RCFB03 Montiel Cruz Jorge de Jesús

1.1

una señal $x(t)$ continua en el tiempo se muestra en la siguiente figura; grafique y etiquete cada una de las siguientes señales.

a. $x(t-2)$

b. $x(2t)$

c. $x\left(\frac{t}{2}\right)$

d. $x(-t)$

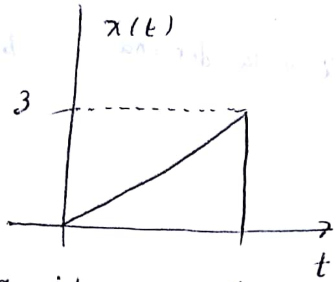
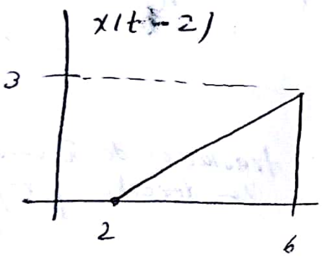
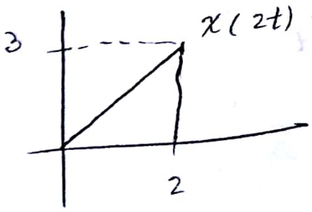


fig. i.1

a. $x(t)$ se traslada a la derecha dos unidades. (altura no se altera)

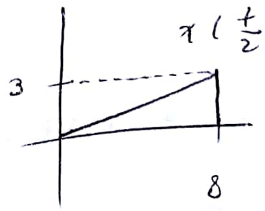


b. $x(t)$ se comprime en 2 unidades
altura no se altera



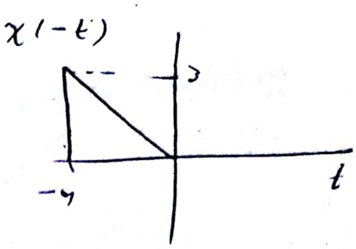
c. $x\left(\frac{t}{2}\right)$

$x(t)$ se alarga 2 unidades
altura no se altera

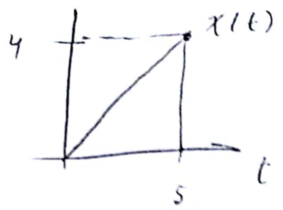


d. $x(-t)$

$x(t)$ se refleja horizontalmente.



1.5 Bosqueje y etiquete las componentes par e impar



(a.)

$x(t) = \frac{4}{5}t \quad 0 \leq t \leq 5$

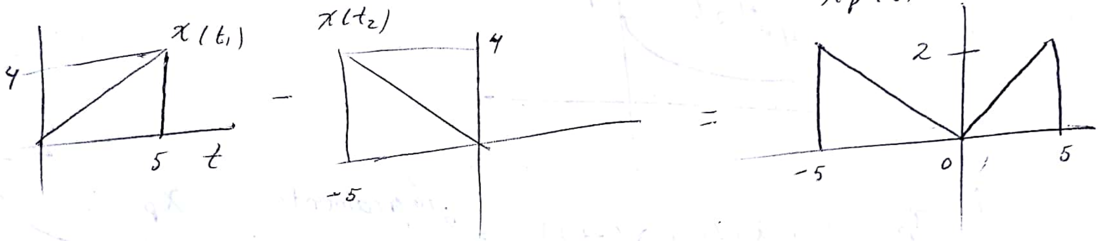
su parte par.

$$x_p(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}t_1 - \frac{4}{5}t_2\right)$$

$0 \leq t_1 \leq 5$ & $-5 \leq t_2 < 0$

así al restarlas.

$x_p(t) = x(t_1) + x(t_2)$



$$x(t_1) = x_1(t) = -\frac{2}{5}t[u(t+5) - u(t)]$$

$$+ \quad x(t_2) = x_2(t) = \frac{2}{5}t[u(t) - u(t-5)]$$

$$-\frac{2}{5}t\,u(t+5) + \frac{2}{5}t\,u(t) + \frac{2}{5}t\,u(t) - \frac{2}{5}t\,u(t-5)$$

