomadas, cuerdas de 13 nudos), por el lenguaje (derecho, aplomado, a plomo) y en general por las labores (trabajo) en comunidad como expresión de unos “sistemas simbólicos de la cultura” (Radford, 2000), resultan poco relevantes para esos otros enfoques[[11]](#footnote-11). De ahí que en ellos, sea frecuente el insistir en abordar la relación de perpendicularidad a través de la verificación del ángulo de noventa grado (recto) sin intentar constatar, ni siquiera, si la noción de ángulo conserva, para los estudiantes, el mismo significado y los mismos sentidos que para la “matemática occidental”, o si ese sistema sexagesimal, del cual se deriva la medición que se hace de dicho ángulo, resulta operativa y afectivamente interesante para el lenguaje con que estas comunidades han pensado el mundo.

Para algunos de estos enfoques, a la hora de explicar cierta conexión entre el mundo externo y la mente, queda invisibilizado el papel de lo ético y político en la producción de un objeto específico en un contexto particular. Como consecuencia de ello, la concepción sobre el aprendizaje, sobre el conocimiento y sobre la conceptualización que predomina, lleva a considerar que la enseñanza de un objeto matemático no ofrece posibilidad sobre la producción de las subjetividades de las comunidades que aprenden, en especial, cuando este aprendizaje es concebido como un proceso individual y neutral en términos ideológicos y, también, axiológicos. A propósito, Roth y Radford (2011), manifiestan que para esos enfoques pareciera que predominara una relación dicotómica entre la cognición y la emoción. En palabras de los autores:

Hace ochenta años, L.S Vygotsky se quejó de que la psicología se equivocó al estudiar el pensamiento independiente de la emoción. Esta situación no ha cambiado significativamente, ya que la mayoría de los estudios científicos continúan estudiando la cognición independiente de la emoción. (p. 8)

En consecuencia, ahondar en el análisis de la objetivación del (los) concepto(s) de perpendicularidad, por parte de estudiantes de grado quinto, en cuerpos geométricos y en figuras geométricas, más que la oportunidad para desarrollar un proceso de investigación sobre la enseñanza de los sistemas geométricos, sobre la ejecución de las actividades necesarias para el desarrollo del pensamiento espacial en niños, o sobre la posibilidad de establecer relaciones entre los sistemas geométricos y otros sistemas matemáticos, este trabajo representa, para mí, una oportunidad para responder a la necesidad de abordar la enseñanza de este objeto geométrico, desde unas posturas ontológicas y epistemológicas, ancoradas en una perspectiva histórico-cultural diferente a la que ha caracterizado los abordajes tradicionales desde la “matemática occidental”.

Hacer una referencia, aun prematura, a mi tema de investigación, es, por un lado, responder a esa necesidad mediante una aproximación al proceso con el cual, los estudiantes, a través de una praxis reflexiva, suscitada por unas actividades intencionadas y diseñadas por el maestro-investigador, en las que los artefactos sirvan de mediadores entre ellos y el objeto que comienza a ser producido (concretizado), asuman la perpendicularidad como su objeto de aprendizaje.

Por otro lado, dicha aproximación demanda también indagar, de qué maneras mediante esa asunción del objeto, los estudiantes y el maestro-investigador como actores del proceso, en su condición de sujetos reflexivos, éticos y políticos, son también asumidos como objetos (producidos) por medio de unas relaciones dialógicas y dialécticas. Considero que es a esto a lo que alude Radford (2013) cuando afirma que:

La teoría [de la objetivación] se basa en la idea fundamental según la cual aprender es tanto conocer como devenir. Considera la meta de la educación matemática como un esfuerzo dinámico político, social, histórico y cultural que busca la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en discursos y prácticas matemáticas que se constituyen histórica y culturalmente y están en permanente evolución. (p. 1)

## Tema

La objetivación del (de los) concepto(s) de perpendicularidad, por estudiantes de grado quinto, en cuerpos geométricos y en figuras geométricas.

## Pregunta de Investigación

¿Cómo es objetivado, por estudiantes de grado quinto, el (los) concepto(s) de perpendicularidad en cuerpos geométricos y en figuras geométricas?

## Objeto de Investigación

La Objetivación del (de los) concepto(s) de perpendicularidad, en cuerpos geométricos y en figuras geométricas.

# HORIZONTE TEÓRICO

## Una perspectiva histórico-cultural en Educación Matemática

Abordar la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva histórico-cultural parte de ubicar a los sujetos, en este caso al maestro-investigador y a los estudiantes, en el centro de una concepción gnoseológica, epistemológica, ontológica y metodológica, que demanda, en primer lugar, una valoración del papel que juega la cultura (lenguaje, prácticas, artefactos, etc.) en el aprendizaje de los objetos de estudio; y, en segundo lugar, el reconocimiento de la producción histórica de esos objetos, es decir, de dar cuenta cómo cada generación fue modificando dichos objetos y, a su vez, cómo ella misma fue modificada por ellos, lo cual no significa, como dice Moura (2011) “rehacer la historia”, pero sí “dar el significado social para que los sujetos se apropien del conocimiento, de forma que le atribuyan sentido personal”(p.51).

