RCF B04 Montiel Cruz Jorge de Jesús

1.20 Determine cuáles de las siguientes señales son señales de energía, potencia o ninguna.

a. $x(t) = e^{-at}u(t) \quad a > 0$

b. $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \theta)$

c. $x(t) = t\,u(t)$

d. $x[n] = (-0.5)^n u[n]$

e. $x[n] = u[n]$

f. $x[n] = 2e^{j3n}$

a. $$\int_{-\infty}^{\infty} \| x(t) \|^2 dt = \int_{0}^{\infty} e^{-2at} dt = \frac{1}{2a} < \infty$$

por lo cual es una señal de energía

b. la señal coseno tiene como potencia, por definición

$$P = \frac{A^2}{2} < \infty$$; señal de potencia.

c. Por el escalón. de $-\infty$ a 0 $u(t) = 0$

así.

$$E_x = \int_{0}^{\infty} \| t \|^2 dt = \lim_{a \to \infty} \int_{0}^{a} \| t \|^2 dt = \lim_{a \to \infty} \frac{a^3}{3} = \infty$$

$$P_x = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \| t \|^2 dt = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{0}^{T/2} t^2 dt = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \frac{(T/2)^3}{3} = \infty$$

no es señal de potencia ni de energía

d.

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \| x[n] \|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} (-0.5)^n = \frac{1}{1-(-0.5)} = \frac{1}{1.5}$$

$$= \frac{2}{3} < \infty$$

señal de energía

e.

Por definición

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} \| x[n] \|^2$$

$$= \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=0}^{N} 1^2 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=0}^{N} 1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} c = c+1$$

$$= \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1}(N+1) = \lim_{N\to\infty} \frac{N}{2N+1} + \frac{1}{2N+1}$$

$$= \lim_{N\to\infty} \frac{N}{2N+1} \overset{LH}{=} \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

señal de potencia

f.

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} \| x[n] \|^2 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} \| 2e^{j3n} \|^2$$

$$\| 2e^{j3n} \|^2 = \| 2 \|^2 \| \cancel{e^{j3n}} \|^2 = 4.$$

$$1$$

$$\Rightarrow \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} 4$$

pero $\sum_{i=-K}^{K} 1 = (2K+1)$

$$\Rightarrow \lim_{N\to\infty} \frac{1}{\cancel{2N+1}} 4\cancel{(2N+1)} = 4 < \infty$$

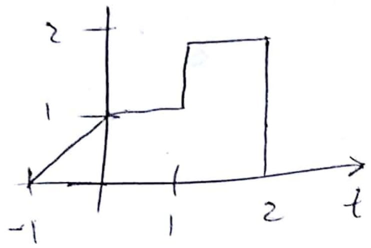
señal de potencia

1.22 una señal continua en el tiempo $x(t)$ se muestra a continuación bosqueje y etiquete.

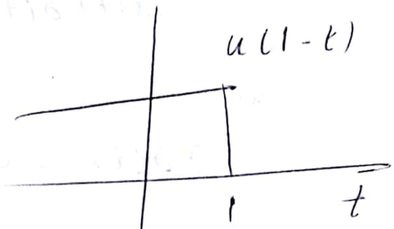
a. $x(t)u(1-t)$

b. $x(t)[u(t)-u(t-1)]$

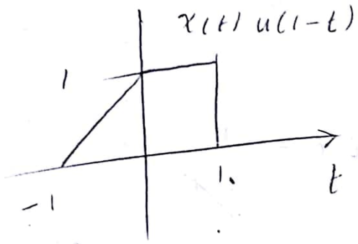
c. $x(t)\delta(t-\frac{3}{2})$



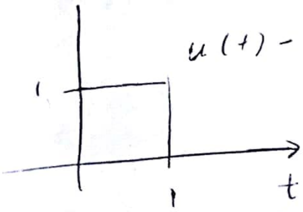
$u(1-t)$



la multiplicación punto a punto de 1 a 2 será 0.

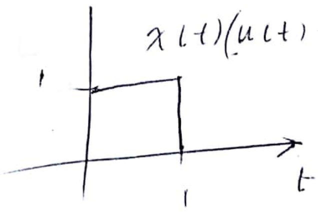


b.



la multiplicación fuera del intervalo $0 \le t \le 1$ será 0

así

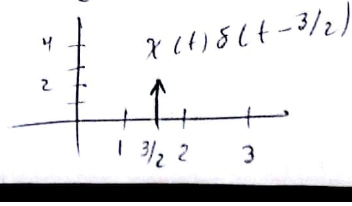


C. según la sig. propiedad.

$$x(t)\delta(t-t_0) = x(t_0)\delta(t-t_0)$$

$$= x(\tfrac{3}{2})\delta(t-\tfrac{3}{2}) \quad y \quad x(\tfrac{3}{2}) = 2$$

así $x(t) = 2\delta(t-\frac{3}{2})$



Scanned by CamScanner

1.27 Muestre que.

(a) $t\,\delta(t) = 0$

(b) $\sin t\,\delta(t) = 0$

(c) $\cos t\,\delta(t-\pi) = -\delta(t-\pi)$

usando

$$x(t)\,\delta(t) = x(0)\,\delta(t)$$

y

$$x(t)\,\delta(t-t_0) = x(t_0)\,\delta(t-t_0)$$

a.

$$0\,\delta(t) = 0$$

b.

$$(\text{sen } 0)\,\delta(t) = 0\,\delta(t) = 0$$

c.

$$\cos(-\pi)\,\delta(t-\pi) = -\delta(t-\pi)$$

1.30 Evalúe las sig. integrales.

a. $\int_{-1}^{1}(3t^2+1)\delta(t)\,dt$

b. $\int_{1}^{2}(3t^2+1)\delta(t)\,dt$

c. $\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+\cos\pi t)\,\delta(t-1)\,dt$

d. $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t}\,\delta(2t-2)\,dt$

e. $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t}\,\delta'(t)\,dt$

usando la propiedad.

