Instituto Politécnico Nacional
Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Análisis de señales y sistemas
Eval. Diagnostica
Fecha: 09/agosto/2018
Tiempo: 80 minutos

Nombre: Montiel Cruz Jorge de Jesús
Grupo: 2MV1
Dr. Rafael Martínez Martínez

Este examen consta de 9 páginas (incluyendo esta portada) y 5 problemas. Verifique si falta alguna página. Escriba los datos solicitados en la parte superior y escriba sus iniciales en la parte superior de cada hoja por si llegarán a separarse las hojas.

Se requiere que muestre el trabajo realizado en cada problema de este examen. Puede utilizar formulario y calculadora. Las siguientes normas se aplicarán:

- **Cada problema/ejercicio debe tener** procedimiento ordenado y completo que justifique adecuadamente la respuesta anotada.
- **Si falta el procedimiento** o este no justifica la respuesta anotada entonces el problema vale 0 puntos aunque la respuesta sea correcta.
- **Un examen sucio y/o en desorden** puede provocar 10 puntos menos en la calificación del examen.
- Cualquier **intento de fraude**, por ejemplo compartir o copiar soluciones, amerita un reporte en subdirección académica y la cancelación inmediata de la evalaución.

Problema	Puntos	Calificación
1	20	16
2	20	15
3	20	0
4	20	18
5	20	15
Total:	100	64

No escriba en la tabla de la derecha.

1. $\boxed{\text{20 puntos}}$

Resuelvas los siguientes límites, puedes justificar los resultados con un procedimiento analítico o gráfico

a) $\lim\limits_{t\to\infty} e^{-3t}cos(-t)$

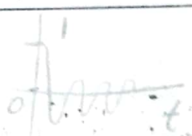
b) $\lim\limits_{t\to\infty} e^{2t}sen(2t)$

c) $\lim\limits_{t\to\infty} e^{-2t}t^2$

d) $\lim\limits_{t\to\infty} \frac{sen(t)}{t}$

e) $\lim\limits_{t\to 0} \frac{\sqrt{1-cos^2(t)}}{t}$

-2
-9.88

a) $\lim\limits_{t\to\infty} e^{-3t}\cos(-t) = \lim\limits_{t\to\infty} e^{-3t}\cos t$  $\lim\limits_{t\to\infty} e^{-3t}\cos t = 0$

b) $\lim\limits_{t\to\infty} e^{2t}\,sen\,2t$ $u=2t$, $\frac{u}{2}=t$, $t\to\infty$, $\frac{u}{2}\to\infty$ $\Rightarrow \lim\limits_{\frac{u}{2}\to\infty} e^{u}\,sen\,u$ No existe

c) $\lim\limits_{t\to\infty} e^{-2t}t^2 = \lim\limits_{t\to\infty}\frac{t^2}{e^{2t}} \overset{LH}{=} \lim\limits_{t\to\infty}\frac{2t}{2e^{2t}} \overset{LH}{=} \lim\limits_{t\to\infty}\frac{1}{2e^{2t}} = 0$

d) $\lim\limits_{t\to\infty}\frac{sen\,t}{t}$ No existe, oscila.

por definición

e) $\lim\limits_{t\to 0}\frac{\sqrt{1-\cos^2 t}}{t} = \lim\limits_{t\to 0}\frac{|sen\,t|}{t} = \lim\limits_{t\to 0}\frac{sen\,t}{t} = 1$

16/20

2. 20 puntos

Resuelva las siguientes integrales

a) $\int_{-1}^{\infty} te^{-|2t|}\,dt$

b) $\int_{-2}^{2} -t^2 sen(4t)\,dt$

a) $\int_{-1}^{\infty} t e^{-|2t|}\,dt$

$u = -|2t|$

$\Rightarrow \int t e^{-|2t|}\,dt \Rightarrow$ t , $e^{-|2t|}$; 1 , $-\frac{1}{2}e^{-|2t|}$; 0 , $\frac{1}{4}e^{-|2t|}$

