

A 1.- Modelo Numérico Hidro-Morfodinámico

A 1.1.- Introducción

En la actualidad, hay una tendencia claramente creciente al uso de modelos numéricos predictivos de los procesos hidrodinámicos, morfodinámicos y de evolución costera, como soporte de decisiones en las actuaciones de ingeniería y administración de recursos costeros. A pesar de esta creciente demanda de modelos numéricos predictivos, la gran mayoría de esos modelos raramente se comparan (y validan) con datos de campo reales tomados en la zona de interés. Sin la calibración necesaria, “trasladar” los resultados del modelado numérico de los procesos hidromorfodinámicos y de evolución costera a situaciones reales es, como mínimo, ambiguo y en ciertos casos podría ser hasta contraproducente.

Esto no debe resultar tan sorprendente, teniendo en cuenta que la predicción de los procesos hidromorfodinámicos aún tiene muchas incertidumbres asociadas. Los modelos analíticos (aproximaciones teóricas) y los modelos numéricos desarrollados a partir de estos planteamientos conceptuales dependen de entender y correlacionar magnitudes de muchos procesos, complicados e interactivos (no-lineales). Además, todavía al día de hoy, no se ha llegado a la total comprensión de muchos de estos procesos y la capacidad de medirlos todos (aún cuando ha aumentado enormemente con el desarrollo tecnológico e informático) sigue siendo limitada. En los desarrollos teóricos de estos procesos se suelen hacer simplificaciones importantes, que aunque suelen arrastrar un error, pueden ser válidas desde el punto de vista de la Ingeniería de Costas. No obstante, este error no siempre es despreciable. Situaciones perfectamente naturales en el medio marino, como la actividad biológica, la diversidad en las características granulométricas del fondo y/o el desfase temporal entre la hidrodinámica y la respuesta morfológica, es decir, el tiempo de reacción y el de relajación (De Boer, 1992), suelen ser muy simplificados e incluso “olvidados”. Por lo tanto, no ha de perderse de vista que incluso las mejores metodologías disponibles para la predicción de los procesos hidromorfodinámicos y la evolución costera tienen un margen de error muy importante (se espera un error de hasta un factor de 5 en el 70% de los casos en la predicción del transporte de sedimentos en ambientes marinos). Las predicciones pueden mejorarse considerablemente utilizando datos específicos de la zona de interés. Los errores y las incertidumbres asociadas al modelado (predicción) hidromorfodinámico provienen pues del uso de expresiones o formulaciones incompletas o imprecisas de los procesos involucrados, el uso de métodos de predicción fuera de su rango de validez e incluso errores en las medidas de campo para validar los modelos. Esto es en parte debido a que la mayor parte de los datos de campo disponibles se han tomado en playas en Estados Unidos, con lo que su utilidad para calibrar modelos en playas de otras partes del mundo es limitada, y que muchos de los experimentos de campo realizados por parte de institutos de investigación o universidades han sido enfocados al entendimiento de los procesos físicos existentes mas que a la evaluación de modelos numéricos.

Por lo tanto, la evaluación de los modelos numéricos hace necesaria la adquisición específica de un gran conjunto de datos, con una amplia cobertura espacial y temporal de los distintos procesos físicos que tienen lugar en la zona costera modelada y en lugares y puntos muy específicos también, como en los contornos del dominio computacional. Al mismo tiempo, esta mejora en la capacidad predictiva de los modelos numéricos se traduce en una mejor comprensión de la física de los procesos. Así, el conocimiento obtenido de esta tarea complementaria de medidas y modelado numérico, se puede traducir en una utilidad práctica para la sociedad, en cuanto a que ayude a un mejor manejo y administración de los recursos costeros.

De todo lo anterior, se desprende que, al llevar a cabo la predicción mediante el modelado numérico, es muy recomendable llevar a cabo análisis de sensibilidad de los modelos para estimar tanto los errores en los resultados de salida del modelo (provenientes de las incertidumbres de las expresiones utilizadas y/o de los datos de entrada) así como las diferencias entre distintos métodos de predicción. Las incertidumbres típicas en algunos de los parámetros de entrada de los modelos numéricos son (Soulsby, 1997):

- Densidad del Agua, $\rho \pm 0.2\%$
- Viscosidad Cinemática del Agua, $\nu \pm 10\%$
- Densidad del Sedimento, $\rho_s \pm 2\%$
- Granulometría, $(d_{10}, d_{50}, d_{90}, \text{etc.}) \pm 20\%$
- Profundidad del dominio, $h \pm 5\%$
- Velocidad de la Corriente, $\bar{U} \pm 10\%$
- Dirección de la Corriente, $\pm 10^\circ$
- Altura de Ola Significante, $H_s \pm 10\%$
- Periodo del Oleaje, $T_z \pm 10\%$
- Dirección del Oleaje, $\pm 15^\circ$

Estas incertidumbres representan la combinación de los errores intrínsecos de la propia instrumentación y de la “representatividad de un único valor de un parámetro (e.g. H_s) aplicados a la predicción de grandes áreas y sobre largos periodos de tiempo¹.

