PR14 Montiel Cruz Jorge de Jesús

7.8 use la propiedad de convolución en el tiempo para probar que

$$x(t) * \delta(t) = x(t)$$

La propiedad.

$$x_1(t) \Leftrightarrow X_1(\omega) \quad \& \quad x_2(t) \Leftrightarrow X_2(\omega)$$

$$x_1(t) * x_2(t) \Leftrightarrow X_1(\omega) X_2(\omega)$$

sabemos que

$$\delta(t) \Leftrightarrow 1.$$

y que $x(t) \Leftrightarrow X(\omega)$

así pues

$$x(t) * \delta(t) \Leftrightarrow X(\omega) \Leftrightarrow x(t)$$

así pues.

$$x(t) * \delta(t) = x(t)$$

7.9 Use la propiedad de convolución en el tiempo para mostrar que.

$$e^{-at}u(t) * e^{-bt}u(t) = \frac{1}{b-a}\left(e^{-at} - e^{-bt}\right)u(t)$$

Por la propiedad.

$$e^{-at}u(t) * e^{-bt}u(t) \Longleftrightarrow \frac{1}{a+j\omega} \cdot \frac{1}{b+j\omega}.$$

entonces, por la misma propiedad

$$\frac{u(t)\left(e^{-at} - e^{-bt}\right)}{b-a} \Longleftrightarrow \frac{1}{b-a}\left(\frac{1}{a+j\omega} - \frac{1}{b+j\omega}\right) = \frac{b-a}{b-a}\left(\frac{1}{(a+j\omega)(b+j\omega)}\right)$$

$$= \frac{1}{a+j\omega} \cdot \frac{1}{b+j\omega}.$$

asi pues.

$$e^{-at}u(t) * e^{-bt}u(t) \Longleftrightarrow \frac{1}{a+j\omega} \cdot \frac{1}{b+j\omega} \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} \frac{1}{b-a}\left(e^{-at} - e^{-bt}\right)u(t)$$

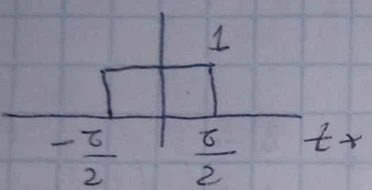
$$e^{-at}u(t) * e^{-bt}u(t) = \frac{1}{b-a}\left(e^{-at} - e^{-bt}\right)u(t)$$

7.10 use la propiedad de diferenciación en el tiempo para encontrar la transformada de ~~de~~ rect $\frac{t}{\tau}$

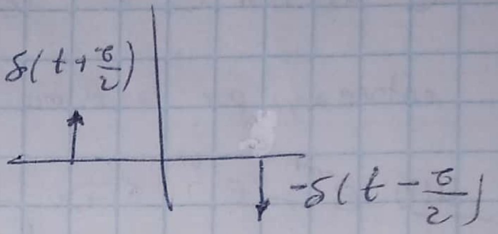
la propiedad.

$$\frac{d^n x}{dt^n} \Longleftrightarrow (jw)^n X(w)$$

tenemos que rect$\left(\frac{t}{\tau}\right)$



así, al derivar.



así pues

$$\frac{dx(t)}{dt} = \delta\left(t+\frac{\tau}{2}\right) - \delta\left(t-\frac{\tau}{2}\right)$$

cuya transformada de Fourier es:

$e^{jw\frac{\tau}{2}} - e^{-jw\frac{\tau}{2}}$ que es igual a $jw\, X(w)$

así pues

$$X(w) = \frac{2j}{jw} \operatorname{sen}\left(w\frac{\tau}{2}\right) = \frac{\tau}{\frac{w\tau}{2}} \operatorname{sen}\left(w\frac{\tau}{2}\right) = \tau \operatorname{sinc}\left(\frac{w\tau}{2}\right)$$

como era de esperarse.