Con relación al lugar que, en esta forma de mirar la educación matemática, ocupa la cultura, en donde no es asumida ya como un simple “axioma periférico”[[12]](#footnote-12) sino como un elemento constitutivo del proceso de enseñanza y del proceso de aprendizaje, vistos como unidad dialéctica (enseñanza-aprendizaje), como totalidad, han sido las corrientes socioculturales las encargadas de configurar este campo. Según Jaramillo (2011), para la perspectiva sociocultural, el conocimiento matemático es asumido como una actividad social, donde su producción y legitimación más que tener un origen individual, derivan de la complejidad de las diversas práctica sociales, y bajo unos significados y sentidos compartidos según sea el grupos sociocultural en que se inscriban dichas prácticas. También Valero (2007), comparte las ideas de “una diversidad de conocimientos matemáticos asociados a diversas prácticas sociales y culturales” (p.2), y al cuestionar la definición de las prácticas de la educación matemática en términos exclusivamente individuales, defiende la posición según la cual lo válido y lo legítimo se derivan de maneras colectivas de responder a los problemas[[13]](#footnote-13).

Para efectos de esta investigación, resulta también pertinente referirme a la aclaración que hace Radford (2014), quien reconoce que en el marco de estos abordajes socioculturales, pueden identificarse dos aproximaciones diferentes, una que pone su acento en el papel de lo discursivo y otra que enfatiza en la categoría de labor, trabajo o actividad, puesto que, por efectos teoricos y metodológicos este trabajo se encuentra mayormente comprometido con esta ultima forma de aproximación, en donde se resalta el aporte de la actividad como produción social.

## La Teoría Cultural de la Objetivación

La Teoría Cultural de la Objetivación de Radford (2014) en el marco de la cual se inscribe esta investigación, al contar entre sus bases teóricas con los aportes de la corriente dialéctico-materialista, se muestra muy interesada en la categoría hegeliana de labor o de trabajo. Desde esta categoría se posibilita reconceptualizar la enseñanza y el aprendizaje en términos de actividad o labor conjunta entre estudiantes y maestros.

En este mismo sentido, otros de los soportes teóricos de la teoría de la objetivación, que es la Teoría de la Actividad de Leontiev (1984), es explícita a la hora de señalar que entre las acciones individuales y la actividad colectiva, es esta última, la base de la personalidad y de la conciencia de los sujetos. Al referirse a esto, sostiene Leontiev (1984) que:

Dicho de otro modo, a diferencia del individuo, la personalidad del hombre no es algo preexistente en ningún sentido con respecto a su actividad, lo mismo que su conciencia, su personalidad es engendrada por ella. (…). La verdadera base de la personalidad es esa estructura particular de las actividades conjuntas del sujeto que surge en cierta etapa del desarrollo de sus vínculos humanos con el mundo. (p.135)

Es esta concepción sobre la personalidad y la conciencia la que distancia a la Teoría Cultural de la Objetivación de las posturas aun dependientes de la clásica oposición individuo-sociedad; puesto que más cercana al pensamiento de Freire, también concibe la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas como la posibilidad para la emancipación social, en donde a través de la producción conjunta de conocimientos, sean producidos también unos sujetos con una conciencia crítica y una personalidad libre (Radford, 2013, pág. 5).

En suma, la Teoría Cultural de la Objetivación, como teoría de la enseñanza y el aprendizaje, sugiere un giro epistemológico, antropológico, gnoseológico y ontológico al interior del campo de la educación matemática. Ello porque asume al “pensamiento” como un elemento en dialéctica con la cultura. Es decir, el pensamiento, es asumido por esta teoría como cosustancial a la praxis reflexiva sobre las actividades mismas; por tanto, requiere fundamentalmente del lenguaje, los signos, las herramientas (artefactos).

Esta teoría también (re)define, al interior de la educación matemática, los conceptos de conocimiento y aprendizaje. Así, el conocimiento es asumido como “patrones fijos” o “trabajo cristalizado”[[14]](#footnote-14) producto de la praxis, y, por tanto, objetivado por los sujetos que, históricamente, vivieron dicha praxis. A su vez, al revisar los conceptos de “pensamiento” y de “objeto”, la Teoría Cultural de la Objetivación revisa también el concepto de “aprendizaje”, y comienza a reconocerlo más que nada como un proceso fundamentalmente social, un “aprender con los otros”, y no como un fenómeno individual (solipsista) (Radford, 2006)

## Objetivación de la Perpendicularidad

De lo anterior se desprende que al proponerme dar cuenta de cómo es objetivado, por estudiantes de grado quinto, el (los) concepto(s) de perpendicularidad, estoy adquiriendo un doble compromiso.

En primer lugar, un compromiso con la producción de un conocimiento, entendido este como “pura posibilidad”, es decir, no como un conocimiento que se posee, sino como potencialidad, que para que “surja a la existencia” tendrá que ser instanciado por el “conocer” de los estudiantes (concretizado) en el seno de la actividad. Al respecto Moura (2011) señala que: “conocer es la concretización de la superación de las necesidades generadas en la dinámica del desarrollo cultural de los pueblos” (p.50). Así es como ese conocimiento aun en su condición abstracta, como saber o trabajo cristalizado, como formas de hacer, pensar y reflexionar codificadas histórica y culturalmente, puede trasformarse en “contenido conceptual concreto” y solo así, en las mediaciones que demanda el conocer, ese conocimiento, dice Radford (2013), “puede ser un objeto de pensamiento y como tal ser modificado y ampliado”(p.7). Luego, entonces, al establecer un primer compromiso con el conocimiento como movimiento, es en dicho movimiento donde espero que los estudiantes objetiven (aprendan) el concepto de perpendicularidad, es decir, es en dicho proceso donde intento que el objeto muestre lo que es.

