Instituto Politécnico Nacional

Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Análisis de señales y sistemas
Evaluación (EE04)
jueves 8 de noviembre de 2018
Tiempo: 85 minutos

Nombre: Montiel Cruz Jorge de Jesús
Grupo: 2MV1
Dr. Rafael Martínez Martínez

Este examen consta de 8 páginas (incluyendo esta portada) y 5 problemas. Verifique si falta alguna página. Escriba los datos solicitados en la parte superior y escriba sus iniciales en la parte superior de cada hoja por si llegarán a separarse las hojas.

Puede utilizar formulario y calculadora no programable en este examen.

Se requiere que muestre el trabajo realizado en cada problema de este examen. Las siguientes normas se aplicarán:

- **Cada problema/ejercicio debe tener** procedimiento ordenado y completo que justifique adecuadamente la respuesta anotada.
- **Si falta el procedimiento** o este no justifica la respuesta anotada entonces el problema vale 0 puntos aunque la respuesta sea correcta.
- **No puede** utilizar ningún dispositivo electrónico al menos que se indique lo contrario
- **Un examen sucio y/o en desorden** puede provocar 10 puntos menos en la calificación del examen.
- Cualquier **intento de fraude** amerita un reporte en subdirección académica.

Problema	Puntos	Calificación
1	20	20
2	20	20
3	10	7
4	20	18
5	30	5
Total:	100	70

No escriba en la tabla de la derecha.

1. $\boxed{\text{20 puntos}}$

20

Se tiene la siguiente función

$$F(\omega) = \begin{cases} cos(\omega) & \text{si } -\pi/2 \leq \omega \leq \pi/2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

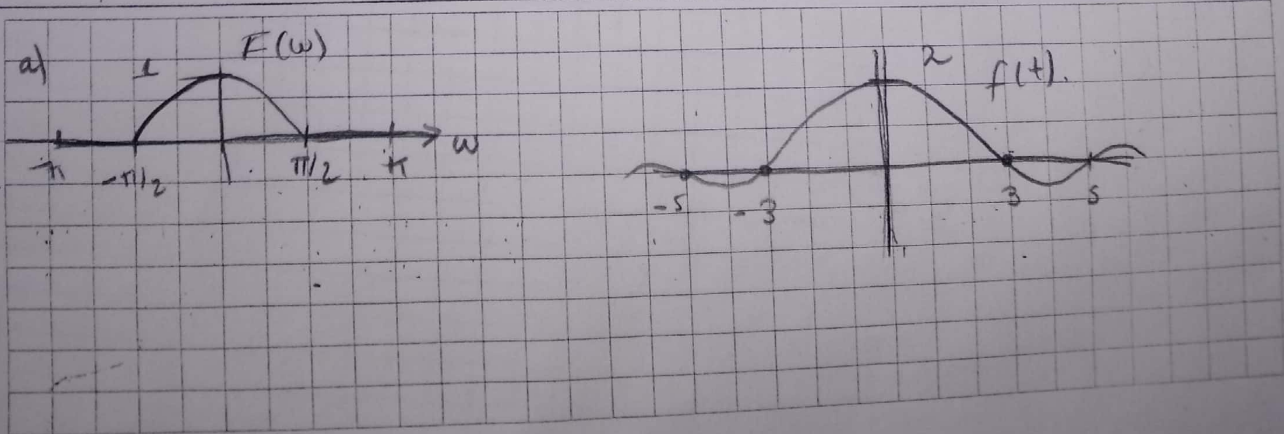
- Grafique $F(\omega)$
- Encuentre la transformada inversa de $F(\omega)$
- Gráfique $f(t)$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\omega)\, e^{j\omega t} d\omega = \frac{e^{j\omega t}}{(jt)^2 + 1}\left(\operatorname{sen}\omega + jt\cos\omega\right)\Bigg|_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

$$= \frac{e^{j\frac{\pi}{2}t}}{(jt)^2+1}\Big(\overset{1}{\operatorname{sen}\tfrac{\pi}{2}} + \underset{0}{\cancel{jt\cos\pi/2}}\Big) - \frac{e^{-j\pi/2\,t}}{(jt)^2+1}\Big(\overset{-1}{\operatorname{sen}(-\pi/2)} + \underset{0}{\cancel{jt\cos\pi/2}}\Big)$$

$$= \frac{1}{1-t^2}\left(e^{j\pi/2\,t} + e^{-j\pi/2\,t}\right) = 2\left[\frac{\cos(\pi/2\,t)}{1-t^2}\right]$$



JJMC

2. $\boxed{\text{20 puntos}}$

20

Encuentra la transformada inversa para las dos señales mostradas en las gráficas. esto ilustra como señales con el mismo espectro de magnitud pero diferente espectro de fase son distintas

