



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
 ESCUELA DE INGENIERÍA
 DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1° Semestre 2022

Tarea 2 – Respuesta Pregunta 1

1. *Todo país exporta uno o más minerales con algún vecino si, y solo si, produce al menos un mineral.*

$$\forall x. \exists y. (V(x, y) \wedge E(x, y)) \Leftrightarrow (O(x) \vee P(x) \vee C(x))$$

2. *Existe al menos un país que exporta cobre y litio a todos los países (excluyendo a él mismo) y que además importa oro y plata de algún vecino.*

$$\exists x. (\forall y. (E(x, y) \wedge C(x) \wedge \neg(x = y))) \wedge (\exists z. (V(z, x) \wedge E(z, x) \wedge (O(z) \wedge P(z))))$$

3. *Existe más de un país que produce más de un mineral.*

$$\exists x. \exists y. ((O(x) \wedge P(x)) \vee (P(x) \wedge C(x)) \vee (O(x) \wedge C(x)) \wedge (O(y) \wedge P(y)) \vee (P(y) \wedge C(y)) \vee (O(y) \wedge C(y)) \wedge \neg(x = y))$$

4. *Existe un conjunto de k países que forma un monopolio, esto es, existen k países distintos que:*

- (a) *Cada uno de los k países produce al menos un mineral.*
- (b) *El resto de los países (distinto a los k países) no produce ningún mineral.*
- (c) *Cada país importa mineral solo de estos k países y solo en caso que sea su vecino.*
- (d) *Para todo par de vecinos de un mismo país, ellos no producen el mismo mineral (en otras palabras, no hay competencia).*

$$\exists x_1, \dots, \exists x_k. \bigwedge_{i=1}^k ((O(x_i) \vee P(x_i) \vee C(x_i)) \wedge \bigvee_{j=1}^k (V(x_i, x_j) \Leftrightarrow E(x_j, x_i)) \wedge \bigvee_{l=1}^k (V(x_i, x_l) \wedge V(x_i, x_l) \wedge \neg(x_j = x_l) \wedge (C(x_j) \rightarrow \neg C(x_l)) \wedge (P(x_j) \rightarrow \neg P(x_l)) \wedge (O(x_j) \rightarrow \neg O(x_l)))) \wedge \bigwedge_{n=1}^m \neg(O(x_n) \vee P(x_n) \vee C(x_n))$$

Donde $n \rightarrow m$ representa aquellos países que no se encuentran en el monopolio e $i, j, l \rightarrow k$ los monopolistas