Las incertidumbres provenientes de los valores de la densidad y viscosidad del agua provienen de las variaciones estacionales y espaciales de la salinidad y temperatura del agua de mar; las asociadas a las propiedades del sedimento se deben a las variaciones espaciales y temporales de la composición del fondo, así como de la representatividad del valor para el tamaño de grano; las asociadas a la batimetría (profundidad del fondo) y velocidades de las corrientes se deben a las variaciones en el nivel medio del mar

¹ El oleaje irregular requiere de una aproximación probabilística y de algunos conceptos estadísticos para comprenderlo. El concepto de ola significativa sirve para representar con una única altura y periodo un estado de mar altamente aleatorio. Incluso en condiciones controladas, como en ensayos de laboratorio, hay una cierta limitación en la precisión de las medidas, ya que debido a la aleatoriedad del oleaje, cualquier cantidad derivada de las medidas es susceptible de una cierta variabilidad estadística. Por ejemplo, el cálculo de la altura de ola significativa a partir de un registro de 100 olas, tiene una desviación estándar del 6% (Goda, 1988). Si un ensayo de laboratorio se repite varias veces, con diferentes señales de control bajo el mismo espectro, se pueden encontrar valores de $H_{1/3}$ con una diferencia de hasta un 10%. Es interesante notar que aproximadamente el 13% de las olas serán mas altas que la altura de ola significativa.

(marea astronómica y meteorológica) y a los errores (imprecisiones) de las medidas de los correntímetros; finalmente, las asociadas al oleaje provienen de las técnicas de medida y en buena parte del análisis de datos (pueden llegar a ser muy distintos los resultados estadísticos y los espectrales para el mismo registro, en función de si este es de banda amplia o banda estrecha) y a las variaciones interanuales del clima marítimo.

Las diferencias entre los métodos predictivos para fenómenos razonablemente bien comprendidos es relativamente baja, y bastante grandes para los que no lo están. Algunos ejemplos de las diferencias entre distintos métodos de predicción se presentan en la tabla A 1.1.

Porcentaje	Propiedad
1%	Densidad y Viscosidad del agua
10%	Velocidad orbital del oleaje, Velocidad de caída del sedimento
20%	Tensiones de corte, Velocidades y Alturas de ola umbrales
50%	Tensiones de corte medias y máximas bajo flujos combinados de olas y corrientes
300%	Concentraciones de sedimento en suspensión y tasas de transporte bajo corrientes
500%	Concentraciones de sedimento en suspensión y tasas de transporte bajo flujos combinados de olas y corrientes

Tabla A 1.1.- Diferencias entre los métodos predictivos para distintos parámetros físicos relacionados con el modelado hidro-morfodinámico.

Las costas arenosas se pueden considerar como longitudinalmente uniformes (2D), cuasi-longitudinalmente uniformes (2.5D, es decir, como las longitudinalmente uniformes pero con ciertas no-uniformidades como canales de corrientes de retorno) y no uniformes (3D, es decir, altamente irregulares, con presencia de protuberancias en la misma línea de orilla). Una forma de estimar el grado de complejidad de una playa y el desarrollo y comportamiento de los sistemas arenosos en la costa es simulando numéricamente su comportamiento bajo distintas condiciones ambientales. Los modelos numéricos morfodinámicos se han convertido en herramientas especialmente importantes en la administración de los recursos costeros y toma de decisiones relacionadas con la predicción y evaluación de la respuesta morfológica a los cambios ambientales y a las actuaciones ingenieriles. Estos modelos se basan en distintas suposiciones y aproximaciones distintas para la obtención de la solución. En función de esto (complejidad del propio modelo), pueden haber una serie de grados de libertad (parámetros libres de ajuste) con un abanico de valores posibles con los que ajustar los resultados.

En general, los modelos numéricos morfodinámicos se pueden clasificar de la siguiente manera:

- Modelos de 1 línea (usados por lo regular en la predicción a largo término de la línea de orilla).

