

# Setores e Rotas em Problemas de Localização - Distribuição

1 Luís Miguel Bandeira \* 2 Prof. José Soeiro Ferreira † 3 Prof. Ana Maria Rodrigues ‡

**Resumo**—Setorizar, isto é, criar setores, consiste em subdividir um determinado território em regiões geográficas de menor dimensão, geralmente, de acordo com algumas restrições. É assim necessário descrever o território com um valor quantificável, como por exemplo, pontos de recolha com capacidade conhecida.

No caso aqui apresentado é pretendida a obtenção de setores a partir de pontos de recolha de resíduos com capacidade definida, resolvendo uma questão multi-critério. Para a definição de setores é aplicado um método heurístico construtivo inspirado num fenómeno eletromagnético descrito na Lei de *Coulomb*.

**Index Terms**—Electrostática; Multi-Critério; Setorização;

## I. INTRODUÇÃO

A Setorização revela-se uma componente integrante de Investigação Operacional, que, nas últimas décadas tem visto reconhecida a sua importância quando aplicada às mais diversas temáticas. A existência e diversificação, com aumento de complexidade, de serviços, como a recolha de Resíduos Sólidos Urbanos é um dos motivos que tem fomentado o estudo de problemas de Setorização. Este tipo de questões é assim visto e interpretado como um meio de diminuição da complexidade de problemas como a definição de rotas.

## II. ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Todos nós tomamos contacto diário com distritos ou setores, direta ou indiretamente. O carteiro que todos os dias entrega correspondência na nossa residência possui uma área de distribuição pela qual é responsável. Ou ainda, no caso de queda de neve nas estradas, também as operações de limpeza e remoção estão sujeitas a uma divisão de acordo com setores [1].

Quando votaram nas últimas eleições, cada um dos eleitores encontrava-se associado a um círculo eleitoral. A setorização vem garantir que a votação ocorra de forma a não privilegiar nenhuma organização política face a outra [2]. Este assunto revelou-se também essencial em matérias que se relacionam, por exemplo, com a definição de grupos de alunos indicados para frequentar uma escola com base na sua área de residência [3] ou com atividade de controlo e patrulhamento policial [4].

Todos estes exemplos têm algo em comum: uma grande área geográfica é fracionada em regiões mais pequenas. Por setorização entende-se assim a divisão de um todo, em elementos de menor dimensão designados por setores, distritos, zonas, regiões ou áreas de responsabilidade.

## A. Rotas - Travelling Salesman Problem

Um vendedor ambulante pretende visitar cada uma das cidades de um grupo apenas uma vez, tendo, como ponto de partida e regresso, a sua própria cidade e com o menor custo possível. Assim uma das questões que se levanta é a do planeamento da rota com menor distância total para a viagem [5].

## III. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O problema de Setorização Multi - Critério consiste na definição de setores apropriados à recolha de bens mensuráveis a partir de um conjunto de localizações, com necessidades de recolha já conhecidas.

Por Multi - Critério entende-se a existência de diversos princípios, associados à questão em análise, que irão afetar toda a sua resolução ou apenas a escolha da melhor solução para esta.

Os critérios de avaliação de soluções de setorização mais comuns, como o equilíbrio, e compacidade [6], são utilizados para a aferição da qualidade das soluções obtidas.

## IV. RESOLUÇÃO

### A. Pré - Processamento de Dados

A resolução deste problema provocou a geração de diversas instâncias adequadas. Foram geradas instâncias que representam as cargas, que caracterizam a sua posição espacial no plano cartesiano através das coordenadas  $(x, y)$  e com quantidade associada,  $q$ .

A partir destas cargas foi criado um grafo conexo,  $G = (V, E)$  onde  $V$  representa o conjunto dos vértices, equivalentes às cargas, e  $E$  o conjunto das arestas do grafo.

Por fim, foram determinadas as distâncias mínimas entre todos os pares de pontos pertencente ao grafo a a partir da aplicação do algoritmo de *Dijkstra* [7].

### B. Resolução do Problema de Setorização

A resolução do problema de setorização multi-critério apresentado tem por base a aplicação do método *SectorEl* [6]. Este faz um paralelismo entre a Lei de *Coulomb* e a temática da setorização, ou seja, todos os setores criados terão fundamento na atração existente entre as cargas que lhe pertencem.

Fazendo o paralelismo com os princípios da eletrostática, a quantidade,  $q$ , presente em cada ponto no plano cartesiano tomará aqui o lugar da carga elétrica na Lei de *Coulomb*. Por sua vez, a força presente entre os pontos no plano será interpretada apenas como a atração entre as cargas.

\*ee12106@fe.up.pt

†jsоеiro@inescporto.pt

‡amr@inesctec.p

A atração é assim calculada com recurso à expressão (1):

$$a_{ij} = \|\vec{a}_{ij}\| = \|\vec{a}_{ji}\| = \frac{q_i q_j}{d_{ij}^{2+NIP-NS}} \quad (1)$$

Onde  $q_i$  e  $q_j$  representam as quantidades associadas aos pontos  $i$  e  $j$  respetivamente. A distância entre estes é representada por  $d_{ij}$ .  $NIP$  representa o número inicial de pontos e  $NS$  o número de setores. No início da execução do algoritmo verifica-se que  $NS = NIP$ . Após a primeira iteração,  $NS = NIP - 1$ , e de seguida  $NS = NIP - 2$ , até que o número desejado de setores seja alcançado.

