Avanze del proyecto

Análisis y Diseño de Algoritmos(ADA)

jorge.mayna

Junio 2020

repo: https://github.com/jorgemayna/ADA_2020_proyect

1. Introducción

Los 2 arreglos de 1s y 0s que recibimos los guardamos como strings y para hallar sus respectivos bloques usamos el siguiente algoritmo:

```
Bloques(string s, tamaño t)
1: for i = 1 to t
2: if s[i] = '1'
3: first = i;
4: while s[i] = '1'
i++
5: R.push_back(first, i - 1, i - first+1)
6: return R
```

El algoritmo no solo te retorna cada bloque sino que también su tamaño lo que sera usado posteriormente. Los bloques son guardados en los arreglos A[n] y B[m].

2. Algoritmo voraz

Para el algoritmo voraz se optó por el acercamiento mas sencillo, por lo cual no retorna un matching con peso mínimo, pero si retorna un matching valido. Para facilitar las cosas asumiremos que la longitud de A[n] es mayor que la de B[m](En el código en c++ si se valida esto) y que cuando usemos la notación A[i] nos estamos refiriendo al modulo del bloque i en vez de al bloque en si mismo.

```
GREEDY(Bloques A, Bloques B) cost times

1: cont = 0 c_1 1

2: for i = 1 to B.size c_2 m+1

3: matching.push\_back(i,i) c_3 m
```

```
4: \operatorname{cont} = \operatorname{cont} + \operatorname{A[i]} / \operatorname{B[i]} c_4 m
5: \operatorname{for} i = B.\operatorname{size} + 1 to A.\operatorname{size} c_5 n - m + 1
6: \operatorname{matching.push\_back(i,B.size)} c_6 n - m
7: \operatorname{cont} = \operatorname{cont} + \operatorname{A[i]} / \operatorname{B[B.size]} c_7 n - m
8: \operatorname{return} (\operatorname{matching,cont})
```

En el algoritmo anterior simplemente se separo las operaciones en 2 ciclos "for" para evitar comprobaciones innecesarias usando solo 1.

Sea T(n) el tiempo de ejecución con el tamaño de A como n:

$$T(n) = c_1 + c_2(m+1) + c_3(m) + c_4(m) + c_5(n-m+1) + c_6(n-m) + c_7(n-m)$$

$$T(n) = n(c_5 + c_6 + c_7) + m(c_2 + c_3 + c_4 - c_5 - c_6 - c_7) + c_1 + c_2 + c_5$$

Si le despreciamos las diferencias entre constantes:

$$T(n) = n(3c) + 3c = O(n)$$

3. Recurrencia

Siendo A[n] y B[m] los vectores con los bloques de los 2 arrays de 1s y 0s originales, usaremos la notación A[i] para referirnos al modulo del bloque i en vez de al bloque en si mismo.

NOTA: Para mejor entendimiento separaremos las partes para evitar aglomeración.

$$UNO = Min_{z=1}^{z=j-2}(OPT(i-1,z) + A[i] / \sum_{x=z+1}^{x=j} B[x])$$

$$DOS = OPT(i-1,j-1) + A[i] / B[j]$$

$$TRES = Min_{z=1}^{z=i-2}(OPT(z,j-1) + (\sum_{x=z+1}^{x=j} A[x]) / B[j])$$

$$OPT(i,j) = \begin{cases} A[i] / \sum_{z=1}^{z=j} B[z] & i = 1\\ (\sum_{z=1}^{z=i} A[z]) / B[j] & j = 1\\ Min(UNO, DOS, TRES) & i > 1 \text{ and } j > 1 \end{cases}$$

4. Algoritmo recursivo

Para resolver el problema de manera recursiva se optó por el siguiente algoritmo:

```
\begin{aligned} & \text{OPT}(i,j) \\ & 1: \ \textbf{if} \ i = 0 \\ & 2: \quad \text{cont} = \text{SUM}(\text{B[i]}, \ 1 \leq i \leq j) \\ & 3: \quad \textbf{Return} \ \text{A[i]/cont} \\ & 4: \ \textbf{if} \ j = 0 \end{aligned} \qquad . \qquad .
```

```
cont = SUM(A[i], 1 \le i \le i)
 5:
 6:
      Return cont/[i]
 7: uno = INF
 8: for z = 1 to j - 1
      cont = SUM(B[x], z+1 \leq x \leq j)
      temp = OPT(i - 1, z) + A[i] / cont
10:
11:
      if temp < uno
12:
        uno = temp
13: dos = INF
14: for z = 1 to i - 2
      cont = SUM(A[x], z+1 \le x \le i)
15:
      temp = OPT(z, j - 1) + cont / B[j]
16:
17:
      if temp < dos
18:
        dos = temp
19: if uno<dos
      Return uno
20:
21: Return dos
```