Así, la perpendicularidad, más que una definición, deviene de un proceso mediante el cual todo el trabajo histórico-cultural de muchas generaciones ha sido subsumido por un objeto. Objeto este que propongo como objeto de mi actividad (enseñanza), frente a los estudiantes, para que mediante la reflexión y el trabajo conjunto, llegue también a ser su objeto de actividad (aprendizaje). En palabras de Radford (2013):

(…) En el concepto de trabajo de Hegel: conceptualizamos la enseñanza y aprendizaje no como dos procesos distintos, sino como el trabajo conjunto sensible, material y conceptual de estudiantes y profesores encaminados a la creación de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en prácticas matemáticas histórico-culturalmente constituidas. (p. 6)

En segundo lugar, también asumo, un compromiso con una producción no solo de saberes sino también de seres, como es sugerido por Roth y Radford (2011), puesto que objetivar el (los) conceptos de pependicularidad con estudiantes de grado quinto implica la producción de un conjunto de relaciones afectivas, éticas y políticas con las cuales se construyen acuerdos y desacuerdos en torno al objeto propuesto, y en donde dichas relaciones generan un entorno que también impacta la producción de los sujetos. A proposito, Radford (2000) citando a Marx y a Engel, nos recuerda que “las circunstancias hacen a los hombres como los hombres a las circunstancias” (p. 10).

Con el fin de justipreciar el papel que estas relaciones sociales tienen en la producción tanto de los objetos como de los sujetos, es preciso recordar que la Teoría de la Actividad reconoce la importancia de estas relaciones en el marco de la dupla objeto-motivo, en la medida en que se comprende que lo que moviliza la necesidad que tiene el estudiante de apropiarse del conocimiento, no es tanto el objeto, como el motivo. La explicación a este hecho es que el objeto es aun desconocido para el estudiante, o incluso siendo medianamente conocido, puede ser discordante con la conciencia que tiene de él el maestro. En cambio, el motivo, es decir, el deseo de dialogar, controvertir, argumentar, “mirar con los otros”, es lo que orienta y moviliza el proceso de objetivación (tanto para el maestro-investigador como para el estudiante). Otra razón para resaltar la importancia de estas relaciones sociales en la aptitud frente al aprendizaje, es resultado de lo propuesto por Moura (2010) cuando sostiene que:

…en la relación entre la enseñanza y el aprendizaje, la cultura aparece como algo que debe ser apropiado e interiorizado por los individuos. Según Davidov (1988), la internalización constituye la transformación de la actividad colectiva (experiencia social) en actividades individuales (experiencia individual). Esta transformación es posible a través de la comunicación entre las personas. Por lo tanto, se deduce que la relación entre la actividad colectiva y la actividad individual está relacionada con la tesis de Vygotsky según la cual el conocimiento ocurre en un primer momento en lo social (interpersonal) para transformarse en individual (intrapersonal). También en este sentido, contribuye significativamente Rubtsov (1996), al defender que la aptitud para el aprendizaje es el resultado de cierta interiorización originada esencialmente en situaciones de actividad colectiva. (pp.107 -108)

Luego, la objetivación del (de los) concepto(s) de perpendicularidad por estudiantes de grado quinto se propone como “aprendizaje”, en tanto que, toma de conciencia por parte de unos sujetos (estudiantes) de cómo dicha relación ha sido concretizada de múltiples formas y subsumida en los diferentes sistemas simbólicos, histórica y culturalmente. Por tanto, será en el marco de un sistema de actividades, como labor conjunta, en donde espero analizar dicha objetivación, y serán un número de acciones intencionadas, en las que se movilicen los artefactos (objetos, instrumentos, sistemas de signos, símbolos y significados, etc) como mediadores de la actividad humana concreta, las que en su dialéctica posibiliten tomar conciencia del objeto. Vigotsky, citado por (Wertsch, 2006), al referirse a esta característica del método dialéctico insiste en que “es solamente en el movimiento que un cuerpo muestra lo que es” (p. 35). A su vez, Radford (2006), al referirse al carácter mediatizado del pensamiento o *toma de conciencia como una actividad material que va más allá de la apreciación mentalista[[15]](#footnote-15)*, insiste en que, entre los aportes de esa mediación, está que cuando:

Se piensa con y a través de los artefactos culturales, de manera que hay una región externa que, parafraseando a Voloshinov (1973), llamaremos el territorio del artefacto. Es en este territorio donde la subjetividad y la objetividad cultural se imbrican mutuamente y en el que el pensamiento encuentra su espacio de acción y la mente se extiende más allá de la piel. (p.107)

## Actividad Sensible (Visualización)

Al entender a la perpendicularidad como el “conocimiento cristalizado”, cultural e históricamente producido a partir de las reflexiones y de las acciones sobre unas relaciones geométricas, comienzo por reconocer que un buen número de estas acciones y reflexiones realizadas por las personas en las pasadas generaciones, iniciaron con la percepción de ciertos fenómenos de la vida material en la que se reconocian tales relaciones geométricas. Dicho de otro modo, las diferentes comunidades a través de la historia, tuvieron que enfrentarse a situaciones que involucraban la solución de ciertos problemas en los que la relación de perpendicularidad constituía un conocimiento (como posibilidad) necesario. Pero debemos entender esta “percepción”, según Candioti (2014), como lo que Marx llamó una “actividad humana material, sensible, exterior, objetiva y… subjetiva” (p. 4), que no debe ser confundida con la contemplación de la “realidad objetiva” material (ontológica), pues esa “actividad sensible” implica superar[[16]](#footnote-16) las capacidades sensoriales (propia de los sentidos), y, por el contrario, exige tomar conciencia de unas imágenes o representaciones que, como “objetos sensibles”, hacen parte de una “realidad objetiva” material (epistemológica) [[17]](#footnote-17). Es en esta última realidad en la que son constituidos los cuerpos geométricos, las figuras geométricas y las relaciones que se establecen entre ellos, puesto que solo al ser mediatizados por algunos elementos simbólicos de la cultura, el lenguaje, por ejemplo, pueden ser o no visibilizados (visualizados), nombrados, expresados, comunicados y objetivados por la psique humana.

