Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2022

TAREA 4

Publicación:	Viernes 13 de mayo.
Entrega:	**Jueves 19 de mayo hasta las 23:59 horas**.

Indicaciones

- Debe entregar una solución para cada pregunta (sin importar si esta en blanco).
- Cada solución debe estar escrita en LaTeX. No se aceptarán tareas escritas a mano ni en otro sistema de composición de texto.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre y sección.
- Debe entregar una copia digital por el buzón del curso, antes de la fecha/hora de entrega.
- **Se penalizará con 1 punto en la nota final de la tarea por cada regla que no se cumpla.**
- La tarea es individual.

Pregunta 1

Sean $f_1 : A \to B$ y $f_2 : B \to C$ dos funciones cualquiera desde los conjuntos A a B y B a C respectivamente, con A, B y C distintos de vacío.

1. Demuestre que si $f_1 \circ f_2$ es sobreyectiva, entonces existe $i \in \{1, 2\}$ tal que f_i es sobreyectiva.
2. Demuestre que si $f_1 \circ f_2$ es inyectiva, entonces existe $i \in \{1, 2\}$ tal que f_i es inyectiva.

Pregunta 2

Sea $n \in \mathbb{N}$. Para $A \subseteq \{0, ..., n\}$, decimos que A es un *intervalo en* $\{0, ..., n\}$ si existen $a, b \in A$ tal que:

$$A = \{c \in \{0, ..., n\} \mid a \leq c \leq b\}$$

y lo denotamos por $[a, b]$. Por otro lado, para $a, b \in \{0, ..., n\}$ definimos el *intervalo absoluto* entre a y b como

$$[\![a, b]\!] := [\text{mín}(\{a, b\}), \text{máx}(\{a, b\})].$$

Sea $S \subseteq \{0, ..., n\}$ un conjunto distinto de vacío. Considere la relación $\sim_S \subseteq \{0, ..., n\} \times \{0, ..., n\}$ tal que para todo $a, b \in \{0, ..., n\}$, $a \sim_S b$ si, y solo si,

$$[\![a, b]\!] \cap S \neq \varnothing \to [\![a, b]\!] \subseteq S.$$

Por ejemplo, tomando $n = 20$, para $S = \{1, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 15\}$ se cumple que $7 \sim_S 5$ y $12 \sim_S 13$ pero $3 \not\sim_S 1$. Demuestre que para un n cualquiera:

1. Para todo $S \subseteq \{0, ..., n\}$, $\sim_S$ es una relación de equivalencia sobre $\{0, ..., n\}$.
2. Para todo $S \subseteq \{0, ..., n\}$ y $c \in \{0, ..., n\}$, la clase de equivalencia $[c]_{\sim_S}$ es un intervalo en $\{0, ..., n\}$.

Evaluación y puntajes de la tarea

Cada **item** de cada pregunta se evaluará con un puntaje de:

- 0 (respuesta incorrecta)
- 2 (con errores importantes)
- 3 (con errores menores)
- 4 (correcta).

Todas las preguntas tienen la misma ponderación en la nota final.