Instituto Politécnico Nacional
Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Análisis de señales y sistemas
Evaluación escrita (EE02)
04 de octubre de 2018
Tiempo: 85 minutos

Nombre: Montiel Cruz Jorge de Jesús
Grupo: 2MV1
Dr. Rafael Martínez Martínez

Este examen consta de 8 páginas (incluyendo esta portada) y 6 problemas. Verifique si falta alguna página. Escriba los datos solicitados en la parte superior y escriba sus iniciales en la parte superior de cada hoja por si llegarán a separarse las hojas.

Puede utilizar formulario y calculadora no programable en este examen.

Se requiere que muestre el trabajo realizado en cada problema de este examen. Las siguientes normas se aplicarán:

- **Cada problema/ejercicio debe tener** procedimiento ordenado y completo que justifique adecuadamente la respuesta anotada.
- **Si falta el procedimiento** o este no justifica la respuesta anotada entonces el problema vale 0 puntos aunque la respuesta sea correcta.
- **No puede** utilizar ningún dispositivo electrónico al menos que se indique lo contrario
- **Un examen sucio y/o en desorden** puede provocar 10 puntos menos en la calificación del examen.
- Cualquier **intento de fraude** amerita un reporte en subdirección académica.

Problema	Puntos	Calificación
1	20	3
2	15	9
3	10	10
4	10	9
5	20	20
6	25	15
Total:	100	66

No escriba en la tabla de la derecha.

1. $\boxed{\text{20 puntos}}$

3

Encuentra las siguientes convoluciones:

a) $f(t) = (te^{-2t}u(t) + 8e^{-2t}u(t)) * (tu(t) - 2e^{-2t}u(t))$

b) $x[n] = 0.5^n u[n] * (2n(0.3)^n u[n] - 2^{-n}u[n] + \delta[n])$

$f(t) * (x(t) + h(t)) = f(t) * x(t) + f(t) * h(t)$ distributividad.

luego ¿?

b.) usando $\gamma_1^n u[n] * \gamma_2^n u[n] = \dfrac{\gamma_1^{n+1} - \gamma_2^{n+1}}{\gamma_1 - \gamma_2} u[n]$

$x[n] * \delta[n] = x[n]$

$\Rightarrow 0.5^n u[n] * 2n(0.3)^n u[n] + 0.5^n u[n] * (-2^{-n} u[n] + 0.5^n u[n] * \delta[n]$

luego ¿?

$= \left[\quad -\frac{2}{3}\left(0.5^{n+1} + \frac{1}{2}^{n+1}\right) + 0.5^n \right] u[n]$

2. 15 puntos

9

Sea

$$x(t) = u(t-3) - u(t-5) \;\; y \;\; h(t) = e^{-3t}u(t)$$

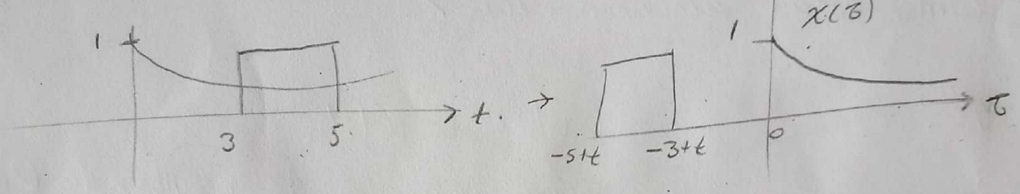
a) Calcule $y(t) = x(t) * h(t)$

b) Calcule $g(t) = (\delta(t-3) - \delta(t-5)) * h(t)$

c) Grafique los resultados de las convoluciones

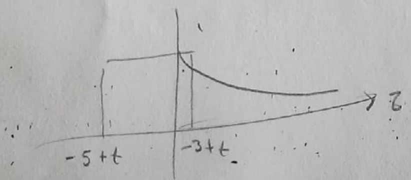
d) ¿Cómo esta relacionada $g(t)$ y $y(t)$?

$y(t) = (u(t-3) - u(t-5)) * e^{-3t}u(t)$



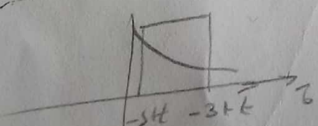
$-3+t = 0$ $\quad$ $t < 3$. $\quad y(t) = 0$.