A propósito del carácter social de la percepción, Radford (1999) señala que:

El papel fundamental que desempeña la palabra y el lenguaje en la formación y el funcionamiento de la psique humana según la escuela socio-histórica puede ejemplificarse rápidamente en el caso de la percepción, que dicha escuela no considera como contemplación sino como una actividad mediada por signos y palabras y en general por el lenguaje. (p. 9)

Adicionalmente, en torno a las modificaciones que el lenguaje posibilita, sobre las estructuras naturales, Vigosky, citado por Radford (2000), sostiene que:

Gracias a las palabras, los niños distinguen elementos separados, superando con ello la estructura natural del campo sensorial y formando nuevos (artificialmente introducidos y dinámicos) centros estructurales. El niño comienza a percibir el mundo no sólo a través de sus ojos, sino también a través del lenguaje. En consecuencia, la inmediatez de la percepción “natural” queda substituida por un proceso mediato y complejo; como tal, el lenguaje se convierte en una parte esencial del desarrollo cognoscitivo del niño. (Vygotsky 1988, p. 59). (p. 8)

De esta forma, puede entenderse, que es gracias a las actividades humanas como tales objetos sensibles comienzan a ser asumidos como “actividad sensiblemente humana”, es decir, como “lo percibido” (lo captado a través de los sentidos), “lo que uno mira”, como producto de la actividad humana concreta. De ahí también que en el mapa de esta investigación (véase la Figura 1), “la estudiante que mira” en la dirección de la objetivación de la perpendicularidad debe procurar, desde la “terrenalidad” (realidad ontológica), posibilitar, mediante la práxis, la “actividad sensible” necesaria en la objetivación.

Es así como la “actividad sensible” es entendida como esa forma inicial de entrar en contacto con los objetos, mediante la cual las personas toman conciencia de las formas geométricas en tanto que objetos producidos históricamente por la praxis. Al parecer ya en el mundo griego había conciencia sobre un disenso entre dos formas de asumir lo geométrico, por ejemplo Platón (2008), citando a Sócrates, comenta como,

(…) A diferencia de los agrimensores o de los comerciantes, que utilizan empíricamente conceptos matemáticos sin saber definirlos, aunque los matemáticos hacen enunciaciones sobre cosas visibles, no piensan en ellas, sino en los modelos a los que se asemejan. La aritmética y la geometría así entendidas son saberes «de lo que siempre es, no de lo que en algún momento y de alguna manera nace y perece». (p. 86)

Además, según Radford (2006):

Homero, entre otros, utilizaba el término eidos en el sentido de algo externo, no mental, ‘lo que uno mira’, por ejemplo, la figura, la forma, la apariencia - para San Agustín eidos se refiere a algo que está dentro del individuo. (p. 4)

En suma, para la presente investigación, siguiendo a Marx y Engels (1974), con respecto a las relaciones geométricas percibidas en tanto que objetos sensibles, hay que considerar que:

(…) No es algo directamente dado desde toda una eternidad y constantemente igual a sí mismo, sino el producto (…) del estado social, en el sentido de que es un producto histórico, el resultado de la actividad de toda una serie de generaciones, cada una de las cuales se encarama sobre los hombros de la anterior. (p. 47)

Desde luego que al referirme a “lo que uno mira”, a imágenes o representaciones, tampoco pretendo colocar el peso en el otro extremo de la balanza, pues “lo percibido” no es el resultado del mero pensamiento (“actividad mental”), y así lo examina la prespectiva histórico-cultural que con Luria citado por (Radford, 1999) expresa que “los procesos perceptivos también dependen de las formas socio-históricas de vida.” (p. 9).

Conforme a lo anterior, aquellas problemáticas entorno a la visualización en tanto que percepción sobre los objetos geométricos y/o sus representaciones, y que versan sobre las dificultades para “ver”, serán asumidas en la complejidad de una actividad humana sensible, en donde los sistemas simbólicos, que imbrican prácticas culturales, herramientas, palabras y signos, medien en la complejización (‘alterar’ la biología natural) de los procesos psíquicos de los sujetos dados a la tarea de objetivar el concepto de perpendicularidad en cuerpos geométricos y en figuras geométricas, “culturizando e historizando” la mirada sobre las imágenes (Radford, 2000, pág. 20), como aporte a las formas de conceptualización que, según Radford (1994), son más frecuentes en los alumnos: La fenomenológica y la dinámica intuitiva.

## Cuerpos Geométricos y Figuras Geométricas

Para facilitar la comunicación y aumentar la precisión en el uso de las nociones, estimo conveniente establecer unos acuerdos entorno a lo que entenderemos por cuerpos geométricos y figuras geométricas. De antemano, debemos reconocer que lo que otorga el carácter de geométrico a cualquier objeto, es la praxis a que, desde al conocimiento (posibilidad) matemático, son sometidos dichos objetos por parte de los sujetos, cualquiera que sea la naturaleza de los primeros. Ahora que, entre diversos autores (Larios & Victor, 2006) (Marmolejo, 2010) (Torregrosa & Quesada, 2006) que trabajan el tema de la “visualización” en matemáticas, parece haber cierto consenso a la hora de identificar con el término figura, al ejercicio epistemológico sobre las producciones (representación) que acerca de los objetos geométricos nos hacemos los sujetos.