É ainda com recurso a esta expressão que é calculada a atração entre cargas e setores bem como a mesma apenas entre setores, permitindo a alocação de cargas a setores já existentes e a agregação de setores.

Todas as soluções são avaliadas face ao seu equilíbrio e compacidade segundo os coeficientes,  $CV_q$  e  $CV_d$ , respetivamente [6].

### C. Otimização

O método de otimização inicia-se pela avaliação de todos os setores existentes através do cálculo do coeficiente de compacidade,  $CV_d$ , de cada setor. Sabendo, de antemão, que um "bom" setor apresenta um valor para este coeficiente próximo de zero, é assim encontrado o pior setor ao determinar o valor máximo registado para este coeficiente. Após a definição do pior setor este é suprimido e todas as pontos que o constituem voltam a ser pontos livres.

Isto não é suficiente para que nova setorização possa ocorrer e apresentar no seu final melhores resultados que os obtidos inicialmente. Assim são libertadas de todos os setores um número fixo de pontos, os que menor atração apresentam com o centro de massa do próprio setor.

## V. RESULTADOS

Os resultados apresentados nesta dissertação foram obtidos a partir das instâncias disponíveis geradas para o efeito, disponíveis em <https://paginas.fe.up.pt/~ee12106/dissertation/instances.html>.

Na Figura 1 está representada melhor solução obtida, correspondente à formação de cinco setores para um dos conjuntos de 240 cargas geradas aleatoriamente.

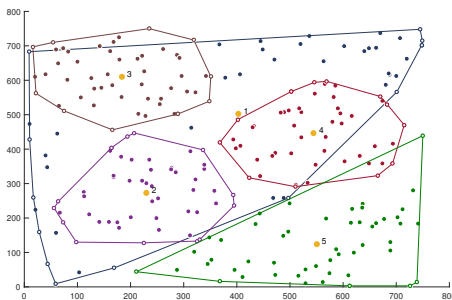


Figura 1. Setorização Simples - Melhor Solução

Esta solução apresenta valores de  $CV_q$  e  $CV_d$  iguais a 0,074.

Foi ainda introduzido um novo coeficiente de avaliação,  $CV_{dc}$  relacionado com a distância média do centro de massa a cada um dos pontos pertencentes ao setor. Esta solução apresenta um valor para este coeficiente de 0,63

Nesta dissertação são ainda apresentadas soluções resultantes da aplicação dos algoritmos propostos a instâncias com 100 e 400 cargas, com quantidades associadas equilibradas e desequilibradas.

Por fim, foram desenvolvidas rotas adequadas a cada um dos setores resultantes da aplicação de todos os processos de setorização. Este desenvolvimento prende-se com a resposta a um problema de TSP, respondido aqui com recurso a um algoritmo genético.

## VI. CONCLUSÃO

O trabalho desenvolvido no âmbito desta dissertação tinha como objetivo o desenvolvimento de uma abordagem heurística, flexível e adaptável, para problemas de Setorização Multi-Critério. A este objetivo acrescenta-se o propósito de tentar minimizar todos os recursos computacionais necessários à implementação e aplicação da heurística desenvolvida.

Uma abordagem ao problema a decorrer no futuro poderá passar pela integração de outra meta-heurística associada ao processo de otimização apresentado e implementado nesta dissertação.

## AGRADECIMENTOS

Agora chegado ao fim deste período académico de gostaria de começar por agradecer às duas pessoas que mais me apoiaram e motivaram durante a realização de todo o curso, aos meus pais.

De seguida gostaria de deixar uma palavra de agradecimento aos meus orientadores, ao Professor José Soeiro Ferreira e à Professora Ana Maria Rodrigues, por todo o suporte, apoio e ensino durante a realização desta dissertação.

Por fim, gostaria de deixar uma última palavra especial aos meus amigos que estão sempre presentes em todas as ocasiões especiais, nos bons e nos maus momentos. Nunca esquecendo o grande grupo de onze, que valem por muitos mais, *Toretos*.

## REFERÊNCIAS

- [1] L. Muijldermans, D. Cattrysse, D. V. Oudheusden, and T. Lotan, "Districting for salt spreading operations," *European Journal of Operational Research*, vol. 139, no. 3, pp. 521–532, jun 2002.
- [2] F. Ricca, A. Scozzari, and B. Simeone, "Political districting: from classical models to recent approaches," *Annals of Operations Research*, vol. 204, no. 1, pp. 271–299, jan 2013.
- [3] J. A. Ferland and G. Guénette, "Decision support system for the school districting problem," *Operations Research*, vol. 38, no. 1, pp. 15–21, feb 1990.
- [4] S. J. DAmico, S.-J. Wang, R. Batta, and C. M. Rump, "A simulated annealing approach to police district design," *Computers & Operations Research*, vol. 29, no. 6, pp. 667–684, may 2002.
- [5] M. Jünger, G. Reinelt, and G. Rinaldi, "Chapter 4 the traveling salesman problem," *Handbooks in Operations Research and Management Science*, vol. 7, pp. 225 – 330, 1995, network Models.
- [6] A. M. Rodrigues and J. S. Ferreira, "Measures in sectorization problems," in *Studies in Big Data*. Springer Nature, 2015, pp. 203–211.
- [7] E. W. Dijkstra, "A note on two problems in connexion with graphs," *Numerische Mathematik*, vol. 1, no. 1, pp. 269–271, dec 1959.