

**Instituto Politécnico Nacional**  
**Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas**  
**Análisis de señales y sistemas.**

*Primer examen: Solución de ejercicios*

Marzo de 2011

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

Instrucciones: a) resuelva todos los problemas; b) debe justificar sus resultados (mostrar el procedimiento); c) escribir las soluciones de manera ordenada y clara; d) se prohíbe copiar; e) estudiantes que falten al inciso b) y c) el problema respectivo será anulado, alumnos que falten al inciso d) el examen será anulado y se le reportará con las autoridades competentes.

1. Determine la transformada de Laplace unilateral derecha de la siguiente función [SUGERENCIA: recuerde las identidades para  $\cos(nt \pm mt) = \cos((n \pm m)t)$  sumárlas o restárlas según corresponda]

donde

$$g(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 3 \\ t, & t > 3 \end{cases}$$

$$f(t) = \cos(nt) \cos(mt) \quad m \neq n$$

2. Sea  $F(s)$  la transformada de Laplace unilateral derecha de  $f(t)$  que existe para  $\operatorname{Re}(s) > a$ . Si  $\alpha > 0$ , muestre que  $f(\alpha t)$  tiene transformada de Laplace

$$\mathcal{L}\{f(\alpha t)\} = \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{s}{\alpha}\right), \quad \operatorname{Re}(s) > a\alpha$$

- a) Por qué es importante decir que  $\alpha > 0$ ?  
b) Que sucede si  $\alpha < 0$ ?  
c) Que sucede si  $\alpha = 0$ ?

3. Encuentre la solución al siguiente problema de valor inicial

$$y'' - y' = g(t) \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

4. Determine la función de transferencia  $H(s)$  para el sistema, la respuesta al impulso, y exprese la fórmula para hallar la solución al problema con valor inicial en términos de la convolución, indique aquí cual es la solución homogénea y cual es la particular.

$$y'' + 9y = g(t) \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -3$$

5. [Prueba alternativa de Proposición vista en clase] Demuestre que

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{F(s)}{s}\right\} = \int_0^t f(\tau) d\tau$$

donde  $F(s)$  es la transformada de Laplace de  $f(t)$