Así pues, solo me voy a referir a cuerpos geométricos cuando se trate de objetos del mundo real, naturales o producidos por las personas, bien sean estos sólidos o huecos. Mientras que, entenderemos por figuras geométricas todas aquellas representaciones en el plano (dibujos) de figuras tridimensionales y bidimensionales, bien sean estáticas o dinámicas, y en cualquier soporte en donde se les produzca (hojas de cuaderno, tablero, pantallas de computador, etc.).

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del MEN (2006), también parecen establecer esta diferencia entre las figuras como representación, y los cuerpos como objetos reales, cuando proponen en algunos de sus estándares:

Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas. Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños. Construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura. (p.82)

Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas. (p.86)

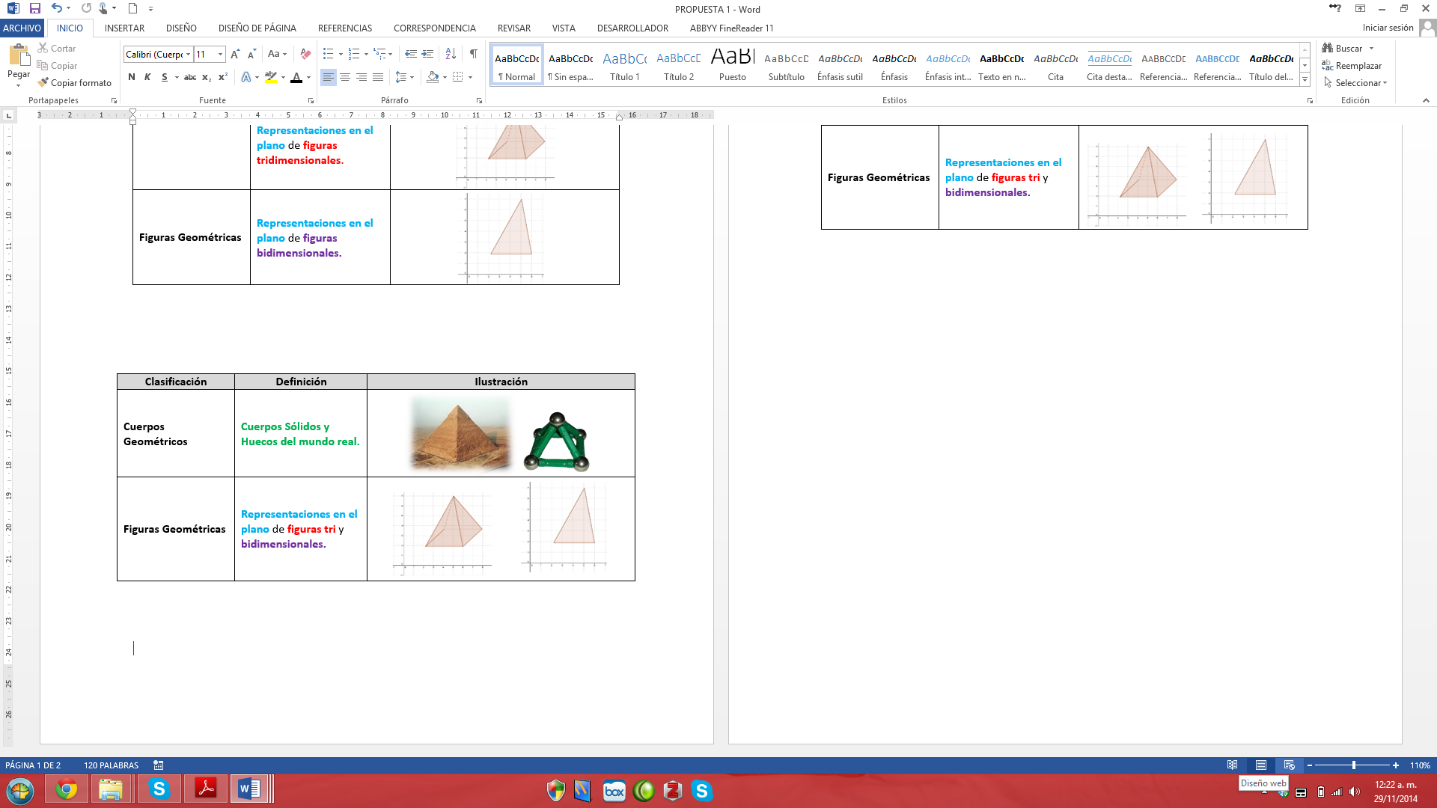


Tabla 1. Nociones de Cuerpos Geométricos y Figuras Geométricas.

# OBJETIVO

Analizar la objetivación, por estudiantes de grado quinto, del (de los) concepto(s) de perpendicularidad en cuerpos geométricos y en figuras geométricas.

