Instituto Politécnico Nacional

Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

Análisis de señales y sistemas / Señales y sistemas

Segundo Examen departamental, lunes 15 de junio de 2015. **Nombre:**____

Instrucciones:

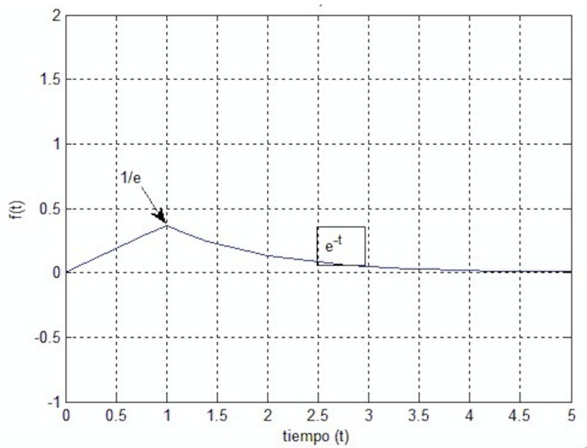
- Cada problema/ejercicio debe tener procedimiento ordenado y completo que justifique adecuadamente la respuesta anotada.
- Si falta el procedimiento o este no justifica la respuesta anotada entonces el problema vale 0 puntos aunque la respuesta sea correcta.
- No realice procesos en estas hojas, use para ello las hojas anexas. Preferentemente use lápiz. No olvide identificar el ejercicio e inciso que está resolviendo. Anote su resultado final con tinta.
- No puede contestar el teléfono celular durante el examen
- Cualquier intento de fraude amerita un reporte en subdirección académica.
- Un examen sucio y/o en desorden puede provocar 10 puntos menos en la calificación del examen.

---

1. Deduzca por definición la transformada de Laplace de las siguientes funciones, e indique su región de convergencia.

a) $f(t) = te^{-t}u(t)$

b)



2. Encuentra la transformada inversa de las siguiente función

$$H(s) = \frac{(2s+5)e^{-2s}}{s^2+5s+6}$$

3. Utilizando transformada de Laplace resuelva la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+4\frac{dy(t)}{dt}+4y(t) = \frac{df(t)}{dt}+f(t), \quad y(0^-)=2, \quad \dot{y}(0^-)=1, \quad f(t)=e^{-t}u(t)$$

4. Resuelva la siguientes ecuaciones diferenciales simultaneas utilizando la transformada de Laplace, asumiendo todas las condiciones iniciales (por la izquierda) iguales a cero y la entrada $f(t) = u(t)$

$$\begin{aligned} \frac{dy_1(t)}{dt} + 3y_1(t) - 2y_2(t) &= \mathrm{f(t)} \\ 2\mathrm{y}_1 + 2\frac{dy_2(t)}{dt} + 4y_2(t) &= 0 \end{aligned}$$

5. Considera un sistema con la siguiente representación en Simulink (ver Figura 1)

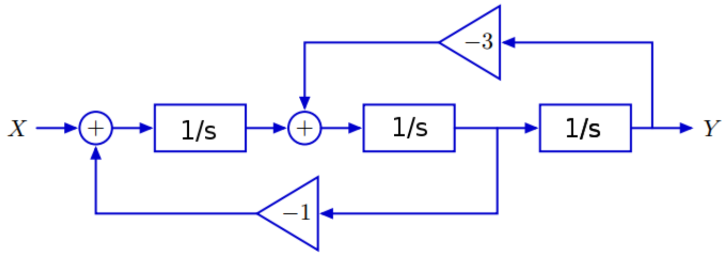


Figura 1: Diagrama de Simulink

a. ¿Es posible representar a este sistema como una ecuación diferencial con coeficientes constantes donde $y(t)$ es la salida del sistema y $x(t)$ es la entrada ? (conteste sólo SI o NO en su hoja de solución)

b. Si contesto que SI. ¿ Cuál es la ecuación diferencial que relaciona la entrada con la salida?

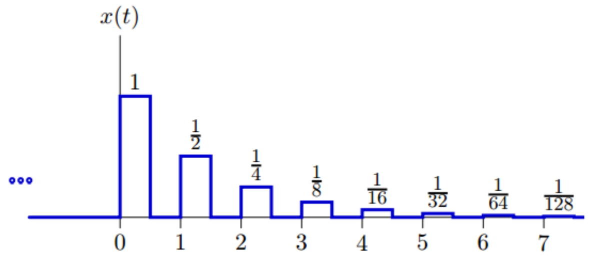
c. Si contesto NO. Explique

d. Determine la respuesta del sistema (el cual se encuentra en reposo) mediante transformada de Laplace si $x(t) = \delta(t)$

Ayuda: recuerde por que era necesario incluir a los bloques de integración.

6. Determine la transformada de Laplace de $x(t)$ y la región de convergencia, si $x(t)$ se define como sigue:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 0.5 \\ 1/2 & 1 < t < 1.5 \\ 1/4 & 2 < t < 2.5 \\ 1/8 & 3 < t < 3.5 \\ 1/16 & 4 < t < 4.5 \\ \cdots & \\ 1/2^n & n < t < n + 0.5 \\ \cdots & \\ 0 & \text{Otro caso} \end{cases}$$



Ayuda: Recuerde el desarrollo para la transformada de Laplace de una función periódica.

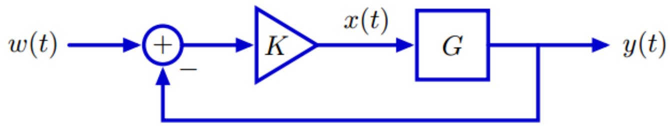
7. Sea G un sistema causal que esta descrito por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{dx(t)}{dt} - x(t)$$

Donde $x(t)$ representa la señal de entrada y $y(t)$ representa la señal de salida.

a. Determine la salida $y(t)$ del sistema (mediante transformada de Laplace) G cuando la entrada es $x(t) = e^{-t}u(t)$

Ahora considera el siguiente esquema que contiene al sistema G descrito previamente.



b. Determina la ecuación diferencial que relaciona a $w(t)$ con $y(t)$ cuando $K = 10$. La ecuación diferencial no debe contener a $x(t)$.

c. Con el calor de K propuesto ¿El nuevo sistema es estable?

d. (Opcional) ¿Existe un valor de K donde el nuevo sistema sea inestable?