$-\frac{t}{2}e^{-|2t|} - \frac{1}{4}e^{-|2t|} \Rightarrow$

si $t \to \infty$ $|2t| = 2t$; si $t = -1$ $|2t| = -2t$

$\Rightarrow -e^{-|2t|}\left(\frac{t}{2} - \frac{1}{4}\right)\Big|_{-1}^{a} = \lim_{a\to\infty} -e^{-2a}\left(\frac{a}{2} - \frac{1}{4}\right) + e^{-(-2(-1))}\left(\frac{-1}{2} - \frac{1}{4}\right)$

$= \lim_{a\to\infty} -\frac{1}{e^{2a}}\left(\frac{a}{2} - \frac{1}{4}\right) + e^{-2}\left(-\frac{3}{4}\right)$

$e^{2a} > \frac{a}{2}$ si $a \to \infty$

$= -\frac{3}{4}e^{-2}$

1/2

de formulario

b) $\int_{-2}^{2} -t^2 sen\, 4t\, dt \Rightarrow -\int t^2 sen\, 4t\, dt = -\left(-\frac{1}{4}t^2\cos 4t + \frac{2}{4}\int t\cos 4t\, dt\right)$

$= -\left(-\frac{1}{4}t^2\cos 4t + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}t\, sen 4t - \frac{1}{4}\int sen\, 4t\, dt\right)\right)$

$= \frac{1}{4}t^2\cos 4t - \frac{1}{8}t\, sen\, 4t - \frac{1}{32}\cos 4t \rightarrow$ evaluando los límites sup. e inf.

$\frac{1}{4}2^2\cos(2(2)) - \frac{1}{8}(2)(sen\, 4(2)) - \frac{1}{32}\cos(4(2)) - \frac{1}{4}2^2(\cos(2(2)) + \frac{1}{8}(2)sen 4(2) + \ldots$

$\ldots + \frac{1}{32}\cos(4(2))$

$= 0$

15/20

función par, t^2, por función par sen 4t es función, así pues, de -6 a 6 es 0.

3. $\boxed{\text{20 puntos}}$

Desarrolle las siguientes expresiones en fracciones parciales

a) $\dfrac{s^2+3s}{(s^2+2s+1)}$

b) $\dfrac{s^2+1}{(s^2+5s+2)(s+4)}$

a) $\dfrac{s^2+3s}{(s^2+2s+1)} = \dfrac{s^2+3s}{(s+1)^2} = \dfrac{K_1}{s+1} + \dfrac{C_1 s+C_2}{(s+1)^2}$

$s(s+3) = s^2+3s = K_1(s+1) + (C_1 s + C_2)$

b) $\dfrac{s^2+1}{(s^2+5s+2)(s+4)} = \dfrac{As+B}{s^2+5s+2} + \dfrac{C}{s+4}$

$s^2+1 = (As+B)(s+4) + C(s^2+5s+2)$

$s^2+1 = (A+C)s^2 + (4A+B+5C)s + 4B+2C$

$\begin{cases} A+C=1 \\ 4B+2C=1 \\ 4A+B+5C=0 \end{cases}$

resolviendo el sistema $A=\frac{19}{2}$, $B=\frac{9}{2}$, $C=-\frac{17}{2}$

$\dfrac{s^2+1}{(s^2+5s+2)(s+4)} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{19s+9}{s^2+5s+2} - \dfrac{17}{2}\cdot\dfrac{1}{s+4}$

0/20

4. $\boxed{\text{20 puntos}}$

Dados los siguientes números complejos $z_1 = -1 + 3i$, $z_2 = -1 - 2i$, $z_3 = 3e^{-2.5j}$.