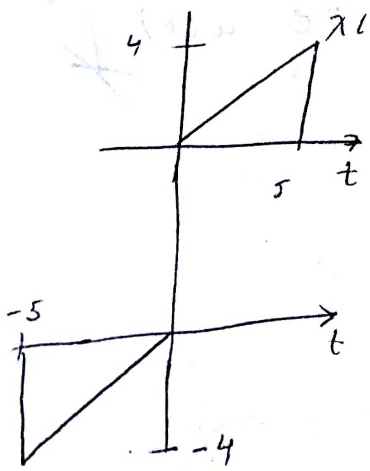
$$= \frac{4}{5}t\,u(t) - \frac{2}{5}t[u(t+5) + u(t-5)]$$

$$x_p = \frac{4}{5}t\,u(t) - \frac{2}{5}t[u(t+5) + u(t-5)]$$

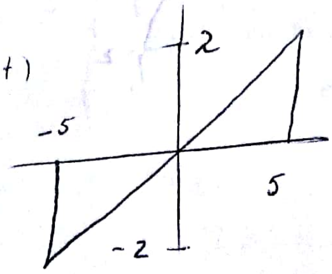
para la parte impar.

$$x_i(t) = \frac{1}{2}(x(t) - x(-t))$$

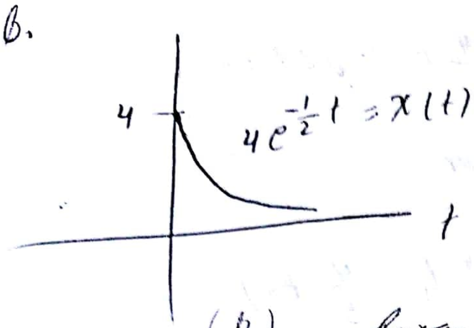
$$x_i(t) = \frac{2}{5}t[u(t+5) - u(t-5)]$$



$\Rightarrow x_i(t)$

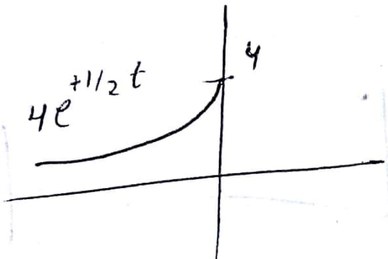


b.

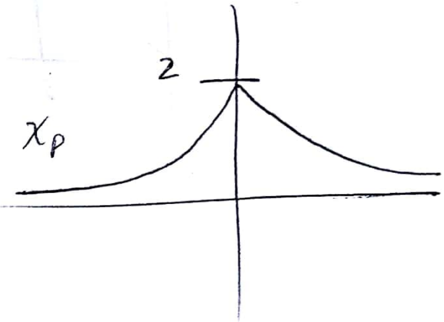


(b) Para parte par.

$x(-t)$



si $x_p = \frac{1}{2}(x(t) + x(-t)) \Rightarrow$ gráficamente

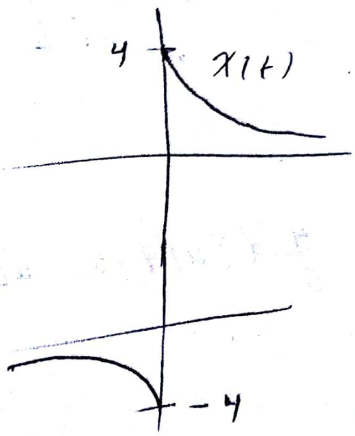


$$x_p = \frac{4}{2}e^{1/2t}[u(-t)] + \frac{4}{2}e^{-1/2t}[u(t)]$$

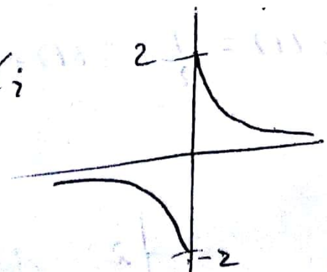
$$x_p = 2\left(e^{1/2t}u(-t) + e^{-1/2t}u(t)\right]$$

Para parte impar.

$$x_i = \frac{1}{2}(x(t) - x(-t))$$



$\Rightarrow$ x_i

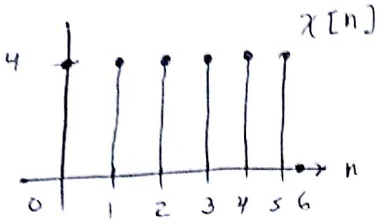


$$x_i(t) = -2e^{\frac{1}{2}t}u(-t) + \ldots$$

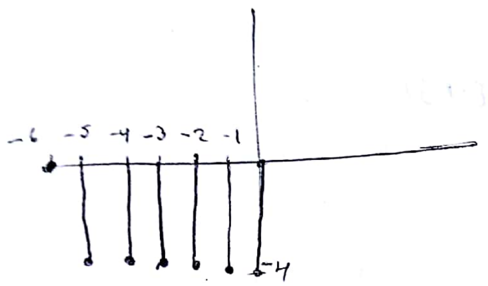
$$+\ldots\ 2e^{-t/2}u(t)$$

Scanned by CamScanner

c.



