

Cubos Desdobrados

Jorge Nunes (jorgefranconunes@gmail.com)

Dezembro 2007

Resumo

Neste artigo iremos falar de forma muito introdutória sobre poliomínos e como se relacionam com dobragens de cubos.

1 Introdução

Poliominós são figuras geométricas compostas por quadrados. Cada quadrado é adjacente a um ou mais quadrados pelos lados. O número de quadrados que formam o poliomínó corresponde ao seu grau. O jogo Tetris faz uso de poliomínós. A imagem em baixo mostra o estado do jogo num instante arbitrário. As peças do jogo são poliomínós de grau quatro, ou seja, cada peça é composta por quatro quadrados.



Figura 1: O jogo Tetris.

Note-se que entre os poliomínós do Tetris existem dois pares em que as figuras podem ser obtidas uma da outra através de uma reflexão. As peças B, C e as peças D, E podem ser obtidas uma da outra através de uma reflexão.

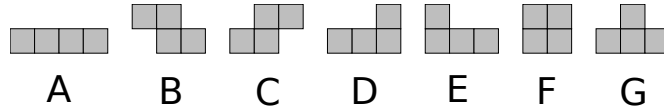


Figura 2: Os poliomínos de grau quatro que correspondem às peças do jogo Tetris.

Existem duas classes comuns de classificação de poliomínos. Poliomínos de lado único e poliomínos de forma livre.

- Poliomínos do lado único — São poliomínos que não podem ser obtidos uns dos outros por qualquer composição de rotações. As figuras do Tetris formam o conjunto dos poliomínos de grau quatro de lado único.
- Poliomínos de forma livre — São poliomínos que não podem ser obtidos uns dos outros por qualquer composição de rotações e reflexões.

2 Geração de Poliomínos

A geração de poliomínos é extremamente simples. Dados os poliomínos de grau $n - 1$ podem obter-se todos os poliomínos de grau n . O procedimento para a obtenção de todos os poliomínos de grau n é pois recursivo. O processo tem início com o único poliomínó de grau 2, formado por dois quadrados.

O procedimento para obtenção dos poliomínos de grau n envolve tratar cada um dos poliomínos de grau $n - 1$ da forma descrita em seguida.

Dado um poliomínó de grau $n - 1$ são gerados poliomínos de grau n adicionando à figura um novo quadrado em cada uma das posições possíveis. Na imagem em baixo está ilustrado este processamento. A figura cinzenta representa o poliomínó original. O quadrado vermelho representa o quadrado que é adicionado à figura original em cada uma das posições possíveis.

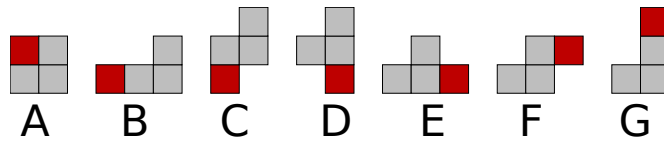


Figura 3: Geração de poliomínos de grau n a partir de um poliomínó de grau $n - 1$.

Para cada um dos poliomínos assim obtidos determina-se se devem ser adicionados à lista de poliomínos de grau n encontrados até ao momento. Para tal verifica-se se o poliomínó pode ser obtido de um dos poliomínos já encontrados. Se estamos a gerar poliomínos de lado único verifica-se se pode ser obtido de rotações. Se estamos a gerar poliomínos de forma livre verifica-se se pode ser obtido por uma composição de rotações e reflexão.

3 Exemplos de Poliomínos

Vamos de seguida apresentar os conjuntos de poliomínos de forma livre até ao grau 7.

3.1 Monominós

Poliominós de grau 1 (monominós) são compostos por um único quadrado. Destes, obviamente, existe apenas um.

3.2 Dominós

Existe também apenas um único poliomínó de grau 2, composto por dois quadrados.

3.3 Trimínós

Poliominós de grau 3 são também designados por trimínós, dos quais existem apenas 2.



Figura 4: Trimínós.

3.4 Tetromínós

Os poliomínos de grau 4 são as peças do jogo Tetris. Existem 5 na forma livre, visíveis na figura seguinte.



Figura 5: Tetromínós.

3.5 Pentominós

Outra designação dos poliomínos de grau 5. Existem 12 deles.

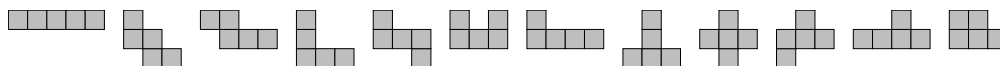


Figura 6: Pentominós

3.6 Hexominós

Existem 35 poliomínos de grau 6 distintos.

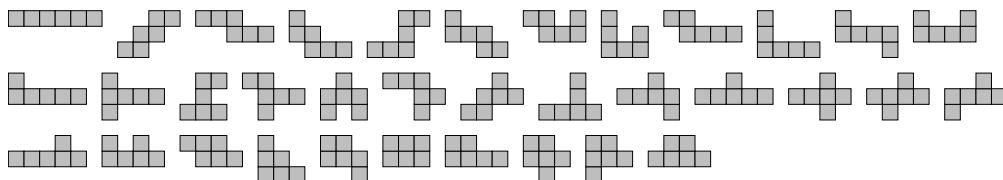


Figura 7: Hexominós.

