RCFB06

Montiel Cruz Jorge de Jesús

E. 1.2

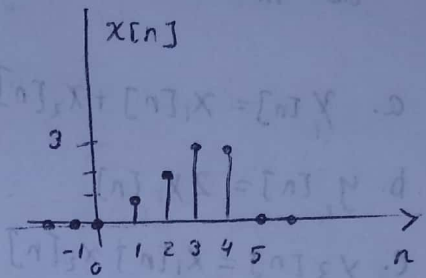
Una señal discreta en el tiempo $x[n]$ se muestra en la siguiente figura. Bosqueje y etiquete cada una de las siguientes señales

a. $x[n-2]$

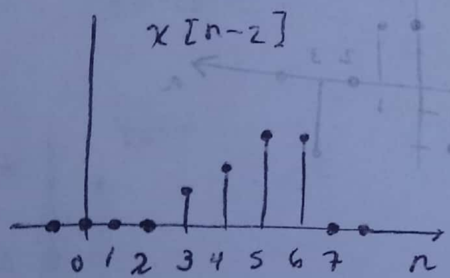
b. $x[2n]$

c. $x[-n]$

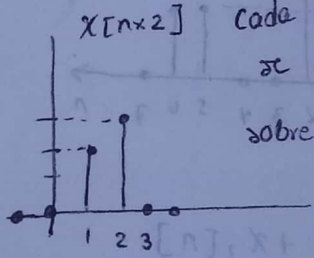
d. $x[-n+2]$



a. traslación horizontal →

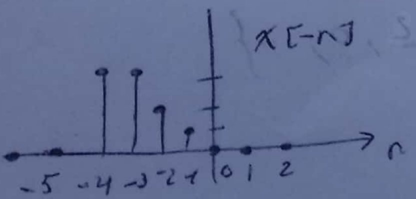


b. compresión

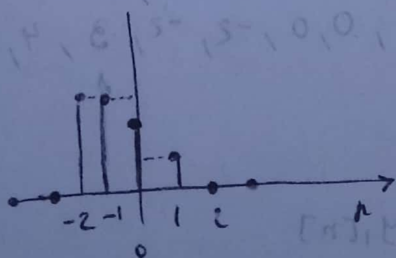


cada elemento de n de $x[n]$ se divide por 2 sobreviviendo los enteros

c. $x[-n]$ reflexión



d. $x[-n+2]$ primero taslado, luego reflejo



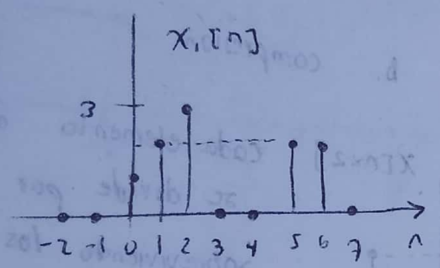
Scanned by CamScanner

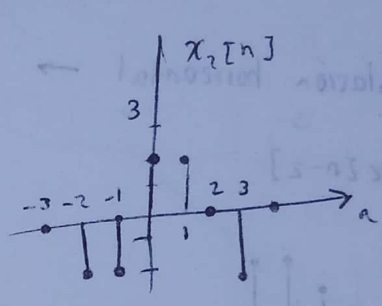
1.4 Usando las señales $x_1[n]$ y $x_2[n]$ mostradas en las siguientes figuras, represente cada una de las siguientes señales por una gráfica y una secuencia de números

a. $y_1[n] = x_1[n] + x_2[n]$;

b. $y_2[n] = 2x_1[n]$

c. $y_3[n] = x_1[n]\,x_2[n]$





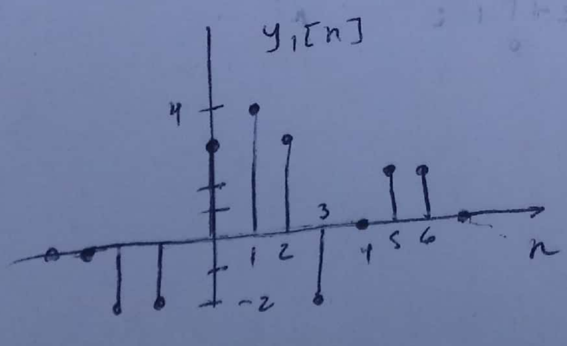
a. $x_1[n] + x_2[n]$

$y_1[n] = \{0+0, 0+0, 0-2, 0-2, 1+2, 2+2, 3+2, 0+0, 0-2, 2+0, 2+0, 0+0, \dots\}$

↑

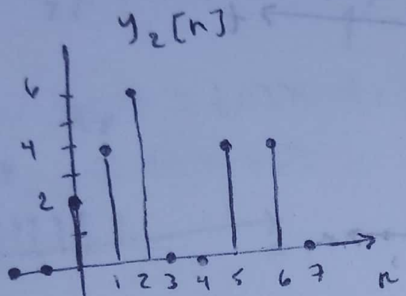
$y_1[n] = \{\dots, 0, 0, -2, -2, 3, 4, 3, -2, 0, 2, 2, 0, \dots\}$