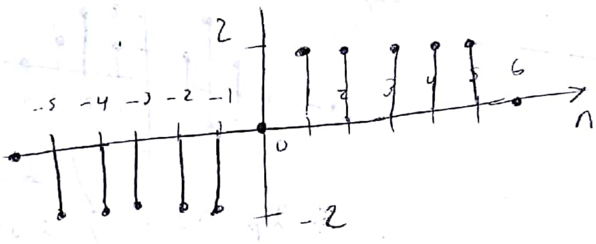
Para impar.



si $x_i = \frac{1}{2}(x[n] - x[-n])$

gráficamente

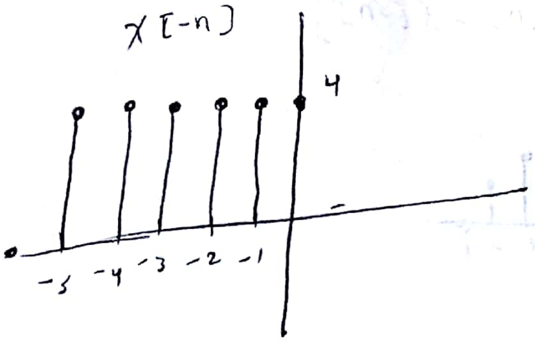
=

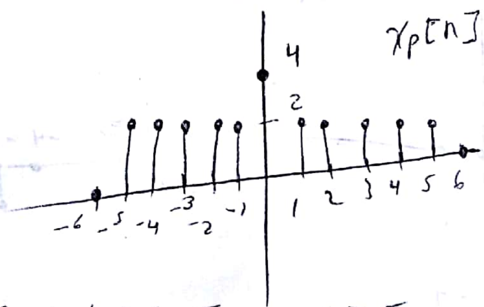


$$x_i[n] = \begin{cases} -2 & \text{si } n = -5,-4,-3,-2,-1 \\ 0 & \text{si } n = 0 \\ 2 & \text{si } n = 1,2,3,4,5 \\ 0 & \text{si otro caso} \end{cases}$$

Para par.

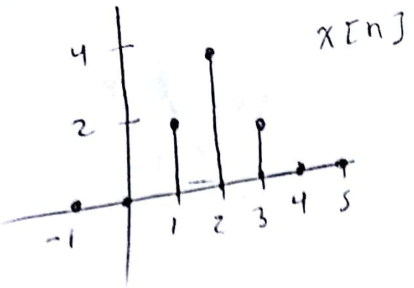
x_p gráficamente $\quad x_p = \frac{1}{2}[x[n] + x[-n]]$





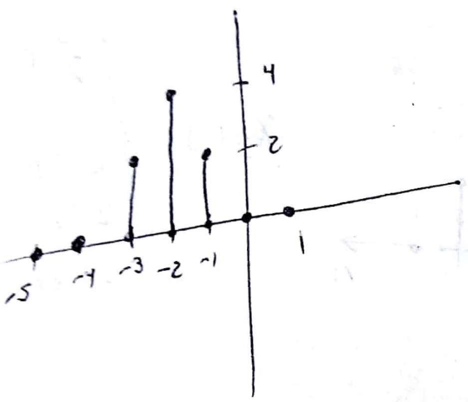
$$x_p = \begin{cases} 0 \text{ si } n < -5 & 0 \; n > 5 \\ 2 \text{ si } -5 \leq n \leq 5 & \text{menos } 0 \\ 4 \text{ si } n = 0 \end{cases}$$

d.

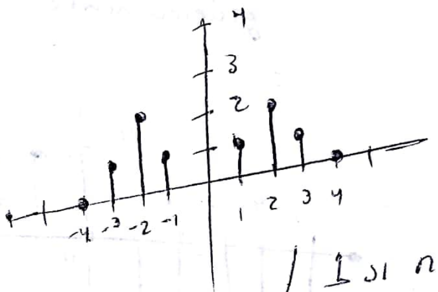


Para parte par.

