

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2022

# TAREA 5

Publicación: Viernes 3 de junio.

Entrega: Jueves 9 de junio hasta las 23:59 horas.

#### **Indicaciones**

• Debe entregar una solución para cada pregunta (sin importar si esta en blanco).

- Cada solución debe estar escrita en LATEX. No se aceptarán tareas escritas a mano ni en otro sistema de composición de texto.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre y sección.
- Debe entregar una copia digital por el buzón del curso, antes de la fecha/hora de entrega.
- Se penalizará con 1 punto en la nota final de la tarea por cada regla que no se cumpla.
- La tarea es individual.

### Pregunta 1

Sean  $f: \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$  y  $g: \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$  dos funciones cualesquiera. Demuestre o entregue un contraejemplo para las siguientes afirmaciones:

- 1. Si  $f(n) \in \Theta(g(n))$  entonces  $\min\{f(n), g(n)\} \in \Theta(\max\{f(n), g(n)\})$ .
- 2. Si  $f(n) \in O(q(n))$  entonces  $f(n)^{g(n)} \in O(q(n)^{f(n)})$ .

# Pregunta 2

En clases se vio que, dado un alfabeto finito  $\Sigma$ , se puede definir recursivamente el conjunto  $\mathcal{P}_{\Sigma}$  como:

- $\epsilon \in \mathcal{P}_{\Sigma}$ .
- $a \in \mathcal{P}_{\Sigma}$  para todo  $a \in \Sigma$ .
- si  $u \in \mathcal{P}_{\Sigma}$ , entonces  $a \cdot u \cdot a \in \mathcal{P}_{\Sigma}$  para todo  $a \in \Sigma$ .

Por otro lado, para una palabra  $w = a_1 a_2 \cdots a_n \in \Sigma^*$  se define su palabra reversa  $w^R = a_n \cdots a_2 a_1$ .

- 1. Demuestre usando inducción que para toda palabra  $w \in \Sigma^*$ , si  $w \in \mathcal{P}_{\Sigma}$ , entonces  $w = w^R$ .
- 2. Demuestre usando inducción que para toda palabra  $w \in \Sigma^*$ , si  $w = w^R$ , entonces  $w \in \mathcal{P}_{\Sigma}$ .

Recuerde que  $\Sigma^*$  corresponde al conjunto de todas las palabras sobre el alfabeto  $\Sigma$ .

# Evaluación y puntajes de la tarea

Cada **item** de cada pregunta se evaluará con un puntaje de:

- 0 (respuesta incorrecta)
- 2 (con errores importantes)
- 3 (con errores menores)
- 4 (correcta).

Todas las preguntas tienen la misma ponderación en la nota final.