Instituto Politécnico Nacional
Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Análisis de señales y sistemas
Evaluación (EE06)
Entrega: 6/diciembre/2018
Tiempo:

Nombre: ______________________
____
Grupo: ______
Dr. Rafael Martínez Martínez

Este examen consta de 13 páginas (incluyendo esta portada) y 9 problemas. Verifique si falta alguna página. Escriba los datos solicitados en la parte superior y escriba sus iniciales en la parte superior de cada hoja por si llegarán a separarse las hojas.

Se requiere que muestre el trabajo realizado en cada problema de este examen. Las siguientes normas se aplicarán:

- **Cada problema/ejercicio debe tener** procedimiento ordenado y completo que justifique adecuadamente la respuesta anotada.
- **Si falta el procedimiento** o este no justifica la respuesta anotada entonces el problema vale 0 puntos aunque la respuesta sea correcta.
- **Un examen sucio y/o en desorden** puede provocar 10 puntos menos en la calificación del examen.
- Cualquier **intento de fraude**, por ejemplo compartir o copiar soluciones, amerita un reporte en subdirección académica y la cancelación inmediata de la evalaución.

No escriba en la tabla de la derecha.

Problema	Puntos	Calificación
1	10	
2	10	
3	20	
4	10	
5	10	
6	10	
7	10	
8	10	
9	10	
Total:	100	

1. $\boxed{\text{10 puntos}}$

> Encuentra la tranformada de Fourier discreta, gráfica el espectro de magnitud y el espectro de fase, para la señal
>
> $$x[n] = \gamma^{|n|}, \quad |\gamma| < 1$$

2. $\boxed{\text{10 puntos}}$

> Encuentra la tranformada de Fourier discreta, gráfica el espectro de magnitud y el espectro de fase, para la señal
>
> $$x[n] = \delta[n+1] - \delta[n-1]$$

3. 20 puntos

La transformada de Fourier inversa discreta se define como

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{<2\pi>} X(\Omega) e^{jn\Omega} d\Omega \tag{1}$$

donde $< 2\pi >$ indica integración en un intervalo de longitud 2π, con esto mostraremos que $x[n] = 1 \Leftrightarrow X(\Omega) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - 2\pi k)$, observamos que esta es una delta continua, es decir es una delta de Dirac (no es un delta de Kronecker)

$$\begin{aligned}
x[n] =& \frac{1}{2\pi} \int_{<2\pi>} X(\Omega) e^{jn\Omega} d\Omega \\
=& \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - 2\pi k) e^{jn\Omega} d\Omega \\
=& \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \delta(\Omega - 2\pi k) e^{jn\Omega} d\Omega \\
=& \int_{-\pi}^{\pi} \delta(\Omega) e^{jn\Omega} d\Omega = e^{jn\Omega}\big|_{\Omega=0} = 1
\end{aligned}$$

bosqueja la gráfica de $x[n]$ y $X(\Omega)$. Con la información anterior y la propiedad de traslación en Ω muestra que

$$x[n] = e^{j\Omega_0 n} \Leftrightarrow X(\Omega) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k)$$

Ahora utilizando la identidad de Euler, linealidad y lo anterior, muestra que

$$x[n] = cos(\Omega_0 n) \Leftrightarrow X(\Omega) = \pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k) + \delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi k)$$

por último encuentra una expresión para la transformada de $f[n] = x[n]cos[\Omega_0 n]$ en términos de $X(\Omega)$

4. 10 puntos

Utiliza linealidad, inversión en n, y que la transformada de Fourier discreta de $x[n] = cos(\Omega_0 n)u[n]$ es

$$X(\Omega) = \frac{e^{j2\Omega} - e^{j\Omega}\cos(\Omega_0)}{e^{j2\Omega} - 2e^{j\Omega}\cos(\Omega_0) + 1} + \frac{\pi}{2}\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k) + \delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi k)$$

para mostrar que

$$x[n] = cos(\Omega_0 n) \Leftrightarrow X(\Omega) = \pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k) + \delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi k)$$

5. $\boxed{\text{10 puntos}}$

Utiliza linealidad, la propiedad de traslación en n, y que la transformada de Fourier discreta de $x[n] = u[n]$ es

$$X(\Omega) = \frac{e^{j\Omega}}{e^{j\Omega} - 1} + \pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - 2\pi k)$$

para encontrar la transformada de $f[n] = u[n] - u[n - M]$ (observa que la delta es continua y no discreta). Con esta información y utilizando nuevamente la traslación en tiempo, encuentra la transformada de Fourier discreta para la señal que se muestra en la Figura 1

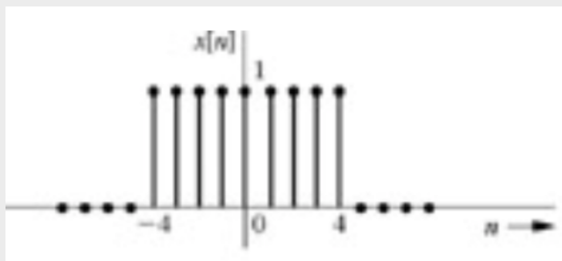

Figura 1: $x[n]$

gráfica esta transformada.

6. $\boxed{\text{10 puntos}}$

> Encuentra la transformada $\mathscr{Z}$ y la ROC, usa la definición:
>
> $$x[n] = \gamma^{n-1} u[n-1]$$

7. 10 puntos

Para la señal discreta que se muestra en la Figura 2,

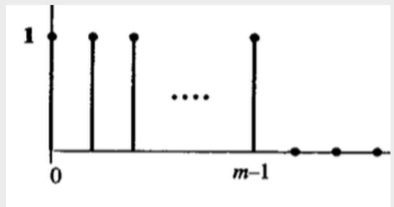

Figura 2: $x[n]$

deduce que:

$$X[z] = \frac{1 - z^{-m}}{1 - z^{-1}}$$

8. 10 puntos

> Resuelva
>
> $$y[n+1] + 2y[n] = x[n+1]$$
>
> con la entrada $x[n] = e^{-(n-1)}u[n]$ y las condición inicial $y[0] = 1$

9. 10 puntos

Resuelva la siguiente ecuación en diferencias

$$y[n+2] - 3y[n+1] + 2y[n] = x[n+1]$$

con $x[n] = 3^n u[n]$ y $y[-1] = 2$, $y[-2] = 3$.