Instituto Politécnico Nacional
Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Análisis de señales y sistemas.

Tercer examen: Solución de ejercicios

Junio de 2011

Nombre:____Grupo:__________

Instrucciones

a) resuelva todos los problemas

b) debe justificar sus resultados (mostrar el procedimiento)

c) escribir las soluciones de manera ordenada y clara

d) se prohíbe copiar

e) estudiantes que falten al inciso b) y c), el problema respectivo será anulado, alumnos que falten al inciso d), el examen será anulado y se le reportará con las autoridades competentes

---

1. La Figura 1 muestra el espectro trigonométrico de Fourier de una señal $f(t)$

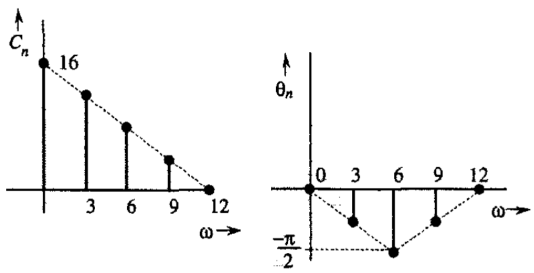

Figura 1: Espectro de Fourier

a) Escribe la serie de Fourier trigonométrica compacta de la señal $f(t)$.

b) Escribe la serie de Fourier exponencial compleja de la señal $f(t)$ a partir de la serie de Fourier trigonométrica compacta.

c) Gráfica el espectro exponencial de Fourier.

2. La serie de Fourier exponencial compleja de una cierta función periódica es dada por

$$f(t) = (2+2j)e^{-3tj} + 2je^{-tj} + 3 - 2je^{tj} + (2-2j)e^{3tj}$$

a) Gráfica el espectro exponencial de Fourier

b) Gráfica el espectro trigonométrico de Fourier.

c) Encuentra la serie de Fourier en forma trigonométrica compacta para este espectro.

3. Encontrar la serie de Fourier para la función $f(t)$ definida por $f(t) = t$ en el intervalo $(-\pi, \pi)$, sabiendo que $f(t+2\pi) = f(t)$, a partir de esto concluya que

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

4. El conjunto de polinomios de Legendre $P_n(t)$ $(n = 0, 1, 2, 3, \ldots)$, forma un conjunto completo de funciones ortogonales sobre el intervalo $(-1, 1)$. estos polinomios están definidos por:

$$P_n(t) = \frac{1}{n!2^n}\frac{d^n}{dt^n}(t^2-1)^n \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Así $P_0(t) = 1$, $P_1(t) = t$, $P_2(t) = \frac{1}{2}(3t^2 - 1)$, $P_3(t) = \frac{1}{2}(5t^3 - 3t)$, etc. Los polinomios de Legendre son ortogonales se puede verificar que:

$$\int_{-1}^{1} P_m(t)P_n(t)\,dt = \begin{cases} \frac{2}{2m+1} & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases}$$

Representa $f(t)$ de la Figura 2 mediante su serie Legendre de Fourier sobre el intervalo $(-1, 1)$. Calcula solo los dos primeros coeficientes no cero de la serie.

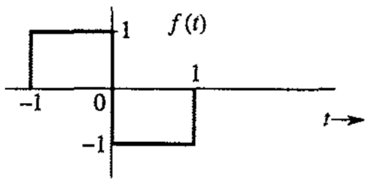

Figura 2: Función f(t)

5. Resuelve lo siguiente

a) Si $F(\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\}$, demostrar que

$$\mathcal{F}\{f(at)e^{\omega_0 tj}\} = \frac{1}{|a|}F\left(\frac{\omega - \omega_0}{a}\right)$$

b) Si $F(\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\}$, demostrar que la transformada de Fourier de $f(t)sen(\omega_0 t)$ es

$$\frac{1}{2j}\left[F(\omega - \omega_0) - F(\omega + \omega_0)\right]$$

c) Utilizar el teorema de convolución para encontrar

$$\mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{1}{(1 + \omega j)(2 + \omega j)}\right\}$$

d) Hallar la transformada de Fourier de

$$f(t) = e^{-a|t|}$$