a) Gráfica cada número en el plano complejo

b) Encuentra la fase (ángulo) y magnitud (norma) de z_1 y z_2 (forma polar)

c) Encuentra la fase (ángulo) y magnitud (norma) de

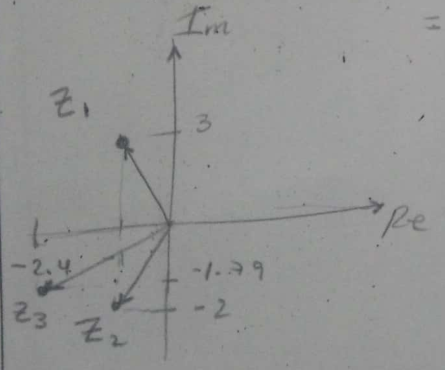
- z_1/z_2
- $z_1 * z_2$

a) $z_1 = -1 + 3i$

$z_2 = -1 - 2i$

$z_3 = 3e^{-2.5j} = 3(\cos(-2.5) + j\,\text{sen}(-2.5))$

$= -2.4 + j1.79$



b) $z_1 = -1 + 3i$

$|z_1| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

$\phi = \arctan\left(\frac{3}{-1}\right) = -71.56° \rightarrow \phi + 180° = 108.43° = \theta$

$z_1 = \sqrt{10}\, e^{108.43° i}$

$z_2 = -1 - 2i$

$|z_2| = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$ $\phi = \arctan\left(\frac{-2}{-1}\right) = 63.43° \rightarrow \phi + 180 = \theta = 243.43°$

$z_2 = \sqrt{5}\, e^{243.43° i}$

c) fase y magnitud

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{10}\, e^{108.43^\circ i}}{\sqrt{5}\, e^{243.43^\circ i}} = \sqrt{2}\, e^{-135^\circ i}$$

$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \sqrt{2} \quad \& \quad \theta = -135^\circ$$

$$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{10}\, e^{108.43^\circ i} \sqrt{5}\, e^{243.43^\circ i}$$

$$= 5\sqrt{2}\, e^{351.86^\circ i}$$

$$|z_1 \cdot z_2| = 5\sqrt{2} \quad \theta = 351.86^\circ$$

1/2

18/20

5. 20 puntos

Dada la función

$$f(t) = \int_0^t sen(\tau)\, d\tau$$

a) Encuentra el dominio de $f(t)$

b) Encuentra los máximos y mínimos de $f(t)$

c) Encuentra las intersecciones de la gráfica $f(t)$ con el eje horizontal y vertical.

d) Bosqueja la gráfica de $f(t)$.

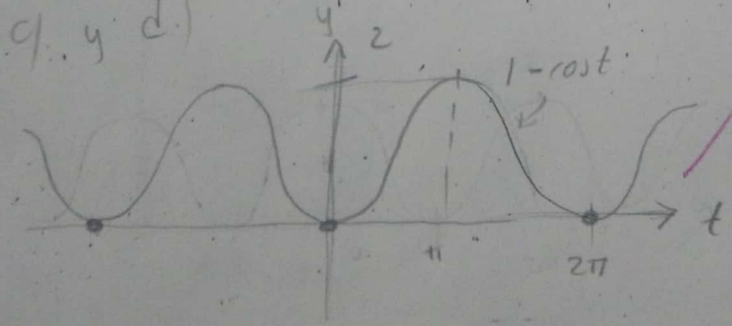
$$f(t) = \int_0^t sen(\tau)\, d\tau$$

$$= -\cos \tau \Big|_0^t = -\cos t + \cos 0 = 1 - \cos t = f(t)$$

a)
Dominio
$(-\infty, \infty)$

b)
máximos y mínimos $1-\cos t$ oscila de 2 a 0
máximo $= 2$ en $t = n\pi$ con $n = 1, 3, 5, 7 \ldots$ 1/2
mínimo $= 0$ en $t = a\pi$ con $a = 0, 2, 4, 6 \ldots$ 1/2

c. y d.)



intersecciones con el eje horizontal
en $t = n\pi$
con $n = 1, 3, 5, 7 \ldots$

intersecciones con el eje vertical
en $y = 0$

15/20