↑



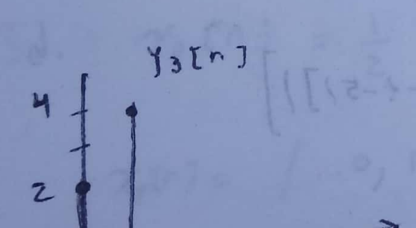
b.

$$y_2[n] = \{\dots 0, \underset{\uparrow}{2}, 4, 6, 0, 0, 4, 4, 0, \dots\}$$

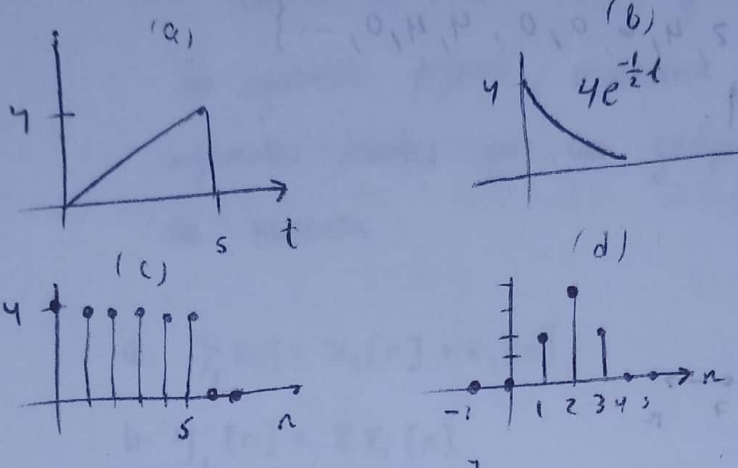


c. $$y_3[n] = \{0\cdot -2, 0\cdot -1, \underset{\uparrow}{1\cdot 2}, 2\cdot 2, 3\cdot 0, 0\cdot -2, 2\cdot 0, 2\cdot 0, 0\cdot 0, \dots\}$$

$$y_3[n] = \{\dots 0, \underset{\uparrow}{2}, 4, 0, \dots\}$$



1.5 Bosqueje y etiquete las componentes pares e impares de las señales mostradas



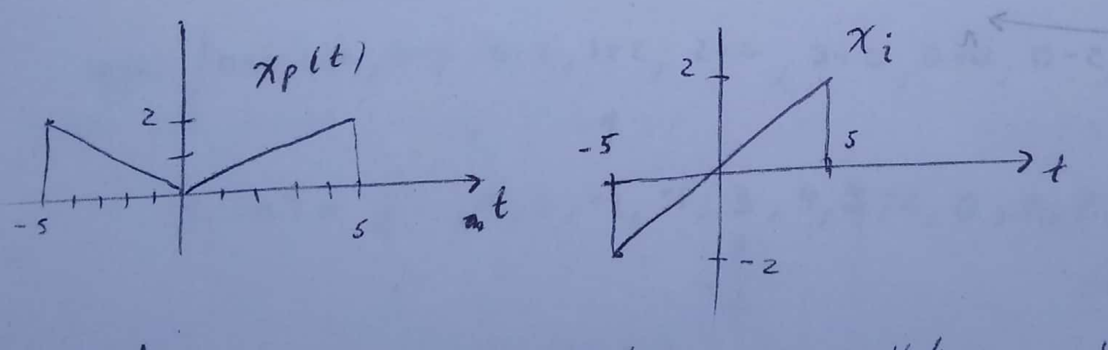
(a) $x(t) = \frac{4}{5} t[u(t)-u(t-5)]$

par $x_p(t) = \frac{1}{2}(x(t)+x(-t))$

$$= \frac{2}{5}\left[t[u(t)-u(t-5)] + (-t[u(-t)-u(-t-5)])\right]$$

impar $x_i(t) = \frac{1}{2}(x(t)-x(-t))$

$$= \frac{2}{5}\left[t[u(t)-u(t-5)] - (-t[u(-t)-u(-t-5)])\right]$$



b.