$$\int_a^b \phi(t)\,\delta(t)\,dt = \begin{cases} \phi(0) & a<0<b \\ 0 & a<b<0 \quad \text{or} \quad 0<a<b \\ \text{no definida} & a=0 \quad \text{ó} \quad b=0 \end{cases}$$

$a=-1 \qquad b=1$

a. $\int_{-1}^{1}(3t^2+1)\,\delta(t)\,dt = (3t^2+1)\Big|_{t=0} = 1$ ✗

b. Por definición

$\int_{1}^{2}(3t^2+1)\,\delta(t)\,dt = 0$ ✗

c. usando. $\int_{-\infty}^{\infty}\phi(t)\,\delta(t-t_0)\,dt = \phi(t_0)$

$$\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+\cos\pi t)\,\delta(t-1)\,dt = (t^2+\cos\pi t)\Big|_{t=-1} = 1+\cos(-\pi)$$
$$= 1-1$$
$$= 0$$

d. $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t}\delta(2t-2)\,dt$

usando la propiedad.

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t}\delta(2(t-1))\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t}\frac{1}{|2|}\delta(t-1)\,dt = \frac{1}{2}e^{-t}\Big|_{t=1}$$

$$= \frac{1}{2}e^{-1} = \frac{1}{2e}$$

e. $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t}\delta'(t)\,dt = -\frac{d}{dt}(e^{-t})\Big|_{t=0} = e^{-t}\Big|_{t=0} = 1$

según la propiedad.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\,\delta'(t)\,dt = -\phi'(0)$$

1.31 encuentre y bosqueje las derivadas de las siguientes señales

a. $x(t) = u(t) - u(t-a) \quad a > 0$

b. $x(t) = t[u(t) - u(t-a)] \quad a > 0$

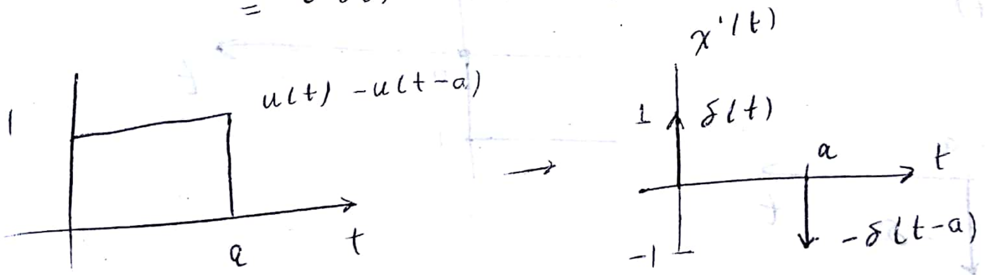
c. $x(t) = \operatorname{sgn} t = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$

usando

$$\delta(t) = u'(t) = \frac{d}{dt}u(t)$$

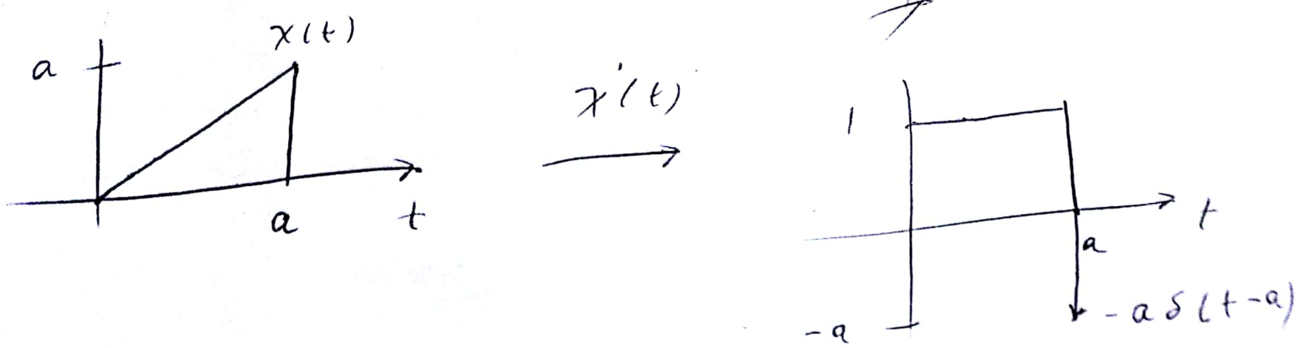
a.

$$x'(t) = u'(t) - u'(t-a)$$
$$= \delta(t) - \delta(t-a)$$



b. $x'(t) = t[u'(t) - u'(t-a)] + [u(t) - u(t-a)]$

$$= t\delta(t) - t\delta(t-a) + u(t) - u(t-a)$$
$$= (0)\delta(t) - (a)\delta(t-a) + u(t) - u(t-a)$$
$$-a\delta(t-a) + u(t) - u(t-a)$$



c.

$x(t) = \operatorname{sgn} t$

puede ser reescrita como

$x(t) = \operatorname{sgn} t = u(t) - u(-t)$

así pues

$x'(t) = u'(t) - u'(-t)$ $\quad * \ \delta(-t) = \delta(t)$

$u'(-t)$ $\quad w = -t \rightarrow u'(w) = \frac{d\,u(w)}{dt}$

$\frac{dw}{dt} = -1$ $\quad u'(w) = -\delta(w)$

$= -\delta(-t) =$

$-\delta(t) \Rightarrow \ldots$

$= \delta(t) - (-\delta(t))$

$\ldots \Rightarrow \delta(t) + \delta(t)$

$= 2\,\delta(t)$