- Modelos de Perfiles de Playas (muy apropiados para la predicción a corto término del perfil en costas longitudinalmente uniformes).
- Modelos de Área (mas apropiados para la predicción de la evolución del fondo a corto término en costas mas complejas, 2.5 y 3 D).

Sin embargo, en el caso de los modelos de perfil de playa, aún cuando el grado de comprensión y capacidad de modelado es razonablemente avanzado, siempre queda en el aire la cuestión de la validez de la suposición fundamental, que es la uniformidad longitudinal de una playa y por tanto del grado de precisión de las predicciones. En el caso de playas tridimensionales, los procesos físicos y modelado numérico se encuentran rezagados en relación al primero.

El estado del arte del conocimiento actual de los procesos hidro-morfodinámicos se ve reflejado en el desarrollo actual de modelos numéricos para simular dichos procesos. Estos modelos integran y sintetizan la experiencia y conocimiento (analítico y experimental) obtenido durante muchas campañas de campo y experimentos de laboratorio. Sin embargo, los modelos numéricos siguen conteniendo elementos de naturaleza semi-empírica. En general, se puede afirmar que los modelos morfodinámicos tienen una estructura común, ya que se basan en una descripción de los procesos físicos mas relevantes en relación a una batimetría dada, usando una serie de submodelos que simulan por separado los principales mecanismos hidrodinámicos, tal como la propagación del oleaje y la generación de corrientes inducidas por viento, mareas, diferencia de densidades o rotura del oleaje. El transporte de sedimento asociado (generalmente a una corriente media mas una serie de fluctuaciones debidas a los distintos parámetros no estacionarios presentes en el problema) y los cambios en el nivel (evolución) del fondo marino se incluyen en un sistema cíclico, resultando en una retro-alimentación entre los procesos y una interacción dinámica de los elementos del sistema morfodinámico.

Como se mencionó antes, los modelos numéricos de transporte de sedimentos y evolución costera a corto término se dividen en 2 tipos genéricos: de evolución de perfil de playa y modelos de área. Los modelos de evolución de perfil de playa consideran los procesos físicos en la dirección transversal a la costa (*“cross-shore”*) asumiendo uniformidad longitudinal de la costa. Por lo tanto, estos modelos incluyen las componentes más relevantes del transporte transversal de sedimentos, tales como la asimetría del oleaje, y la presencia de las corrientes de resaca (*“undertow”*). Los cambios en el nivel del fondo se obtienen de la solución numérica de la ecuación de conservación de la masa sedimentaria. Algunos de estos modelos incluyen el cálculo de las corrientes longitudinales inducidas por la rotura del oleaje, las corrientes de marea y el transporte de sedimentos resultante, pero siempre bajo la suposición de la uniformidad longitudinal de la costa. Los modelos de área (generalmente bidimensionales o cuasi tridimensionales) generalmente se componen de una serie de submodelos que describen el campo de oleaje y las corrientes debidas a la marea, rotura del oleaje y viento, flujos de transporte de sedimentos y evolución del fondo. Los modelos tridimensionales describen las corrientes en una malla tridimensional y aunque son muy prometedores, tienen requerimientos computacionales elevados.

Las escalas de los procesos simulados generalmente son del orden de unas cuantas horas a una o dos semanas (para simular cambios relacionados con eventos de tormenta) mientras que la escala espacial utilizada varía de unos cuantos metros a algunos cuantos kilómetros. Por lo tanto estos modelos son de gran valor en la investigación e ingeniería costera y los usos principales que tienen son:

- Evaluación de los efectos morfológicos relacionados con las condiciones climáticas extremas
- Análisis de procesos a pequeña escala y su impacto en la morfodinámica (modelado de diagnóstico).
- Análisis del efecto de las imprecisiones o incertidumbres asociadas al estado actual del conocimiento de los fenómenos físicos o debidos a las suposiciones básicas (simplificaciones) de los modelos y sus efectos en los resultados del modelo (análisis de sensibilidad).
- Los estudios de laboratorio y de campo por lo regular tienen una densidad de puntos de medida bastante limitada, así como la cobertura espacial de las propias medidas, por lo que los modelos numéricos pueden dar información de los procesos en puntos intermedios a los de las propias medidas (interpolación de resultados) y en una mayor área que la que las medidas cubrieron (extrapolación de resultados).
- Diseño de experimentos de campo: en los experimentos de campo es deseable realizar pases previos para identificar los lugares más apropiados de medidas y la resolución espacial y temporal requerida para las medidas.