$t = 3$



$$\int_0^{-3+t} e^{-3\tau} d\tau = \frac{-1}{3} e^{-3\tau}\Big|_0^{-3+t}$$

$$= \frac{-1}{3}\left(e^{9-3t} - 1\right) \quad 3 \leq t \leq 5$$

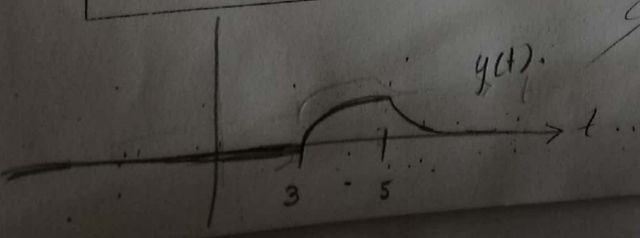


$$\int_{-5+t}^{-3+t} e^{-3\tau} d\tau = \frac{-1}{3} e^{-3\tau}\Big|_{-5+t}^{-3+t}$$

$$= \frac{-1}{3}\left(e^{-3(-3+t)} - e^{-3(-5+t)}\right)$$

$5 < t$

$$y(t) = \begin{cases} \frac{-1}{3}\left(e^{9-3t} - 1\right) & si\ 3 \leq t \leq 5 \\ \frac{-1}{3}\left(e^{-3(-3+t)} - e^{-3(-5+t)}\right) & si\ 5 < t \\ 0 & si\ t < 3 \end{cases}$$

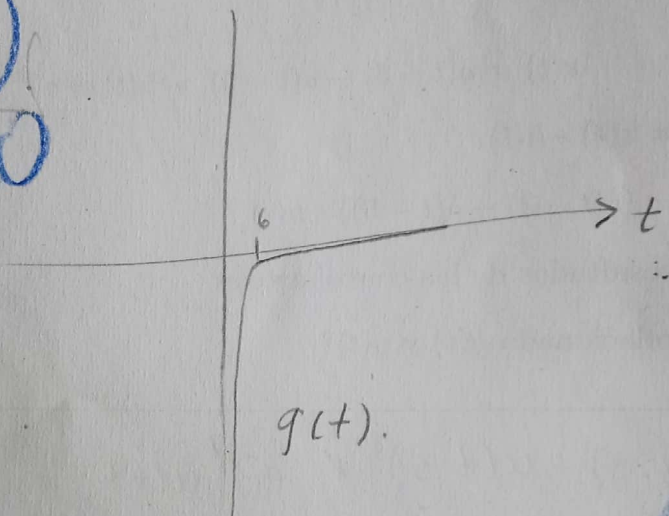


$$g(t) = (\delta(t-3) - \delta(t-5)) * e^{-3t} u(t)$$

cuando $x(t) * \delta(t-t_0) = x(t-t_0)$

$\Rightarrow$

$$g(t) = e^{-3(t-3)} - e^{-3(t-5)} \cdot u(t)$$



d) ¿Cómo están relacionadas?

Scanned by CamScanner

3. 10 puntos

10

Realiza la correlación de las siguientes señales

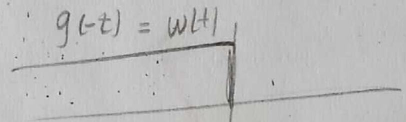
$$f(t) = \begin{cases} sen(t) & -\pi \le t \le \pi \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

$$g(t) = u(t)$$

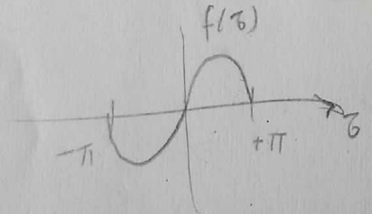
Reporta el resultado analítico y su gráfica

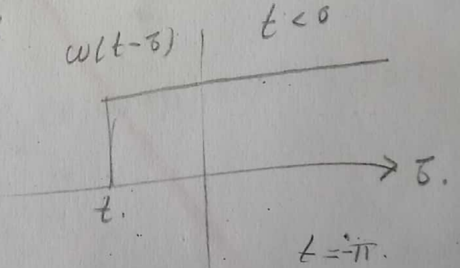
$r_{fg}(t) = f(t) * g(-t)$

$g(-t) = w(t)$



$$f(t) * w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\, w(t-\tau)\, d\tau$$





