PR10

Montiel Cruz Jorge de Jesús

1. Sea una señal $f(t)$ de periodo T, su descripción en intervalo $(-T/2, T/2)$ es

$$f(t) = ae^{-a|t|}$$

su serie de Fourier en dicho intervalo es

$$S_f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{a^2(1-e^{-a}\cos n\pi)}{a^2+n^2\pi^2} e^{jn\pi t}$$

a) determine T.

b) ¿Cuál es el valor promedio de $f(t)$? realice dos procedimientos. El valor promedio se define como $V_p(f) = \frac{1}{T}\int_{<T_0>} f(t)\,dt$

c) La componente de $f(t)$ en cierta frecuencia se puede expresar como $A\cos(3\pi t)$. Determine el valor de A.

d.) Calcule el la serie de Fourier para la señal $f(t)$ con el dato encontrado en a) y verifique que coincida con la proporcionada

a) de $S_f(t)$ el factor $e^{jn\pi t} = e^{jn\pi t}$

entonces además

$$\pi = \omega = \frac{2\pi}{T_0} \rightarrow T_0 = 2$$

b) $$V_p(f) = \frac{1}{2}\left(\int_{-1}^{0} ae^{at}\,dt + \int_{0}^{1} ae^{-at}\,dt\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(1-e^{-a}\right) + \left(-(-e^{0}+e^{-a})\right)$$

$$= \frac{1}{2}\,2(1-e^{-a}) = 1-e^{-a}$$

conociendo que $f(t)$ es función par.

$$V_p = \frac{2}{2}\int_0^1 ae^{-at}\,dt = -e^{-a}+1 \qquad V_p = 1-e^{-a}$$

Scanned by CamScanner

d.)

si $T_1 = 2$

$$a_0 = V_p = 1 - e^{-a}$$

$$a_n = \frac{2}{2}\int_{-1}^{1} a e^{-a|t|} \cos n\pi t \, dt \quad \text{usando} \int e^{at}\cos wt\, dt = \frac{(a\cos wt + w\cos wt)e^{at}}{a^2+w^2}$$

$$= \int_{-1}^{0} a e^{at}\cos n\pi t\,dt + \int_{0}^{1} a e^{-at}\cos n\pi t\,dt$$

$$= a e^{at}\left(\frac{a\cos n\pi t + n\pi\cos n\pi t}{n^2\pi^2 + a^2}\right)\Bigg|_{-1}^{0} + a e^{-at}\left(\frac{-a\cos n\pi t + n\pi\cos n\pi t}{a^2+n^2\pi^2}\right)\Bigg|_{0}^{1}$$

$$= \frac{a^2}{n^2\pi^2+a^2} - \frac{a^2e^{-a}(-1)^n}{n^2\pi^2+a^2} - \frac{a^2e^{-a}(-1)^n}{a^2+n^2\pi^2} + \frac{a^2}{a^2+n^2\pi^2}$$

$$= \frac{2a^2}{n^2\pi^2+a^2}\left(1 - e^{-a}(-1)^n\right)$$

$$b_n = \frac{2}{2}\int_{-1}^{1} f(t)\,\text{sen}\, n\pi t \quad f(t) = \text{par} \Rightarrow \int_{-1}^{1} f(t)\,\text{sen}\, n\pi t = 0$$

$$b_n = 0$$

así $$S_f(t) = 1 - e^{-a} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2a^2(1 - e^{-a}(-1)^n)}{n^2\pi^2 + a^2}\cos n\pi t$$

que si comparamos con la dada entonces

* $e^{jn\pi t}$ todos los $j\,\text{sen}\, n\pi t$ serán 0

$$S_f(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{a^2(1-e^{-a}\cos n\pi)}{\pi^2n^2+a^2}\cos n\pi t = S_{f_{n=0}} + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a^2(1-e^{-a}\cos n\pi)\cos n\pi t}{a^2+n^2\pi^2}$$

$$S_{f_{n=0}} = 1 - e^{-a}$$

viendo que son iguales

4. Determine.

$S_f(t)$ $T=2$

piera

$$f(t)=\begin{cases} 2 & -\frac{1}{2}<t<\frac{1}{2} \\ 0 & \text{otro cas.} \end{cases}$$

$$D_n=\frac{1}{2}\int_{-1/2}^{1/2} 2e^{-j\omega n t}\,dt=\int_{-1/2}^{1/2} e^{-j\pi n t}\,dt$$

$$=\frac{j}{\pi n}\,e^{-j\pi n t}\Big|_{-1/2}^{1/2}$$

$$=\frac{-j}{\pi n}\left(-e^{-j\frac{\pi n}{2}}+e^{+j\frac{\pi n}{2}}\right)=\frac{-2j^2}{\pi n}\,\operatorname{sen}\frac{\pi n}{2}$$

$$=\frac{2}{\pi n}\,\operatorname{sen}\frac{\pi n}{2}$$

$$S_f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{2}{\pi n}\,\operatorname{sen}\frac{\pi n}{2}\,e^{j\pi n t}$$

Scanned by CamScanner