$$x_p = \frac{1}{2}\left(x[n] + x[-n] \right)$$



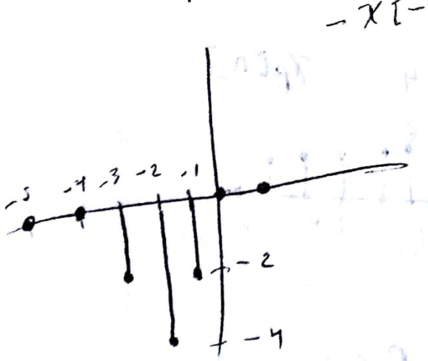
$\Rightarrow$



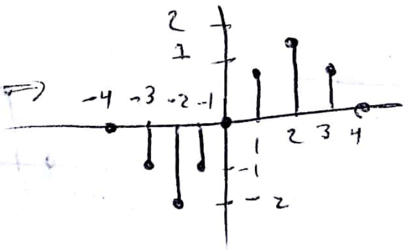
$$x_p[n] = \begin{cases} 1 \text{ si } n = -3, -1, 1, 3 \\ 2 \text{ si } n = -2, 2 \\ 0 \text{ si otro caso} \end{cases}$$

Para parte impar

$$x_i[n] = \frac{1}{2}\left[x[n] - x[-n] \right]$$



$\Rightarrow$



$$x_i[n] = \begin{cases} -1 \text{ si } n = -1, -3 \\ -2 \text{ si } n = -2 \\ 1 \text{ si } n = 1, 3 \\ 2 \text{ si } n = 2 \\ 0 \text{ otro caso} \end{cases}$$

1.6

encuentre las componentes par e impar

de $x(t) = e^{jt}$

$$x_p = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)]$$

$$x_i = \frac{1}{2}[x(t) - x(-t)]$$

Por Euler.

$$x_p = \frac{1}{2}[e^{jt} + e^{-jt}] = \frac{1}{2}[\cos t + \cancel{j\,\text{sen}\,t} + \cos(-t) + \cancel{j\,\text{sen}(-t)}]$$

$$x_i = \frac{1}{2}[e^{jt} - e^{-jt}] = \frac{1}{2}[\cancel{\cos t} + j\,\text{sen}\,t - \cancel{\cos(-t)} - j\,\text{sen}(-t)]$$

$$x_p = \cos t$$

$$x_i = j\,\text{sen}\,t$$

1.9. Muestre que la señal exponencial compleja

$x(t) = e^{j\omega_0 t}$ es periódica y que su periodo es $2\pi/\omega_0$

Sol.

una señal es periodica si

$x(t) = x(t+T)$ si $T > 0$

$\Rightarrow e^{j\omega_0 t} = e^{j\omega_0 (t+T)}$

$e^{j\omega_0 t} = e^{j\omega_0 t} e^{j\omega_0 T} \Rightarrow e^{j\omega_0 T} = 1$

si $\omega_0 = 0$ entonces $x(t) = 1$ valor periódico para cualquier valor de T.

si $\omega_0 \neq 0$ entonces $e^{j\omega_0 T} = 1$ se cumple si $\omega_0 T = 2\pi n$ con $n \in \mathbb{Z}$

puesto que.

$e^{j\omega_0 T} = \cos(\omega_0 T) + j\,\text{sen}(\omega_0 T) = 1$

donde $\text{sen}(\omega_0 T)$ debe ser 0 lo cual se cumple

si $\omega_0 T = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow T = \dfrac{2\pi n}{\omega_0}$ $n \in \mathbb{Z}$ y su periodo fundamental

$T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$

1.10.

Muestre que la señal cosenoidal

$$x(t) = \cos(\omega_0 t + \theta)$$

y que su periodo es $2\pi/\omega_0$

$x(t)$ es periodica si existe una $T > 0$ tal que

$$x(t) = x(t+T)$$

$$\cos(\omega_0 (t) + \theta) = \cos(\omega_0 (t+T) + \theta)$$

$$= \cos(\omega_0 t + \omega_0 T + \theta)$$

dado que la función coseno es par:
si la desplazamos $2\pi n$ unidades hacia cualquier dirección está seguirá siendo igual $(n \in \mathbb{Z})$

así pues.

$$\omega_0 T = 2\pi n.$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi n}{\omega_0} \quad \text{si } n = 1 \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Scanned by CamScanner

1.18. Muestre que si $x(t)$ es periódica con periodo fundamental T_0 entonces la potencia promedio normalizada de $x(t)$ definida por. $P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \|x(t)\|^2 dt$

es igual que la potencia promedio de $x(t)$ sobre un intervalo de longitud T_0

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \|x(t)\|^2 dt = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \|x(t)\|^2 dt$$

dado que $x(t)$ es periódica con $T = T_0$ que también puede ser $T = KT_0$ entonces podemos encontrar su potencia en un intervalo de anchura T_0, por lo que la integral. la reescribimos de la sig. manera

$$\lim_{K \to \infty} \frac{1}{KT_0} K \int_0^{T_0} \|x(t)\|^2 dt = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \|x(t)\|^2 dt$$