# DISEÑO METODOLÓGICO

## Tipo de Investigación

El presente trabajo de investigación está orientado desde el paradigma cualitativo de la investigación en educación, que se posiciona como otra forma de conocer e investigar la realidad; una forma emancipada frente a un proceso colonizador, que, a propósito de las formas de abordar los objetos y los conceptos de la educación, hasta el momento ha resultado hegemónico en la escuela latinoamericana. Este paradigma nos sitúa en el desafió por avanzar en un camino todavía poco transitado, y por el que, para algunas posturas, quien transite, corre el riesgo de no generar conocimiento políticamente valido. (Denzin & Lincoln, 2012)

Considero que hacer investigación cualitativa es doblemente reconfortante para un investigador aprendiz, puesto que, como lo señalan Borba & Araújo (2008), una de las mayores bondades de la investigación cualitativa, es que posibilita el empleo de diseños (*design*) emergentes, con lo que no solo se investiga el objeto en sí, sino también las diversas formas de aproximarse a él. De ahí que el presente diseño metodológico no ostente ninguna rigidez en la selección o en la disposición de los procedimientos y las técnicas a ser empleadas, pues todo ello está sujeto a las exigencias que el mismo proceso de investigación vaya planteando y a las necesidades que el investigador considere pertinente a la hora de ejecutar el trabajo de campo y la producción conjunta de datos y registros.

## Perspectiva, Enfoque y Método de Investigación

Lo que caracteriza a un trabajo de investigación situado en la perspectiva histórico-cultural de la Educación Matemática, es el acento en el papel productivo de los sujetos y en su condición social e histórica. Ese acento se hace evidente en la forma en que son organizadas las diferentes tareas en las que se involucran los sujetos de investigación, en este caso los estudiantes, y el investigador. En este trabajo, dichas tareas serán organizadas con sujeción a lo propuesto por las Actividades Orientadoras de Enseñanza (Moura, 2010), cuyos supuestos están ancorados en la Teoría de la Actividad, y resultan muy convenientes en los trabajos que se enmarcan en la Teoría Cultural de la Objetivación, en la medida en que, al procurar la organización intencionada de las actividades de enseñanza, propende por la identificación de los motivos, acciones y sentidos con los que los estudiantes, se apropien de conocimientos teóricos; razón por la cual esta herramienta teórico-metodológica resulta pertinente tanto para la enseñanza como para la investigación sobre la enseñanza. A propósito, sostiene Moura (2010):

De este modo, los investigadores profesionales pueden usar su estructura para identificar motivos, necesidades, desencadenando acciones y sentidos atribuidos en el proceso de enseñanza. (p.109)

Con relación al interés de avanzar en una investigación que se comprometa con la producción, tanto de conocimientos como de maneras de conocer y de situar ese conocimiento, la elección del enfoque crítico-dialéctico resulta conveniente, sobre todo si se está considerando un abordaje crítico, desde el cual se contribuya a la trasformación de los sujetos que participan de la investigación. Además, este enfoque puede ser provechoso cuando el objetivo de la investigación contempla la posibilidad de disensos en torno a la forma en que los sujetos participantes objetivan el (los) concepto(s) en estudio.

Las actividades que serán diseñadas, se espera sean ejecutadas con la clase en pleno, es decir, con un grupo de 35 estudiantes, de grado quinto de una institución educativa de carácter público, ubicada en el sector urbano del municipio de Montelíbano; sin embargo para efecto de la producción conjunta de registros y datos, y para la realización de los análisis respectivos, me centraré en la sistematización de la experiencia de 3 estudiantes, los cuales serán elegidos oportunamente por el investigador.

En la producción conjunta de los registros y datos se utilizarán estrategias e instrumentos como el diario de campo, las autobiografías, el análisis de episodios o casos, los ideogramas, la producción escrita, las entrevistas semi-estructuradas, las fotografías, los videos, la producción material, y la observación participante; los cuales serán organizados con el fin de realizar triangulación tanto de métodos como de sujetos, con el fin de identificar las categorías que se constituyan en el centro de las conclusiones y los nuevos interrogantes al momento de finalizar esta investigación.

