NOMBRE: Jorge De Goyeneche PUNTAJE: 6 / 6

SECCIÓN / N° LISTA: 1/42

Que grande dios Jaeger, soy fiel seguidor

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1'2022

Interrogación 1

Pregunta 1

$$\exists x.\,(\alpha \vee \beta) \equiv (\exists x.\alpha) \vee (\exists x.\beta)$$

$(\rightarrow)$

Asumimos que

$\exists x.(\alpha(x) \vee \beta(x))$ se cumple

$\Rightarrow$ Existe un a tal que $\alpha(a) \vee \beta(a) = 1$

$\Rightarrow$ (SPDG) tenemos que $\alpha(a) = 1$ para un caso

$\Rightarrow$ Como existe un a, $\exists x.\alpha(x)$

$\Rightarrow$ Retomando el segundo termino, $(\exists x.\alpha(x)) \vee (\exists x.\beta)$ ya que existe el caso en que "a" haga verdadero $\alpha(x)$ y aquel caso donde "a" haga verdadero $\beta(x)$, por lo que el conectivo de disyunción permanece entre ellos para abarcar las posibilidades y por disyuncion no se ve afectado el valor de verdad

♣

$(\leftarrow)$

Asumimos que

$$(\exists x.\alpha(x)) \vee (\exists x.\beta(x)) = 1$$

Supongamos un caso tq

$$\exists x.\alpha(x) = 1 \qquad (\text{SPDG})$$

Es decir existe "a" tq

$$\alpha(a) = 1$$

Por propiedades de disyuncion tenemos que

$$\alpha(a) \vee \beta(a) = 1$$

Ya que $\beta(a)$ puede ser positivo o negativo y el valor de verdad se mantiene

Por lo tanto

$$\exists x.(\alpha(x) \vee \beta(x)).$$

Para el caso contrario (β) es lo mismo.

Bien

NOMBRE: Jorge de Goyeneche PUNTAJE: 4,1 /

SECCIÓN / N° LISTA: 1 /42

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1'2022

Interrogación 1

Pregunta 2

1)

Separacion de terminos

$\forall x. \exists y. \exists z.$

Para todo numero "x" existe un "y" tal que existe un "z" tal que

$\neg(\forall v. \neg(x=v) \rightarrow L(x,v))$

No se cumple que para todo numero "v", este sea distinto de "x" y entonces "x" sea menor a "v"

$\wedge \neg(\forall v. \neg(y=v) \rightarrow L(y,v))$

Y tampoco se cumple que para todo numero "v", este sea distinto de "y" y entonces "y" sea menor a "v"

$\wedge \exists r. \exists s. M(r,r,y) \wedge M(s,s,z) \wedge S(y,z,x)$

y se cumple que existe un "r" y "s" tal que "r" multiplicado por "r" es igual a "y" y "s" multiplicado por "s" es igual a "z" y "y" mas "z" es igual a "x"

X es la suma de cuadrados de r y s

$x=0$
$y=y$
$z=z$

$y=r^2 \quad z=s^2$

$y+z=0$

$y=r^2 \quad z=s^2$

$x=r^2+s^2 \rightarrow$ x suma de cuadrados

Falsa

$x=0$
$y=r^2$
$z=s^2$

$y+z=0$
$\downarrow$
$y=0 \wedge z=0$
$\downarrow$
$r=0 \wedge s=0$

$\neg(\forall u.\neg(x=u) \rightarrow x<u$

$\forall u.\neg(x=u) \rightarrow x<u$

$0 \rightarrow x=u \quad 1 \rightarrow 0$ $\neg(u+1=u)$ $1 \rightarrow u+1<u$

$\neg 0 = 1$
$\neg 0$
$1 \rightarrow 0<1$ V

$x=1$
$\neg(1=0)$
$\neg 0$
$1 \rightarrow 1<0$ X

Es falsa + 0,5

Para $x=0$, la primera expresion $\neg(\forall u.\neg(x=u) \rightarrow L(x,u))$

Voy a tener los siguientes casos:

1) $x=0$, $u=0$ donde $\neg(0=0)=0$ por ende no necesariamente $0<0$ V

2) $x=0$, $u>0$ donde $\neg(0=u)=1$ para todo $u>0$ y entonces $0<u$, lo cual tambien se cumple para todo $u>0$. V

Como la expresion $\forall u.\neg(x=u) \rightarrow L(x,u)$ es verdadera, la negacion de esto se vuelve negativa y en los conjunciones de la formula todos son anuladas y el $\forall x$ retorna un valor de falso ya que para 0 no se cumple.

