Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2022

TAREA 6

Publicación: Viernes 17 de junio.
Entrega: **Viernes 24 de junio hasta las 23:59 horas**.

Indicaciones

- Debe entregar una solución para cada pregunta (sin importar si esta en blanco).
- Cada solución debe estar escrita en LaTeX. No se aceptarán tareas escritas a mano ni en otro sistema de composición de texto.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre y sección.
- Debe entregar una copia digital por el buzón del curso, antes de la fecha/hora de entrega.
- **Se penalizará con 1 punto en la nota final de la tarea por cada regla que no se cumpla.**
- La tarea es individual.

Pregunta 1

1. Demuestre que si a es un número impar, entonces $a^2 \equiv 1 \pmod 8$.
2. Decimos que dos números $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ son *primos relativos* si, y solo sí $\gcd(a, b) = 1$. Usando la identidad de Bézout, demuestre que si m es primo relativo con m_1, m_2, $\ldots$, m_k, simultáneamente, entonces m es primo relativo con $m_1 \cdot m_2 \cdot \ldots \cdot m_k$.

Pregunta 2

Un homomorfismo desde $G_1 = (V_1, E_1)$ a $G_2 = (V_2, E_2)$ es una función $h : V_1 \to V_2$ tal que si $\{u, v\} \in E_1$, entonces $\{h(u), h(v)\} \in E_2$. Decimos que G_1 es homomorfo a G_2 si existe un homomorfismo desde G_1 a G_2.

1. Demuestre que, para todo grafo $G = (V, E)$, una línea L_n con $n \geq 2$ es homomorfo a G si, y solo si, el conjunto de aristas de G es no vacío, en otras palabras, $E \neq \emptyset$.
2. Demuestre que, para todo grafo $G = (V, E)$, el clique K_n es homomorfo a G si, y solo si, G contiene a K_n como subgrafo isomorfo.

Evaluación y puntajes de la tarea

Cada **item** de cada pregunta se evaluará con un puntaje de:

- 0 (respuesta incorrecta)
- 2 (con errores importantes)
- 3 (con errores menores)
- 4 (correcta).

Todas las preguntas tienen la misma ponderación en la nota final.