$t = -\pi$

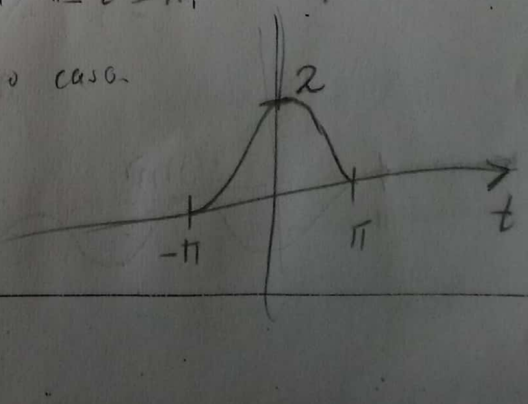
$t > \pi$ $r_{fg} = 0$ para $t < \pi$ $t = \pi$ $> -\pi \le t \le \pi$

$$r_{fg}(t) = \int_{t}^{\pi} sen\,\tau\, d\tau = -\cos\pi + \cos t$$

$$r_{fg}(t) = 1 + \cos t$$

+

$$r_{fg}(t) = \begin{cases} 1 + \cos t & \text{si } -\pi \le t \le \pi \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$



4. 10 puntos

9

Deduzca una expresión para la potencia de la señal

$$f(t) = C_1 cos(\omega_1 t + \phi_1) + C_2 cos(\omega_2 t + \phi_2)$$

si $\omega_1 = \omega_2$

$$P_f = \frac{1}{T}\int_0^T \left(C_1\cos(\omega_1 t+\phi_1) + C_2\cos(\omega_2 t+\phi_2)\right)^2 dt.$$

$$\omega_1 = \omega_2 = \frac{2\pi}{T}.$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T \left[C_1^2\cos^2(\omega_1 t+\phi_1) + C_2^2\cos^2(\omega_1 t+\phi_2) + 2C_1C_2\cos(\omega_1 t+\phi_1)\cos(\omega_2 t+\phi_2)\right] dt$$

$\omega_1 = \omega_2 = \omega$

donde la Potencia de un coseno de amplitud A es $\frac{A^2}{2}$.

así

$$= \frac{C_1^2 + C_2^2}{2} + \frac{1}{T}\int_0^T 2C_1C_2\cos(\omega t+\phi_1)\cos(\omega t+\phi_2)\, dt$$

$$= \frac{C_1^2 + C_2^2}{2} + \frac{1}{T}\int_0^T 2C_1C_2\left(\frac{\cos(\omega t+\phi_1+\omega t+\phi_2) + \cos(\omega t+\phi_1-\omega t-\phi_2)}{2}\right) dt$$

$$= \frac{C_1^2 + C_2^2}{2} + \frac{C_1C_2}{T}\int_0^T \cos(2\omega t+\phi_1+\phi_2) + \cos(\phi_1-\phi_2)\, dt$$

$$= \frac{C_1^2 + C_2^2}{2} + \frac{C_1C_2}{T}\left[\frac{1}{2\omega}\cos(2\omega t+\phi_1+\phi_2)\Big|_0^T + T\cos(\phi_1-\phi_2)\right]$$

$\omega T = 2\pi.$

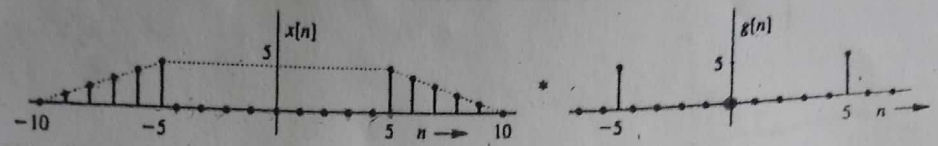
$$= \frac{C_1^2 + C_2^2}{2} + \frac{C_1C_2}{T}\left[\frac{1}{2\omega}\cos(4\pi t+\phi_1+\phi_2) - \frac{1}{2\omega}\cos(\phi_1+\phi_2) + T\cos(\phi_1-\phi_2)\right]$$

$$= \frac{C_1^2 + C_2^2}{2} + C_1C_2\left[\frac{1}{4\pi}\cos(4\pi t+\phi_1+\phi_2) - \frac{1}{4\pi}\cos(\phi_1+\phi_2) + \cos(\phi_1-\phi_2)\right] \#$$

5. $\boxed{\text{20 puntos}}$

20

Para las siguientes señales encuentra la convolución y la autocorrelación de cada una de ellas, gráfica los resultados.