En el algoritmo se han juntado las parte ünoz "dos", presentadas en la recurrencia, en ünoz la parte "tres. en una parte "dos". Además, se esta suponiendo que el tamaño de A[] es mayor que el tamaño de B[] y que un bloque cualquiera se puede dividir infinitamente. Todas estas consideraciones son resueltas en el código en c++. También se ha suprimido del pseudocódigo las partes del código que se encargaban de guardar el matching en si mismo.

5. Algoritmo memoizado

Para realizar el memoizado lo único que se agrego fue una matriz nxm que guardaba los OPT ya calculados para usarlos posteriormente si se necesitaba.

```
OPT_M(i, j)
 1: if i = 0
      cont = SUM(B[i], 1 \le i \le j)
 2:
      memo[i][j] = A[i]/cont
 3:
      Return A[i]/cont
 4:
 5: if j = 0
      cont = SUM(A[i], 1 \le i \le i)
 6:
      memo[i][j] = cont/[j]
 7:
      Return cont/[j]
 8:
 9:
10: uno = INF
11: for z = 1 to j - 1
      cont = SUM(B[x], z+1 \leq x \leq j)
12:
13:
      if memo[i-1][z] existe
        opt = memo[i-1][z]
14:
      else
        opt = OPT_m(i-1,z)
```

```
temp = opt + A[i] / cont
15:
     if temp < uno
16:
17:
        uno = temp
18:
19: dos = INF
20: for z = 1 to i - 2
     cont = SUM(A[x], z+1 \le x \le i)
21:
     if memo[z][j-1] existe
22:
        opt = memo[z][j-1]
     else
23:
        opt = OPT_m(z, j - 1)
     temp = opt + cont / B[j]
24:
     if temp < dos
25:
        dos = temp
26:
27: if uno<dos
     memo[i][j] = uno
28:
     Return uno
29:
30: else
     memo[i][j] = dos
31:
     Return dos
32:
```

6. Algoritmo programación dinámica

Para el algoritmo de programación dinámica se tuvo que adaptar unas pocas cosas para que ya no funcione de manera recursiva.

```
P_DINÁMICA(BloquesA, BLoquesB)
                                                                                times
                                                                      cost
 1: for i = 1 to A.size
       cont = SUM(A[z], 1 \le z \le i)
       optimos[i][0] = cont / B[0]
 3:
 4: for i = 1 to B.size
       cont = SUM(B[z], 1 \le z \le i)
       optimos[0][i] = A[0] / cont
 6:
 7:
 8: for j = 2 to B.size
       for i = 2 to A.size
 9:
         uno = INF
10:
11:
         for z = 1 to j - 1
            cont = SUM(B[x], z+1 \leq x \leq j)
12:
            \mathrm{temp} = \mathrm{optimos}[i-1][\mathbf{z}] \, + \, \mathbf{A[i]} \, / \, \mathrm{cont}
13:
            if temp < uno
14:
               uno = temp
15:
         dos = INF
16:
         for z = 1 to i - 2
17:
            cont = SUM(A[x], z+1 \le x \le i)
18:
```

```
\begin{array}{lll} 19: & \operatorname{temp} = \operatorname{optimos}[\mathbf{z}][j-1] + \operatorname{cont} / \ \mathbf{B}[\mathbf{j}] \\ 20: & \mathbf{if} \ \operatorname{temp} < \operatorname{dos} \\ 21: & \operatorname{dos} = \operatorname{temp} \\ 22: & \mathbf{if} \ \operatorname{uno} \leq \operatorname{dos} \\ 23: & \operatorname{optimos}[\mathbf{i}][\mathbf{j}] = \operatorname{uno} \\ 24: & \mathbf{else} \\ 25: & \operatorname{optimos}[\mathbf{i}][\mathbf{j}] = \operatorname{dos} \\ 26: & \mathbf{Return} \ \operatorname{optimos}[\mathbf{A}.\operatorname{size}][\mathbf{B}.\operatorname{size}] \end{array}
```