## Mapa de Investigación

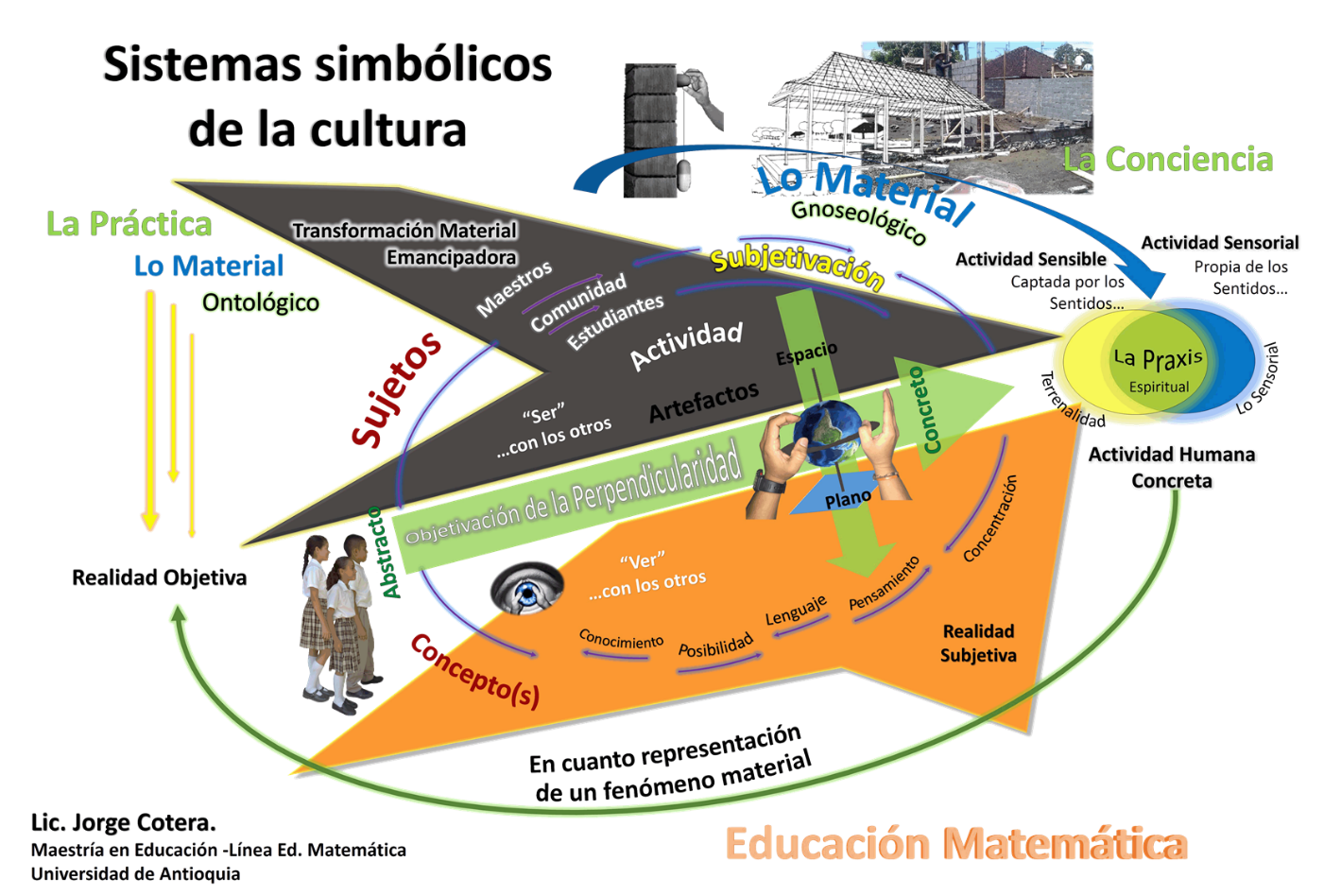


Figura 1. Mapa de Investigación.

## Cronograma

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Semestres**  **Acciones** | **I** | **II** | **III** | **IV** |
| Elaboración y redacción del proyecto | X | X |  |  |
| Revisión bibliográfica | X | X | X | X |
| Producción conjunta de registros y datos |  |  | X |  |
| Sistematización de registros y análisis de datos |  |  | X |  |
| Participación en eventos |  |  | X | X |
| Escritura de la relatoría de la investigación |  |  |  | X |
| Entrega del Trabajo de Investigación al Comité de Maestría |  |  |  | X |

# REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bachelard, G. (2004). *La formación del Espíritu Científico.* Buenos Aires: Siglo XXI.

Borba, M., & Araújo, J. (2008). *Investigación Cualitativa en Educación Matemática.* México: Limusa.

Candiotti, M. (2014). marxismocritico.com. *ISEGORÍA. Revista de Filosofía Moral y Política*, 45. Obtenido de El carácter enigmático de las tesis sobre feuerbach y su secreto.

D’Ambrosio, U. (1998). *Etnomatemática, 4.a.* São Paulo: Ática.

Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2012). *Manual de investigación cualitativa.* Barcelona: Gedisa, S.A.

Freire, P. (2002). *Pedagogía del Oprimido.* Buenos Aires: Siglo XXI.

Hederich, C. (2007). *Estilo cognitivo en la dimensión de depenedencia-independencia de campo.* Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Jaramillo, D. (Abril de 2011). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones utopías, futuros posibles. *Revista Educación y Pedagogía, vol. 23, núm. 59*, 13.

Larios, & Victor. (2006). *LA RIGIDEZ GEOMÉTRICA Y LA PREFERENCIA DE PROPIEDADES GEOMÉTRICAS EN UN AMBIENTE DE GEOMETRÍA DINÁMICA EN EL NIVEL MEDIO.* México: Revista Latinoamericana de Investigacion en Matematica Educativa.

Leontiev, A. (1984). *Actividad, Conciencia y Personalidad.* México: Cartago.

Lizcano, E. (2002). Las matemáticas de la tribu europea: Un estudio de caso. En G. Knijnik, F. Wanderer, & C. Oliveira, *Etnomatemática, currículo e formação de professores* (pág. 126). Santa Cruz do Sul: Edunisc.

Lizcano, E. (6 de Mayo de 2003). *IMAGINARIO COLECTIVO Y ANÁLISIS METAFÓRICO.* Obtenido de http://www.unavarra.es/puresoc/pdfs/c\_salaconfe/SC-Lizcano-2.pdf

Marmolejo, G. (2010). La visualización en los primeros ciclos de la educación básica. Posibilidades y complejidad. *Revista Sigma*, 14.

Marx, C., & Engels, F. (1974). *La Ideología Alemana.* Montevideo: Pueblos Unidos.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares. Matemáticas.* Bogotá: Magisterio.

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Mockus, A., Hernández, C., Granés, J., Charum, J., & Castro, M. (1995). Articulación entre el conocimiento escolar y el conocimiento extraescolar. En *Las fronteras de la Escuela* (pág. 39). Bogotá: Magisterio.

Moura, M. O. (2010). *A actividade pedagógica na teoría histórico-cultural.* Brasilia: Liber Livro.

Platón. (2008). *La república.* Madrid: Akal.

Radford, L. (Diciembre de 1994). La Ensenanza de la Demostracion: Aspectos Teoricos y Practicos. *Revista de Educación Matemática. Vol 6*, 21.