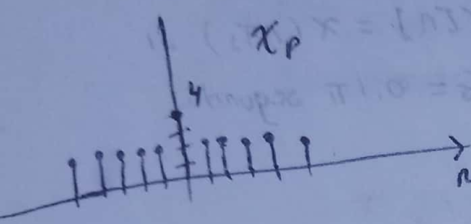
$$x_p = \frac{1}{2}\left(4e^{-1/2 t} + 4e^{1/2 t}\right) \rightarrow 2\left(e^{-1/2 t}[u(t)] + e^{1/2 t}[u(-t)]\right)$$

$$x_i = 2\left(e^{-1/2 t}[u(t)] - e^{+1/2 t}[u(-t)]\right)$$

c.

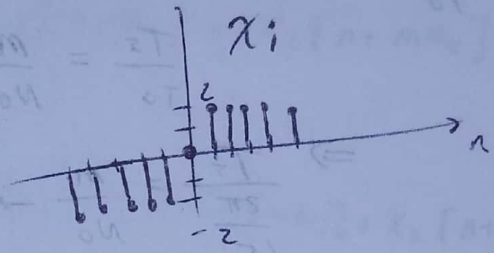
$$x_p[n] = \frac{1}{2}\left(x[n] + x[-n]\right)$$

$$= \frac{1}{2}\{0,0,4,4,4,4,4,4,\underset{\uparrow}{8},4,4,4,4,4,0\ldots\} = \{0\ldots0,2,2,2,2,2,\underset{\uparrow}{4},2,2,2,2,2,0\ldots\}$$



$$x_i = \frac{1}{2}\{\ldots0,-4,-4,-4,-4,-4,\underset{\uparrow}{0},4,4,4,4,4,0,\ldots\}$$

$$= \{\ldots0,-2,-2,-2,-2,-2,\underset{\uparrow}{0},2,2,2,2,2,0\ldots\}$$

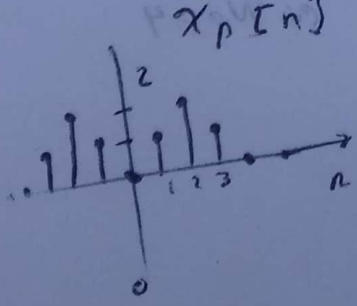


d. $x_p[n] = \frac{1}{2}\{\ldots0,2,4,2,\underset{\uparrow}{0},2,4,2,0\ldots\}$

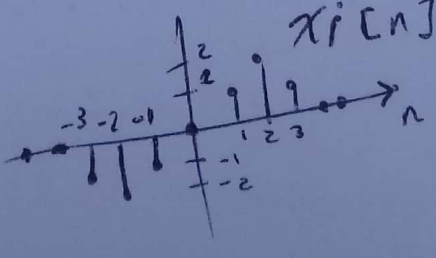
$$x_p[n] = \{\ldots0,1,2,1,\underset{\uparrow}{0},1,2,1,0\ldots\}$$

$$x_i[n] = \frac{1}{2}\{\ldots0,-2,-4,-2,\underset{\uparrow}{0},2,4,2,0\ldots\}$$

$$x_i[n] = \{\ldots0,-1,-2,-1,\underset{\uparrow}{0},1,2,1,0\ldots\}$$



;



1.13

considere

$$x(t) = \cos 15t$$

(a) encuentre el valor de muestreo T_s tal que $x[n] = x(nT_s)$ es una secuencia periódica

(b) encuentre el periodo fundamental de $x[n] = x(nT_s)$ si $T_s = 0.1\pi$ segundos.

a. el periodo

$$T_0 = \frac{2\pi}{15}$$ usando la ecuación

$$\frac{T_s}{T_0} = \frac{m}{N_0}$$

$$\Rightarrow \frac{T_s}{\frac{2\pi}{15}} = \frac{m}{N_0} \rightarrow T_s = \frac{2\pi}{15}\frac{m}{N_0}$$

así $T_s = \frac{m}{N_0}\frac{2\pi}{15}$ $m, N_0 \in \mathbb{Z}^+$

b. si $T_s = 0.1\pi = \frac{\pi}{10}$

entonces

$$\frac{\cancel{\pi}}{10} = \frac{m}{N_0}\frac{2\cancel{\pi}}{15} \longrightarrow N_0 = \frac{4}{3}m$$

el entero más pequeño para N_0 se logra si $m = 3$

así el periodo fundamental de $x[n] = x(0.1\pi n)$ es $N_0 = 4$

1.15. Sean $x_1[n]$ y $x_2[n]$ secuencias periódicas con periodo fundamental N_1 y N_2 respectivamente.

¿Bajo qué condiciones la suma $x[n] = x_1[n] + x_2[n]$ es periódica y cuál es su periodo fundamental si así fuera?