3.7 Heptominós

Existem 108 poliomínos de grau 7.

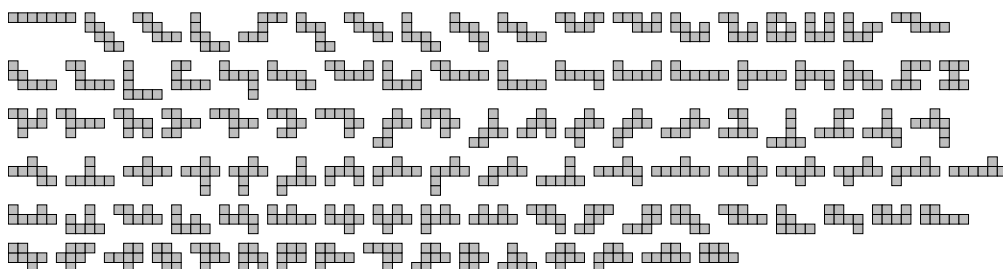


Figura 8: Heptominós.

4 Dobragens de Cubos

Alguns dos poliomínos de grau 6 são dobragens de cubo. Por dobragem de cubo entendemos uma figura que por meio de dobragens apropriadas possa transformar-se num cubo. Cada dobragem individual tem sempre como eixo um lado de um dos quadrados que formam o hexaminó. Não é permitido "rasgar" a figura em qualquer um dos passos das dobragens.

As imagens seguintes ilustram um exemplo da dobragem de um cubo a partir de um hexaminó. Cada imagem corresponde a um passo da sequência de dobragens desde a figura plana inicial (o hexaminó) até chegar ao cubo.

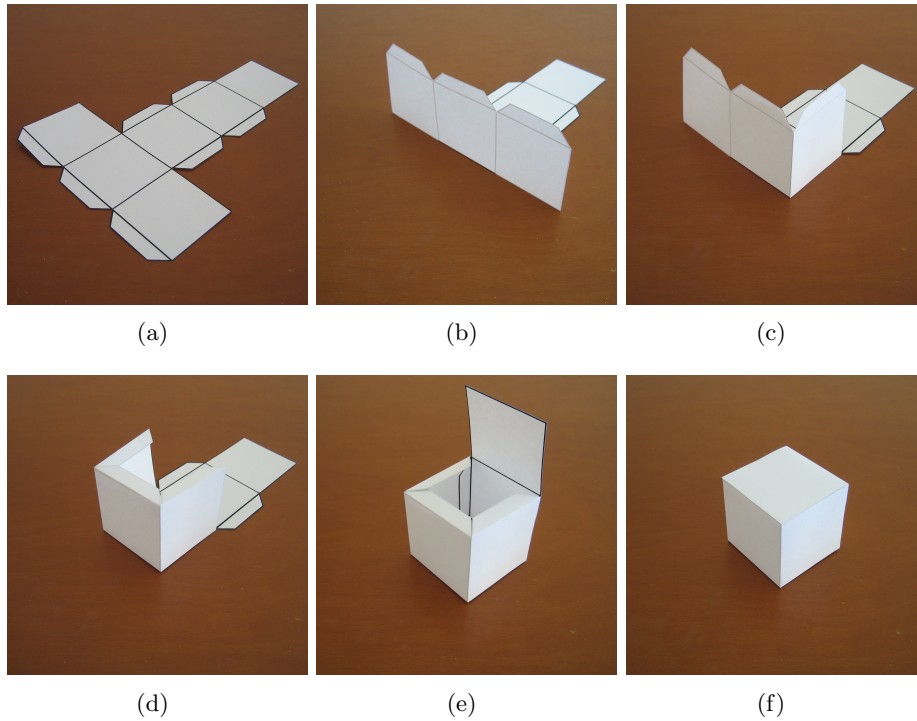


Figura 9: Os passos da dobragem de um cubo a partir de um hexaminó.

Todos os poliomínos de grau 6 de forma livre que correspondem a dobragens de um cubo estão indicados na figura em baixo.

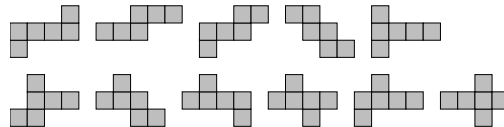


Figura 10: Hexominós que correspondem a dobragens de um cubo.

Estes hexominós foram encontrados inspeccionando visualmente cada um dos 35 hexominós de lado único. A questão que vamos deixar no ar é se existirá algum algoritmo que permita classificar de forma simples um dado hexaminó como sendo, ou não, uma dobragem de cubo. Ou, de forma quase equivalente, qual o algoritmo que permite gerar todos os hexominós que são dobragens de um cubo. Esperamos ter resultados para um artigo futuro.

Referências

- [Wikipedia:Polyomino](#).
- [Nonius nº 16 - Recensões Críticas de Software](#).

Cólofon

As imagens PNG usadas neste artigo com figuras de poliomínós foram geradas com [Inkscape](#) a partir de ficheiros SVG.

Os ficheiros SVG com figuras de poliomínós foram gerados a partir de um programa para geração de poliomínós escrito na linguagem de scripting [Tea](#).