PR13

Montiel Cruz Jorge de Jesús

7.5 Use $\frac{W}{\pi}\operatorname{sinc}(Wt) \Longleftrightarrow \operatorname{rect}\left(\frac{\omega}{2W}\right)$ y la propiedad de traslación en el tiempo para mostrar que la ~~propiedad~~ transformada de $\operatorname{sinc}(\omega_0(t-T))$ es $\pi/\omega_0 \operatorname{rect}\left(\frac{\omega}{2\omega_0}\right)e^{-j\omega T}$ bosqueje el espectro de amplitud y fase.

sea

$$x(t) = \frac{W}{\pi}\operatorname{sinc}(Wt) \Longleftrightarrow \operatorname{rect}\left(\frac{\omega}{2W}\right)$$

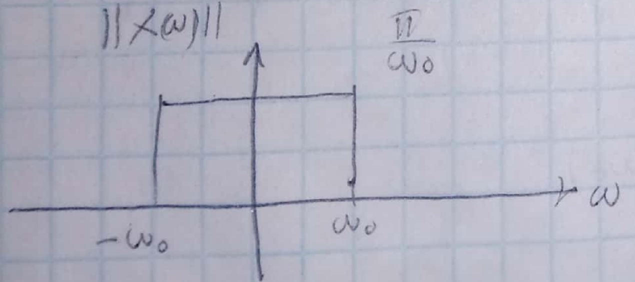
entonces, según la propiedad de traslación en el tiempo

$$x(t-t_0) = \frac{W}{\pi}\operatorname{sinc}(W(t-t_0)) \Longleftrightarrow \operatorname{rect}\left(\frac{\omega}{2W}\right)e^{-j\omega t_0}$$

así, si $t_0 = T$ y $W = \omega_0$, tenemos que

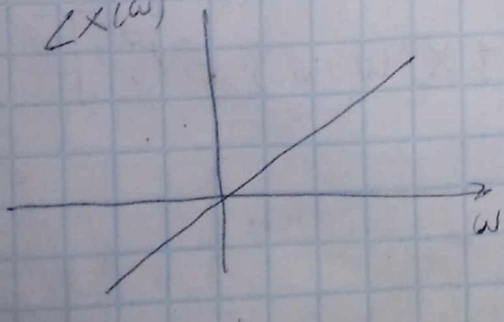
$$x(t-T) = \frac{\omega_0}{\pi}\operatorname{sinc}(\omega_0(t-T)) \Longleftrightarrow \operatorname{rect}\left(\frac{\omega}{2\omega_0}\right)e^{-j\omega T}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sinc}(\omega_0(t-T)) \Longleftrightarrow \frac{\pi}{\omega_0}\operatorname{rect}\left(\frac{\omega}{2\omega_0}\right)e^{-j\omega T}$$



$$\frac{\pi}{\omega_0}e^{-j\omega T} = \frac{\pi}{\omega_0}(\cos\omega T + j\operatorname{sen}\omega T)$$

$$\frac{\pi}{\omega_0}\cos\omega T + j\frac{\pi}{\omega_0}\operatorname{sen}\omega T.$$



$$\angle X(\omega) = \arctan\left(\frac{\frac{\pi}{\omega_0}\operatorname{sen}\omega T}{\frac{\pi}{\omega_0}\cos\omega T}\right) = \omega T$$

7.6 Muestre que

$$x(t)\cos(\omega_0 t+\theta) \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[X(\omega-\omega_0)e^{j\theta}+X(\omega+\omega_0)e^{-j\theta}\right]$$

$$x(t)\cos(\omega_0 t+\theta) = x(t)\,\frac{1}{2}\left[e^{j(\omega_0 t+\theta)}+e^{-j(\omega_0 t+\theta)}\right]$$

usando.

$$x(t)e^{-j\omega_0 t} \Leftrightarrow X(\omega+\omega_0) \quad (1)$$

$$x(t)e^{j\omega_0 t} \Leftrightarrow X(\omega-\omega_0)$$

~~y~~

~~x(t)~~

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x(t)e^{j\omega_0 t}e^{j\theta}+\frac{1}{2}x(t)e^{-j\omega_0 t}e^{-j\theta}$$

aplicándole transformada de Fourier

$$\frac{e^{j\theta}}{2}\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{j\omega_0 t}e^{-j\omega t}dt+\frac{1}{2}e^{-j\theta}\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j\omega_0 t}e^{-j\omega t}dt$$

usando (1)

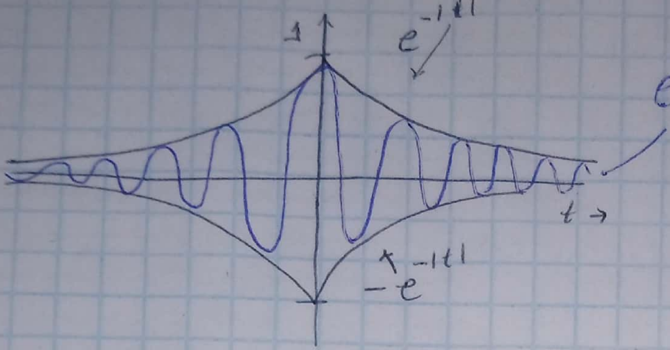
$$=\frac{e^{j\theta}}{2}X(\omega-\omega_0)+\frac{e^{-j\theta}}{2}X(\omega+\omega_0)$$

así.

$$x(t)\cos(\omega_0 t+\theta) \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[X(\omega-\omega_0)e^{j\theta}+X(\omega+\omega_0)e^{-j\theta}\right]$$

7.7 Bosqueje la señal $e^{-|t|}\cos 10t$

encuentre la transformada de Fourier y bosqueje su espectro



sabemos que

$$x(t)\cos\omega_0 t \Longleftrightarrow \frac{1}{2}\left[X(\omega-\omega_0)+X(\omega+\omega_0)\right]$$

en este caso $x(t) = e^{-|t|}$ y $\omega_0 = 10$.

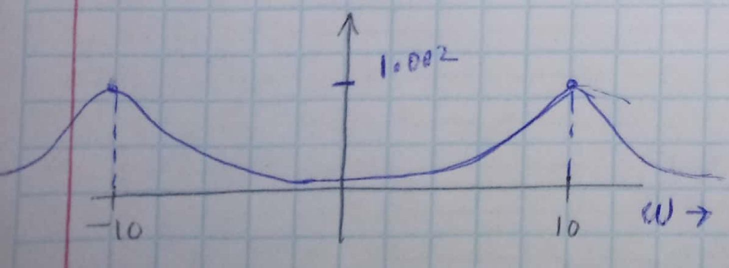
podemos ver a $x(t)$ como $e^{t}u(-t) + e^{-t}u(t)$.

así, la transformada de Fourier

$$\int_{-\infty}^{0} e^{t}e^{-j\omega t}\,dt + \int_{0}^{\infty} e^{-t}e^{-j\omega t}\,dt = \frac{1}{1-j\omega} + \frac{1}{1+j\omega} = \frac{2}{1+\omega^2}$$

de lo que sabemos, resulta que.

$$e^{-|t|}\cos 10t \Longleftrightarrow \frac{1}{1+(\omega-10)^2} + \frac{1}{1+(\omega+10^2)}$$



* el espectro de fase es siempre cero. pues $X(\omega)$ es real.