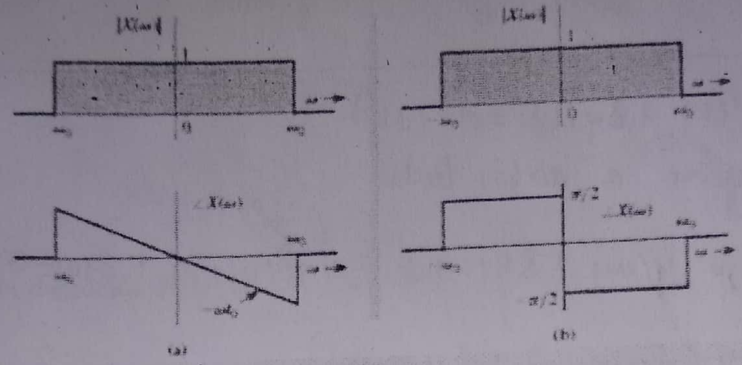


Figura 1: Espectro de Fourier

$$X_1(t) = \int_{-\omega_0}^{\omega_0} e^{-j\omega t_0} e^{+j\omega t} \, d\omega$$

$$= \int_{-\omega_0}^{\omega_0} e^{j\omega(t-t_0)} \, d\omega = \frac{1}{j(t-t_0)} e^{j\omega(t-t_0)} \Big|_{-\omega_0}^{\omega_0}$$

$$= \frac{1}{j(t-t_0)} e^{j\omega_0(t-t_0)} - \frac{1}{j(t-t_0)} e^{-j\omega_0(t-t_0)}$$

$$= \frac{2}{t-t_0} \, sen(\omega_0(t-t_0))$$

Resp 1.

$$X_2(t) = \int_{-\omega_0}^{0} e^{j\frac{\pi}{2}} e^{j\omega t} \, d\omega + \int_{0}^{\omega_0} e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j\omega t} \, d\omega$$

$$= \frac{1}{t} e^{j\omega t} \Big|_{-\omega_0}^{0} - \frac{1}{t} e^{j\omega t} \Big|_{0}^{\omega_0}$$

$$= \frac{1}{t}\left(1 - e^{-j\omega_0 t}\right) - \frac{1}{t} e^{j\omega_0 t} + \frac{1}{t}$$

$$= \frac{2}{t} - \frac{2}{t} \cos(\omega_0 t)$$

2 Resp 1.

3. 10 puntos

7

Mediante transformada de Fourier encuentre la solución de la siguiente ecuación diferencial para las condiciones iniciales $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 6\frac{d}{dt}y(t) + 8y(t) = cos(3t)$$

$y''(t) + 6y'(t) + 8y(t) = \cos(3t)$

aplicando Fourier a ambos lados:

$(j\omega)^2 Y(\omega) + 6(j\omega)Y(\omega) + 8Y(\omega) = \pi[\delta(\omega+3) + \delta(\omega-3)]$

$Y(\omega) = \dfrac{\pi(\delta(\omega+3) + \delta(\omega-3))}{(j\omega)^2 + 6(\omega j) + 8}$

sea $s = j\omega$

$= \dfrac{\pi(\delta(\omega+3) + \delta(\omega-3))}{s^2 + 6s + 8} = \dfrac{\pi(\delta(\omega+3) + \delta(\omega-3))}{(s+4)(s+2)}$

$= \pi(\delta(\omega+3) + \delta(\omega-3))\left[\dfrac{A}{s+4} + \dfrac{B}{s+2}\right]$

no

$A = \left.\dfrac{1}{s+2}\right|_{s=-4} = -\dfrac{1}{2}$; $B = \left.\dfrac{1}{s+4}\right|_{s=-2} = \dfrac{1}{2}$

$Y(\omega) = \dfrac{\pi(\delta(\omega+3) + \delta(\omega-3))}{(s+4)(s+2)} = \pi(\delta(\omega+3) + \delta(\omega-3))\left(\dfrac{-1}{2(s+4)} + \dfrac{1}{2(s+2)}\right)$

$= \pi\left[-\dfrac{\delta(\omega+3)}{2(s+4)} + \dfrac{\delta(\omega+3)}{2(s+2)} - \dfrac{\delta(\omega-3)}{2(s+4)} + \dfrac{\delta(\omega-3)}{2(s+2)}\right]$

$f(\omega)\delta(\omega-a) = f(a)\delta(\omega-a)$

$\Rightarrow \pi\left(-\dfrac{\delta(\omega+3)}{2(-3j+4)} + \dfrac{\delta(\omega+3)}{2(-3j+2)} - \dfrac{\delta(\omega-3)}{2(3j+4)} + \dfrac{\delta(\omega-3)}{2(3j+2)}\right)$

$-3j+4 = 5e^{j\arctan(-\frac{3}{4})}$; $-3j+2 = \sqrt{13}\,e^{j\arctan(-\frac{3}{2})}$

tomando la inversa de Fourier

$\dfrac{1}{4}\left(-\dfrac{e^{-j3t}}{5e^{j\arctan(-\frac{3}{4})}} + \dfrac{e^{-j3t}}{\sqrt{13}\,e^{j\arctan(-\frac{3}{2})}} - \dfrac{e^{j3t}}{5e^{-j\arctan(-\frac{3}{4})}} + \dfrac{e^{j3t}}{\sqrt{13}\,e^{-j\arctan(-\frac{3}{2})}}\right) =$