* Bien demostrado + 1,2

Además x debe ser suma de cuadrados perfectos, lo que tampoco se cumplirá para todo x.

+ 1

— Faltó mencionar que $x \neq 0$ e $y \neq 0$

2,7/3

$3 \cdot x = 9$ $\quad \frac{9}{3}$ $\quad \frac{2}{1} = 2 \cdot 1$

$j \neq k \neq z \wedge \neq 1 \neq m$

$\exists m. \quad m / j, k, z$

$L(n,m) \quad M(m,x,j) \wedge M(m,y,k) \wedge M(m,z,p)$

2.)

$$\Omega := \forall n. \exists m. (\exists j. \exists k. \exists p. (n < m) \wedge (m \times x = j) \wedge (m \times y = k) \wedge (m \times z = p) \wedge \neg((j=k) \vee (k=p) \vee (j=p) \vee (j=1) \vee (k=1) \vee (p=1) \vee (j=m) \vee (k=m) \vee (p=m))$$

$$\left[\Omega := \overbrace{\forall n. \exists m. L(n,m)}^{+0{,}3} \wedge \exists j. \exists k. \exists p. (\neg(\underbrace{((j=k) \vee (k=p) \vee (j=p)}_{+0{,}5} \vee \underbrace{(j=m) \vee (k=m) \vee (p=m)}_{+0{,}3}) \vee \underbrace{(j=1) \vee (k=1) \vee (p=1))}_{\times} \wedge \underbrace{\exists x. \exists y. \exists z. (M(m,x,j) \wedge M(m,y,k) \wedge M(m,z,p)))}_{\times}\right]$$

Tenemos $n < m$

Divisible por 3 numeros con multiplicadores distintos o no

$m \cdot x = j \quad \wedge$
$m \cdot y = k \quad j \neq k \neq p \neq 1 \neq m$
$m \cdot z = p$

La idea era formarlos así:
$x \cdot j = m$
$y \cdot k = m$
$\vdots$

Para todo n Existirá un numero tal que es mayor que este y es divisible por j, k y p todos numeros distintos, para verificar su divisibilidad se multiplica por numeros que pueden ser distintos o no y j, k y p deben ser distintos a $1 \in \mathbb{N}_0$ y a m, lo que queda englobado en un $\neg(\vee)$. $+ 0{,}3$ por explicacion

- El numero "1" no lo podias definir directamente, tiene que ser mediante alguna formula
- Se pedian tres divisores distintos para m, es decir,
  $M(x, j_1, m) \wedge M(y, j_2, m) \wedge M(z, j_3, m)$

con [firma]

1,4/3

NOMBRE: Jorge de Goyeneche

PUNTAJE: 3,5 / 6

SECCIÓN / N° LISTA: 1 / 42

$\frac{9}{3}$ · $3 \cdot n = 9$

P3.a 6/6

P3.b 1/6

$\{p, p \to q, q, q \to r\} \models r$

$\{p, p \to q, q \to r\} \models q$

$\{p, p \to q, q \to r\} \models r$

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1'2022

Interrogación 1

$\Sigma \setminus \{\alpha\} \models \alpha$

$\{p, p \to q, q\} \models (p \wedge q)$

$\{p, p \to q\} \models q$

$\{p, p \to q\} \models (p \wedge q)$

Pregunta 3

a) Sea Σ redundante y $\alpha \in \Sigma$ tq $\Sigma \setminus \{\alpha\} \models \alpha$

Demuestre $\forall \beta \Rightarrow \Sigma \models \beta \Leftrightarrow \Sigma \setminus \{\alpha\} \models \beta$

$(\rightarrow)$

$\Sigma = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n, \alpha\} \models \beta$