$C[n] = x[n] * g[n]$

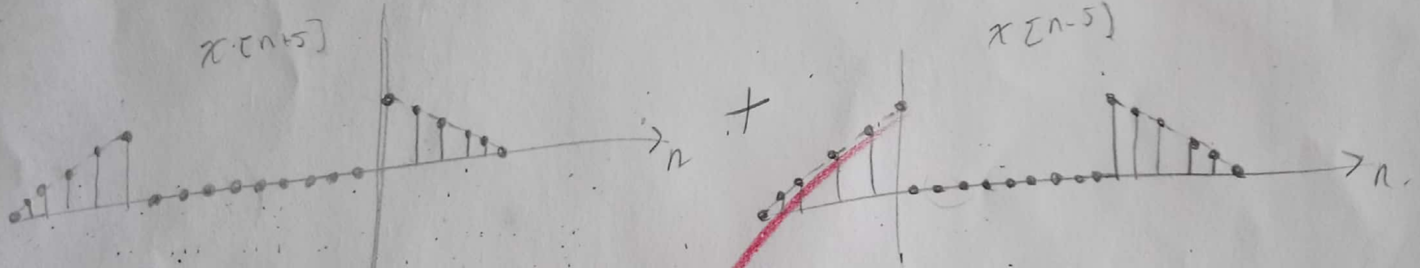
Podemos ver a $g[n]$ como

$$g[n] = \delta[n+5] + \delta[n-5]$$

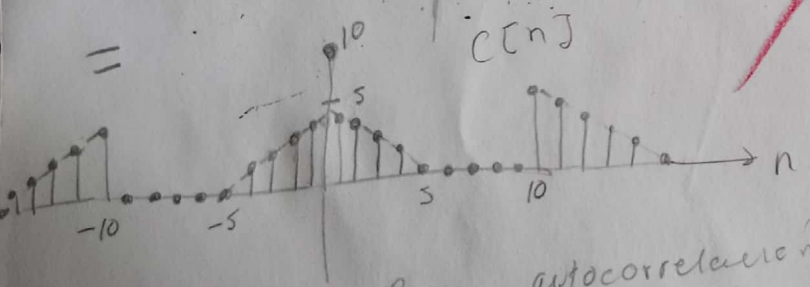
así

$$x[n] * (\delta[n-(-5)] + \delta[n-5]) = x[n-(-5)] + x[n-5]$$

$$C[n] = x[n+5] + x[n-5]$$



=



Para autocorrelación

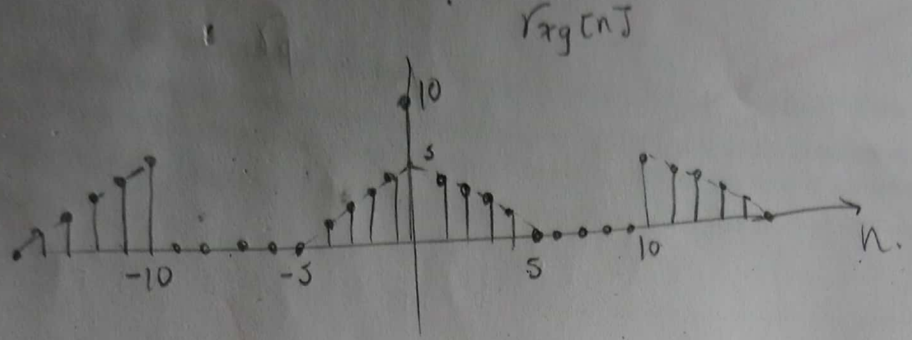
$$r_{xg}[n] = x[n] * \underbrace{g[-n]}_{w[n]} = x[n] * w[n]$$

función par

$$g[-n] = g[n] \rightarrow r_{xg}[n] = x[n] * g[n]$$

$$g[n] = \delta[n+5] + \delta[n-5]$$

así $r_{xg}[n] = x[n+5] + x[n-5] \longrightarrow$


rxg[n]
10
5
-10
-5
5
10
n.

EE03 -

6. $\boxed{\text{25 puntos}}$

15

Si $f_3(t) = f_1(t) * f_2(t)$, entonces demuestre que $f_1(at) * f_2(at) = \frac{1}{|a|} f_3(at)$. Esta propiedad de escalamiento de la convolución establece que si $f_1(t)$ y $f_2(t)$ están escaladas en tiempo por a entonces su convolución también esta escala por a en tiempo y en amplitud por $\frac{1}{|a|}$, considere dos casos $a > 0$ y $a < 0$, para que observe el por qué se obtiene el valor absoluto.

$f_3(t) = f_1(t) * f_2(t) =$

Dem. que

$f_1(at) * f_2(at) = \frac{1}{|a|} f_3(at)$

Luego ¿? 6

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(a\tau) f_2(a(t-\tau)) d\tau$$

$u = a\tau \quad du = a\,d\tau$

$\frac{du}{a} = d\tau$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f_1(u) f_2(at-u) \frac{du}{a} = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(u) f_2(at-u)\, du$$

t

$$= \frac{1}{a} f_1(at) * f_2(at)$$