$= \dfrac{1}{4}\left(-\dfrac{2}{5}\cos(3t - 323^\circ) +\right.$

JJMC

18

4. Encuentre la transformada de Fourier de la señal de la Figura 2 mediante tres diferentes métodos

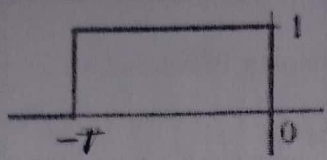


Figura 2: Señal en tiempo continuo

(a) 10 puntos

10

Usando la definición $F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$

a) $F(\omega) = \int_{-T}^{0} e^{-j\omega t} dt = \frac{-1}{j\omega} e^{-j\omega t} \Big|_{-T}^{0}$

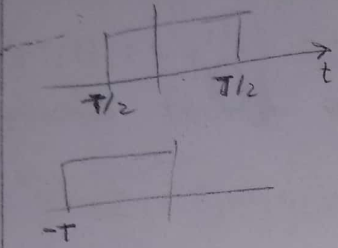
$= \frac{-1}{j\omega} + \frac{1}{j\omega} e^{j\omega T} = \frac{1}{j\omega}\left(e^{j\omega T} - 1\right)$

(b) $\boxed{\text{5 puntos}}$

5

Usando

- Propiedad de traslación en tiempo y linealidad
- $g(t) = rect(\frac{1}{\tau}t) \Longleftrightarrow G(w) = \tau sinc(\frac{\tau}{2}w)$



$f(t+\frac{T}{2}) = rect(\frac{t+T/2}{T})$

usando la propiedad de traslación en el tiempo

$= T sinc(\frac{T\omega}{2}) e^{+j\omega\frac{T}{2}}$

$F(\omega) = T sinc(\frac{T\omega}{2}) e^{j\omega T/2}$ = ¿?

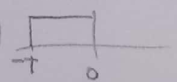
(c) $\boxed{\text{5 puntos}}$

3

Usando

- Derivación en tiempo
- Propiedad de traslación en tiempo y linealidad
- $g(t) = \delta(t) \Longleftrightarrow G(w) = 1$

$f(t+\frac{T}{2}) = rect(\frac{t+T/2}{T})$



$\frac{df}{dt} = \delta(t+T) - \delta(t) \Longleftrightarrow (j\omega)(e^{jT\omega} - 1)$

0

¿(cómo)?

J J M C

5. La Figura 3 muestra una señal modulada en amplitud con portadora $cos(10t)$, para esta señal:

5

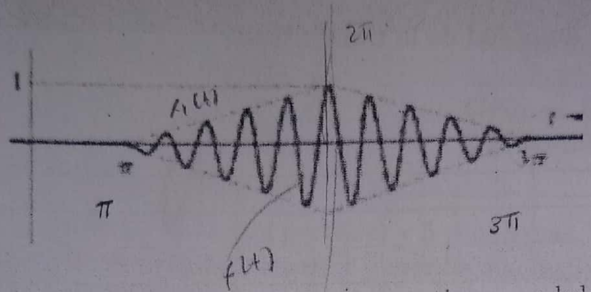


Figura 3: Señal en tiempo continuo modulada

(a) 10 puntos

Encuentra la transformada de Fourier

$\frac{1}{\pi}(t-\pi) = x_1(t) \quad \pi \le t \le 2\pi$

$x_2(t) = -\frac{1}{\pi}(t-3\pi) \quad 2\pi \le t \le 3\pi$

$f(t) = \left[\frac{1}{\pi}(t-\pi)[u(t-\pi)-u(t-2\pi)] - \frac{1}{\pi}(t-3\pi)[u(t-2\pi)-u(t-3\pi)]\right] \cdot$

$* \cos(10t)$

$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-jwt}\, dt = \int_{\pi}^{3\pi} f(t)\, e^{-jwt}\, dt = \int_{\pi}^{2\pi} \frac{1}{\pi}(t-\pi) \cos 10t\, e^{-jwt}\, dt$

$+ \int_{2\pi}^{3\pi} \frac{-1}{\pi}(t-3\pi) \cos 10t\, e^{-jwt}\, dt)$

$= \int_{\pi}^{2\pi} \frac{1}{\pi} t \cos 10t\, e^{-jwt}\, dt - \int_{\pi}^{2\pi} \cos 10t\, e^{-jwt}\, dt. - \int_{2\pi}^{3\pi} \frac{t}{\pi} \cos 10t\, e^{-jwt}\, dt.$

$+ 3\int_{2\pi}^{3\pi} \cos 10t\, e^{-jwt}\, dt$

5

$=$

Scanned by CamScanner

(b) $\boxed{\text{10 puntos}}$

Bosqueja el espectro de amplitud de la transformada

0

(c) $\boxed{\text{10 puntos}}$

Bosqueja el espectro de fase de la transformada