Instituto Politécnico Nacional
Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Análisis de señales y sistemas
Evaluación (EE07)
Entrega: 6/diciembre/2018
Tiempo:

Nombre: ______________________
____
Grupo: _______
Dr. Rafael Martínez Martínez

Este examen consta de 14 páginas (incluyendo esta portada) y 7 problemas. Verifique si falta alguna página. Escriba los datos solicitados en la parte superior y escriba sus iniciales en la parte superior de cada hoja por si llegarán a separarse las hojas.

Se requiere que muestre el trabajo realizado en cada problema de este examen. Las siguientes normas se aplicarán:

- **Cada problema/ejercicio debe tener** procedimiento ordenado y completo que justifique adecuadamente la respuesta anotada.
- **Si falta el procedimiento** o este no justifica la respuesta anotada entonces el problema vale 0 puntos aunque la respuesta sea correcta.
- **Un examen sucio y/o en desorden** puede provocar 10 puntos menos en la calificación del examen.
- Cualquier **intento de fraude**, por ejemplo compartir o copiar soluciones, amerita un reporte en subdirección académica y la cancelación inmediata de la evalaución.

No escriba en la tabla de la derecha.

Problema	Puntos	Calificación
1	10	
2	10	
3	10	
4	20	
5	20	
6	20	
7	10	
Total:	100	

1. $\boxed{\text{10 puntos}}$

> La relación entre la entrada $x(t)$ y la salida $y(t)$ de un sistema es
>
> $$y(t) = x(sen(t))$$
>
> a) ¿El sistema es causal?
>
> b) ¿El sistema es lineal?

2. $\boxed{\text{10 puntos}}$

La relación entre la entrada $x(t)$ y la salida $y(t)$ de un sistema es

$$y(t) = ax(bt + c) + d$$

con a, b, c, d, números reales, discuta los valores de estas constantes y las consecuencias para

a) Memoria

b) Causalidad

c) Linealidad

d) Invarianza en tiempo

3. 10 puntos

> Un sistema modelado con la ecuación diferencial de segundo orden presenta la siguiente respuesta a estado cero
>
> $$y(t) = u(t) - e^{-at}cos(\omega t)u(t) \quad a, \omega \in \mathbb{R}$$
>
> cuando la entrada es un escalón unitario (u(t)). Muestra que la respuesta al impulso es
>
> $$y(t) = ae^{-at}cos(\omega t)u(t) + \omega e^{-at}sen(\omega t)u(t) \quad a, \omega \in \mathbb{R}$$

4. 20 puntos

Sea el siguiente sistema de segundo orden

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = \omega_n^2 f(t)$$

considere que las condiciones iniciales son nulas, determine la respuesta al escalón cuando:

a) $0 < \zeta < 1, \ \ \omega_n^2 > 0$

b) $\zeta = 1, \ \ \omega_n^2 > 0$

c) $\zeta > 1, \ \ \omega_n^2 > 0$

Nota: Las consideraciones de cada inciso ayudan a saber como factorizar la ecuación característica para saber como proponer las fracciones parciales
Con las fórmulas anteriores resuelva las siguientes sistemas con condiciones iniciales (por la izquierda) cero y entrada un escalón, realiza las gráficas de la respuesta.

$$a) \ \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 4f(t)$$

$$b) \ \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 4f(t)$$

$$c) \ \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 4f(t)$$

Aprovecha que los sistemas son LTI para encontrar la solución con condiciones iniciales (por la izquierda) cero y entrada un escalón, para:

$$a) \ \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = f(t)$$

$$b) \ \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = -2f(t)$$

$$c) \ \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 10f(t)$$

realiza las gráficas de la respuesta.

5. 20 puntos

La deflexión estática $y(t)$ en una viga rectilínea uniforme de longitud L que soporta una carga $w(x)$ por unidad de longitud, se obtiene a partir de la ecuación diferencial de cuarto orden

$$EI\frac{d^4y}{dx^4} = w(x), \tag{1}$$

en donde E es el módulo de elasticidad del material e I es el momento de inercia de una sección transversal de la viga. Para una viga en voladizo (o cantilíver) empotrada en su extremo izquierdo ($x = 0$) y libre en su extremo derecho ($x = L$), se tiene que $y(x)$ debe satisfacer

$$y(0) = 0,\ y'(0) = 0,\ y''(L) = 0,\ y'''(L) = 0. \tag{2}$$

Las dos primeras condiciones expresan que la deflexión y la pendiente son cero en $x = 0$, y las dos últimas dicen que el momento flexionante y la fuerza cortante son cero en $x = L$. Use la transformada de Laplace para resolver (1), sujeta a la condición (2), cuando una carga constante w_0 se distribuye uniformemente a lo largo de la viga, es decir, cuando $w(x) = w_0,\ 0 < x < L$. Véase la Figura 1. [*Sugerencia*: Haga $c_1 = y''(0)$ y $c_2 = y'''(0)$. Use las condiciones en $x = L$ para evaluar c_1 y c_2.]

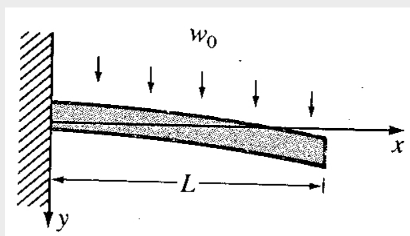

Figura 1: Viga en voladizo

6. $\boxed{\text{20 puntos}}$

Resuelve lo siguiente

a) Encuentra la transformada inversa de Laplace de la siguiente expresión, el término cuadrático es irreducible

$$\frac{As+B}{(s^2+bs+c)^2}$$

Nota: Recuerda el teorema de convolución para la transformada de Laplace

b) Encuentra al respuesta al escalón para el siguiente sistema con condiciones iniciales cero (por la izquierda)

$$\frac{d^4y(t)}{dt^4}+2\frac{d^3y(t)}{dt^3}+3\frac{d^2y(t)}{dt^2}+2\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=f(t)$$

Nota: revisa la expansión de $(s^2+s+1)^2$

7. 10 puntos

Considere un sistema LTI y una señal

$$x(t) = 2e^{-3t}u(t-1)$$

Cuando $x(t)$ es la entrada se sabe que la salida es $y(t)$, es decir $x(t) \to y(t)$. Cuando la entrada es $\dot{x}(t)$ la salida es $-3y(t)+e^{-2t}u(t)$, es decir $\dot{x}(t) \to -3y(t)+e^{-2t}u(t)$. Determina la respuesta al impulso