Suponemos que se cumple que $\bigwedge_{i=1}^{n+1} \alpha_i (v_1, \ldots, v_n) = 1$ para una valuación $v_1, \ldots, v_n$ cualquiera

y $\Sigma \models \beta$

Si extraemos alfa tq

$\Sigma \setminus \{\alpha\} \models \alpha$

Como α es consecuencia lógica del subconjunto de Σ se seguirá cumpliendo que $\bigwedge_{i=1}^{n} \alpha_i (v_1, \ldots, v_n) = 1$ para las valuaciones que satisfacían la consecuencia lógica y por lo tanto

$\Sigma \setminus \{\alpha\} \models \beta$

3/3

$(\leftarrow)$

Asumimos que

$$\Sigma \setminus \{\alpha\} \models \beta$$

y sabemos que

$$\Sigma \setminus \{\alpha\} \models \alpha$$

Por lo tanto siempre que se cumpla que $\bigwedge_{i=1}^{n} \alpha_i(v_1,\ldots,v_n) = 1$ para $v_1,\ldots,v_n$ una valuacion cualquiera α valdrá 1 y al introducirlo al conjunto no cambiaré su validez donde veremos dos casos

1.- $\left(\bigwedge_{i=1}^{n} \alpha_i(v_1,\ldots,v_n)\right) = 0$

Donde, por trivialidad $\Sigma \models \beta$ es verdadero ya que no se puede predecir su comportamiento. V

2.- $\left(\bigwedge_{i=1}^{n} \alpha_i(v_1,\ldots,v_n)\right) = 1$

Donde, como ya vimos, α es consecuencia lógica del conjunto y tiene valor 1 y por ende $\Sigma \models \beta$ es verdadero ya que siempre que $\Sigma \setminus \{\alpha\}$ lo sea $\{\alpha\}$ y $\Sigma \setminus \{\alpha\} \cup \{\alpha\}$ lo será V

3/3

r
1
0 $\{p,q,r\}$

$\diamond$

b) Σ = No redundante $\longrightarrow$ $\forall \alpha \in \Sigma . \exists \beta . \Sigma \vdash \beta \wedge \Sigma \setminus \{\alpha\} \nvdash \beta$

$\Sigma \setminus \{\alpha\} \nvDash \alpha \quad \forall \alpha \in \Sigma$

Si el conjunto Σ no es redundante significa que

$$\forall \alpha \in \Sigma . \Sigma \setminus \{\alpha\} \nvDash \alpha$$

Como toda fórmula se puede representar de la forma DNF la cual es

UNA forma DNF no necesariamente es UNA fórmula disyuntiva puesto que puede tener conjunciones de literales

$$\alpha_{DNF} := \alpha_1(x) \vee \alpha_2(x) \vee \dots \vee \alpha_n(x)$$

$x = \{v_1, \dots, v_n\}$ valuación cualquiera

Donde cada $\alpha_i(x)$ adquiere un valor de verdad al ser evaluado en la valuación x

Por lo tanto la formula β que es clausula disyuntiva de la forma

$$\beta = l_1 \vee l_2 \vee \dots \vee l_n$$

Asimilará cada formula α_i dento del conjunto, y como ninguno es redundante, existe una formula β unica que al serla simplificacion de la representacion de la formula α,

$$\alpha_i \equiv \beta_i$$

1,0 / 6

Y por ende:

$$\Sigma \vDash \beta_i \quad y \quad \Sigma \setminus \{\alpha_i\} \nvDash \beta_i$$

Ya que no sera consecuencia logica de su respectivo α_i al extraerlo.

Entregas un β que sigue la idea pedida, pero no es correcto, no demuestras lo pedido

NOMBRE: JORGE DE GOYENECHE

PUNTAJE: /

SECCIÓN / N° LISTA: 1/42

$p_1 \; p_2 \; \dots \; p_n$

α_1

$\vdots$

α_m

p_1	p_2	$p_3 \dots p_n$	α_1
1	0	0 0 0	1
			0
			0

$$\bigvee_{i=1}^{2^n} \left(\bigwedge_{p_i=0} \neg p_i \wedge \bigwedge_{p_i=1} p_i \right)$$

Una vez se pasa el límite
no es posible generar una $\alpha_i \neq \alpha_j$.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1'2022

Interrogación 1

Pregunta 4

1)

1,5