Dado que $x_1[n]$ y $x_2[n]$ son periódicas con periodo fundamental N_1 y N_2 tenemos que:

$$x_1[n] = x_1[n+N_1] = x_1[n+kN_1] \qquad k, m \in \mathbb{Z}^+$$
$$x_2[n] = x_2[n+N_2] = x_2[n+mN_2]$$

así

$$x[n] = x_1[n] + x_2[n] = x_1[n+kN_1] + x_2[n+mN_2]$$

para que $x[n]$ sea periódica entonces

$$x[n] = x[n+N]$$

así pues

$$x[n+N] = x_1[n+kN_1] + x_2[n+mN_2] = x_1[n+kN] + x_2[n+mN]$$

$$\Rightarrow N = kN_1 = mN_2$$

donde siempre habrá valores de k y m que satisfagan la ecuación anterior

su periodo fundamental es, entonces, un múltiplo común de N_1 y N_2

1.19 Muestre las siguientes igualdades

$$a. \sum_{n=0}^{N-1} a^n = \begin{cases} \frac{1-a^N}{1-a} & a \neq 1 \\ N & a = 1 \end{cases}$$

$$b. \sum_{n=0}^{\infty} a^n = \frac{1}{1-a} \quad |a| < 1$$

$$c. \sum_{n=k}^{\infty} a^n = \frac{a^k}{1-a} \quad |a| < 1$$

$$d. \sum_{n=0}^{\infty} n a^n = \frac{a}{(1-a)^2}$$

a.

$$\sum_{n=0}^{N-1} a^n = a^0 + \cancel{a^1} + \cancel{a^2} + \dots + \cancel{a^{N-2}} + a^{N-1} = S$$

$$(1 + a + a^2 + \dots + a^N \cdot a^{-2} + a^N a^{-1} = S)\, a$$

$$\cancel{a} + \cancel{a^2} + a^3 + \dots + \cancel{a^N a^{-1}} + a^N = aS$$

$$S - aS = 1 - a^N$$

$$S = \frac{1-a^N}{1-a} \longrightarrow \sum_{n=0}^{N-1} a^n = \frac{1-a^N}{1-a} \quad si \ a \neq 1$$

si $a = 1$

$$\sum_{n=0}^{N-1} 1^n = 1^0 + 1^1 + 1^2 + \dots + 1^{N-2} + 1^{N-1}$$

$N-1+1$ elementos

N elementos $\quad \sum_{n=0}^{N-1} a^n = N$ si $a = 1$

$$b. \sum_{n=0}^{\infty} a^n = \lim_{N\to\infty} \sum_{n=0}^{N} a^n = \lim_{N\to\infty} \frac{1-a^{N+1}}{1-a} \quad si \ |a|<1$$

$$\Rightarrow \lim_{N\to\infty} a^{N+1} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a^n = \frac{1}{1-a} \quad |a| < 1$$

c. $\sum_{n=K}^{\infty} a^n = a^K + a^{K+1} + a^{K+2} + \dots$

primero

$$\sum_{n=K}^{N} a^n = a^K + a^{K+1} + \dots + a^{K+N-1} + a^{K+N} = a^K(a^0 + a^1 + a^2 + \dots + a^{N-1} + a^N)$$

$$= a^K \sum_{n=0}^{N} a^n = a^K \frac{1-a^{N+1}}{1-a}$$

$$\Rightarrow a^K \lim_{N\to\infty} \frac{1-a^{N+1}}{1-a} = \frac{a^K}{1-a} \quad \text{si} \quad |a|<1$$

d. si derivamos

$$\frac{d}{da}\left(\sum_{n=0}^{\infty} a^n = \frac{1}{1-a}\right) \quad |a|<1$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} n a^{n-1} = \frac{1}{(1-a)^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n a^n}{a} = \frac{1}{a}\sum_{n=0}^{\infty} n a^n = \frac{1}{(1-a)^2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n a^n = \frac{a}{(1-a)^2}$$