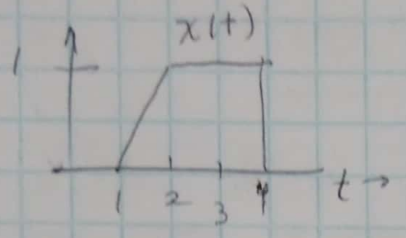
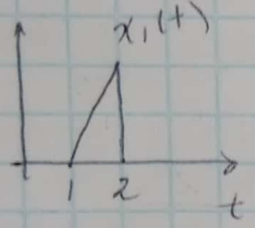
RCFB25

Montiel Cruz Jorge de Jesús

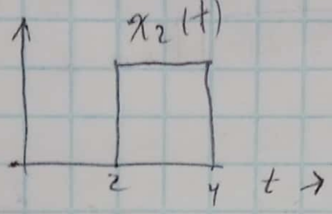
4.4. encuentre la transformada de Laplace de $x(t)$



Puede verse como



+



$$x(t) = (t-1)\left[u(t-1) - u(t-2)\right] + \left[u(t-2) - u(t-4)\right]$$

$$= (t-1)\,u(t-1) - (t-1)\,u(t-2) + u(t-2) - u(t-4)$$

$$= (t-1)\,u(t-1) - (t-2)\,u(t-2) - u(t-4)$$

aplicando propiedad de traslación en el tiempo

si

$$x(t) \Longleftrightarrow X(s)$$

$$x(t-t_0) \Longleftrightarrow X(s)\,e^{-st_0}$$

$$(t-1)\,u(t-1) \Longleftrightarrow \frac{1}{s^2}e^{-s} \quad y \quad (t-2)\,u(t-2) \Longleftrightarrow \frac{1}{s^2}e^{-2s}$$

$$u(t-4) \Longleftrightarrow \frac{1}{s}e^{-4s}$$

así

$$X(s) = \frac{1}{s^2}e^{-s} - \frac{1}{s^2}e^{-2s} - \frac{1}{s}e^{-4s}$$

4.5 encuentre la inversa de Laplace de

$$x(s) = \frac{s+3+5e^{-2s}}{(s+1)(s+2)}$$

el factor e^{-2s} expresa un retardo en el tiempo.

así, separamos en términos con retardo y sin retardo

$$= \underbrace{\frac{s+3}{(s+1)(s+2)}}_{X_1(s)} + \underbrace{\frac{5e^{-2s}}{(s+1)(s+2)}}_{X_2(s)\,e^{-2s}}$$

$$X_1(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} = \frac{2}{s+1} - \frac{1}{s+2}$$

$$X_2(s) = \frac{5}{(s+1)(s+2)} = \frac{5}{s+1} - \frac{5}{s+2}$$

$$x_1(t) = (2e^{-t} - e^{-2t})u(t)$$

$x_2(t) = 5(e^{-t} - e^{-2t})u(t) \Leftrightarrow X_2(s)$ pero teníamos $x_2(t-2)$

$$x(t) = (2e^{-t} - e^{-2t})u(t) + 5(e^{-(t-2)} - e^{-2(t-2)})u(t-2)$$

4.6 encuentre $e^{-at}\cos bt\, u(t) \Leftrightarrow \dfrac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$.

a partir de

$$\cos bt\, u(t) \Leftrightarrow \frac{s}{s^2+b^2}$$

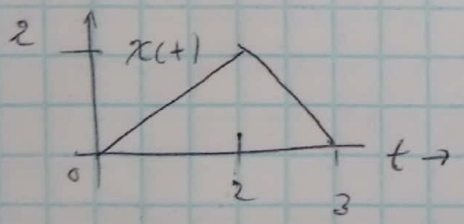
y la propiedad de traslación en frecuencia

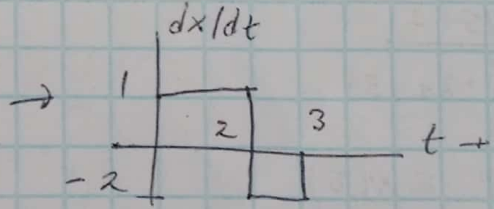
$$x(t)\,e^{s_0 t} \Leftrightarrow X(s-s_0)$$

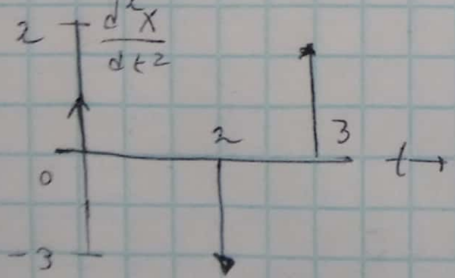
si $s_0 = -a$

$$e^{-at}\cos bt\, u(t) \Leftrightarrow \frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$$

4.7 encuentre la transformada de Laplace de $x(t)$ usando propiedades de diferenciación en el tiempo y traslación en el tiempo.







$$\frac{d^2x}{dt^2} = \delta(t) - 3\delta(t-2) + 2\delta(t-3)$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^2x}{dt^2}\right\} = \mathcal{L}\left\{\delta(t) - 3\delta(t-2) + 2\delta(t-3)\right\}$$

$$s^2X(s) - 0 - 0 = 1 - 3e^{-2s} + 2e^{-3s}$$

$$X(s) = \frac{1}{s^2}\left(1 - 3e^{-2s} + 2e^{-3s}\right)$$

4.8.
Use la propiedad de convolución en el tiempo para encontrar $c(t) = e^{at}u(t) * e^{bt}u(t)$

* Usando
$$x_1(t) * x_2(t) \Longleftrightarrow X_1(s)X_2(s)$$

$$C(s) = \frac{1}{(s-a)(s-b)} = \frac{1}{a-b}\left[\frac{1}{s-a} - \frac{1}{s-b}\right]$$

cuya transformada inversa es

$$c(t) = \frac{1}{a-b}\left(e^{at} - e^{bt}\right)u(t)$$

4.9 Determine los valores iniciales de $y(t)$ si su transformada de Laplace $Y(s)$ está dada por.

$$Y(s) = \frac{10(2s+3)}{s(s^2+2s+5)}$$

Usando
$$x(0^+) = \lim_{s\to\infty} sX(s)$$

y
$$\lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} sX(s)$$

$$y(0^+) = \lim_{s\to\infty} sY(s) = \lim_{s\to\infty} \frac{10(2s+3)}{s^2+2s+5} = 0$$

$$y(\infty) = \lim_{s\to 0} sY(s) = \lim_{s\to 0} \frac{10(2s+3)}{s^2+2s+5} = 6.$$