Radford, L. (1999). LA RAZÓN DESNATURALIZADA - ENSAYO DE EPISTEMOLOGÍA ANTROPOLÓGICA. *Redalyc Vol 2.*, 47.

Radford, L. (2000). *Sujeto, objeto, cultura y la formación del conocimiento.* Canada: Educación Mathemática.

Radford, L. (2004). Semiótica cultural y cognición. En *Conferencia plenaria dada en la Decimoctava Reunión Latinoamericana de Matemática* (pág. 18). México: Universidad Autónoma de Chiapas, Tuxtla Gutiérrez.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Relime*, 103.

Radford, L. (2013). *Cultura e historia: dos conceptos difíciles y controversiales en las aproximaciones contemporáneas en la educación matemática.* São Paulo: Livraria da Física.

Radford, L. (13 de Noviembre de 2013). *Sumisión, alienación y (un poco de) esperanza hacia una visión cultural, histórica, ética y política de la enseñanza de las matemáticas.* Obtenido de http://www.luisradford.ca/pub/Radford%20-%20Dominicana.pdf

Radford, L. (2013). Tres conceptos clave de la Teoría de la Objetivación: Conocimiento, Conocer, Aprendizaje. *Revista de Investigación en Didáctica de las Matemáticas (REDIMAT)*, 15 - 16.

Radford, L. (2014). *De la teoría de la objetivación.* Bogotá: Revista Latinoamericana de Etnomatemática.

Roth, W., & Radford, L. (2011). *A Cultural-Historical Perspective on Mathematics Teaching and Learning.* Rotherdam: SENSE PUBLISHERS.

Tamayo, C. (2012). *(Re)significación del currículo escolar indígena, relativo al Conocimiento [matemático], desde y para las prácticas Sociales: el caso de los maestros indígenas dule de la Cumunidad de alto caimán.* Medellín: Udea.

Torregrosa, G., & Quesada, H. (28 de Noviembre de 2006). COORDINACIÓN DE PROCESOS COGNITIVOS EN GEOMETRÍA. *Relime. Vol 10.*, 275.

Vasco, C. (2006). *Didáctica de las Matemáticas. Articulos Selectos.* Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Vygotski, L. (1984). El desarrollo de las funciones psíquicas superiores en la edad de transición. En L. Vygotski, *Obras Escogidas* (pág. 117). Madrid: Aprendizaje Visor.

Wertsch, J. (2006). *Vygotsky y la formación social de la mente.* Barcelona: Editorial Paidós.

Wittgenstein. (1958). *Investigaciones Filosofíacas.* Barcelona: Crítica.

1. Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad de Antioquia. Integrante del grupo de investigación “Matemática, Educación y Sociedad (MES)”. Estudiante de Maestría en Educación, Línea de Formación Educación Matemática, II Cohorte de la Seccional Bajo Cauca. Asesor del Programa de Buenas Prácticas Educativas de la Secretaría de Educación municipal de Montelíbano (Córdoba). [↑](#footnote-ref-1)
2. Doctora en Educación, Área de Educación Matemática. Profesora de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Coordinadora del grupo de investigación “Matemática, Educación y Sociedad (MES)”. [↑](#footnote-ref-2)
3. Mi comprensión sobre los términos cuerpos geométricos y figuras geométricas será explicita, más adelante, en el marco teórico. [↑](#footnote-ref-3)
4. En cuanto a favorecer una sola y, hasta, única forma de abordar la enseñanza. [↑](#footnote-ref-4)
5. Lizcano también se refiere a estas “matemáticas” como relativas “al imaginario greco-occidental” (Lizcano, 2003, pág. 6) [↑](#footnote-ref-5)
6. En el sentido expuesto por Wittgenstein (1958, pág. 6). [↑](#footnote-ref-6)
7. En el sentido expuesto por Jaramillo (2011, pág. 17) [↑](#footnote-ref-7)
8. En el sentido expuesto por Mockus (1995, pág. 47) al referirse a los “juegos del lenguaje” con relación a la escuela. [↑](#footnote-ref-8)
9. Me refiero a esa “superestructura simbólica”, a la que Radford (2006) ha llamado en otros textos “sistemas semióticos de significación cultural” (p. 7) [↑](#footnote-ref-9)
10. En el sentido expuesto por Moura. (2011, pág. 49) [↑](#footnote-ref-10)
11. Asociados a la llamada “matemática occidental”. [↑](#footnote-ref-11)
12. En el sentido expuesto por Radford. (2013, pág. 4) [↑](#footnote-ref-12)
13. Aquí vale la pena aclarar que esta autora considera necesaria la distinción entre la prespectiva sociocultural “en la que el asunto del poder o está oculto o no tiene que ver explícitamente con la valorización de las prácticas y los significados dentro de sistemas semióticos” (Valero, 2009, pág. 316) y el llamado enfoque socio-político que privilegia el papel del poder en este tipo de constituciones. [↑](#footnote-ref-13)
14. Entendido por Radford (2013) como una forma de entender el conocimiento, en donde este se sitúa como “(…) un conjunto de acciones codificado culturalmente”. y, por tanto, es mucho más que “(…) secuencias particulares de acciones coordinadas” (p.4), mucho más que instanciaciones o determinaciones específicas. [↑](#footnote-ref-14)
15. Las cursivas son mías. [↑](#footnote-ref-15)
16. No basta con el empleo de esas capacidades sensoriales. [↑](#footnote-ref-16)
17. Recomiendo apreciar la posición que cada una de estas dos formas de “realidad objetiva” material ocupa al interior del mapa de esta investigación (véase la Figura 1). [↑](#footnote-ref-17)