Sin embargo, a pesar de la gran utilidad de los resultados obtenidos por medio de la simulación numérica, la fiabilidad de los resultados depende de una serie de limitaciones intrínsecas a la naturaleza de los modelos, puesto que aún quedan numerosos vacíos concernientes no solo a los procesos actuantes (y sus interacciones con la topografía) sino que además, los resultados tienen que ver con los propios procedimientos de cálculo y discretización del dominio computacional y de las ecuaciones. Por lo tanto, es importante tener en cuenta las principales limitaciones con las que cuentan los modelos actuales:

- Vacíos en el conocimiento de los procesos relacionados con los principales fenómenos físicos.
- Algunos de dichos procesos se han simplificado mucho en los modelos o no están implementados.
- Algunos de los elementos conceptuales de los modelos no han sido validados con datos de campo.
- Algunos de los módulos más importantes (e.g. el de transporte de sedimentos) requieren de una gran cantidad de información, la mayor parte de las veces con

poca cobertura y que por lo regular no cubren todas las condiciones o todos los procesos.

- Por lo regular, la mayor parte de los modelos carecen de una validación con datos reales de campo o de laboratorio a gran escala (cercana a 1:1). Por lo tanto, aún cuando los diferentes módulos de los modelos funcionen razonablemente bien, el desempeño global de los modelos puede ser muy impreciso.

Para mejorar la capacidad predictiva de las simulaciones numéricas, es necesario tener modelos precisos de los procesos físicos que han sido mejor entendidos ajustados y calibrados (e.g. de la transformación del oleaje) para poder utilizar sus resultados en la simulación de los procesos mas complicados (e.g. transporte de sedimentos o hidrodinámica dentro de la zona de rompientes). No existe un modelo unificado que pueda describir totalmente la naturaleza de los flujos en la realidad, es decir, la magnitud, dirección, distribución espacial y temporal esperada de los flujos para un campo incidente de oleaje aleatorio sobre una batimetría dada.

En la actualidad se están obteniendo avances importantes en el conocimiento de algunos procesos físicos que se comienzan a incluir en los modelos (aunque con el inconveniente de que no existen datos suficientes disponibles para calibrarlos y validarlos):

- Aleatoriedad en todos los parámetros del oleaje.
- Disipación de energía dentro de la zona de rompientes.
- El tipo de rotura del oleaje.
- Transferencia de energía a armónicos superiores.
- El efecto de las fluctuaciones de baja frecuencia (que han sido estudiadas con cierto rigor en campo, pero rara vez se han incluido en los modelos numéricos).
- Procesos físicos en el estrán (zona de *swash*).

En lo que se refiere al modelado del transporte de sedimentos, la descripción de algunos de los procesos más importantes sigue estando en términos empíricos y semi-empíricos (Fredse & Deigaard, 1992; Van Rijn, 1993). Mientras no haya medidas experimentales adecuadas en los puntos mas críticos (e.g. en la capa límite), será muy difícil cuantificar algunos aspectos importantes de la dinámica de la zona cercana a la costa, como el papel de las formas geométricas del lecho en flujos combinados de olas y corrientes, la aleatoriedad del oleaje en los mecanismos del transporte de sedimentos en suspensión, o el papel del transporte por arrastre de fondo. Por lo tanto no es de sorprender que la predicción del transporte de sedimentos tenga una error del orden del 100 % (factor de 2 y 3), muy lejos de la precisión de aproximadamente el 20 % de los parámetros hidrodinámicos.

De todo ello se deduce que hay que realizar un esfuerzo importante en el futuro para poder utilizar, analizar y comparar datos experimentales obtenidos de campañas de campo y resultados simulados. Solo así se podrá evaluar la calidad de la predicción de las simulaciones numéricas cuando se aplican a casos reales. Sin embargo, esto no es una tarea fácil, pues en muchos casos, los datos obtenidos en diversas campañas de campo no resultan totalmente adecuados (e.g. falta de cobertura espacial o temporal, etc.) por lo que podrían resultar insuficientes para la evaluación y calibración de los modelos.

A 1.2.- Descripción del Modelo

El modelo morfodinámico LIMOS incluye 3 módulos (figura A 1.1) que resuelven la propagación del oleaje, la generación de corrientes y el transporte de sedimentos correspondiente. El primer modulo modela la propagación del oleaje resolviendo de manera acoplada la irrotacionalidad del vector número de onda y la conservación de la acción del oleaje.

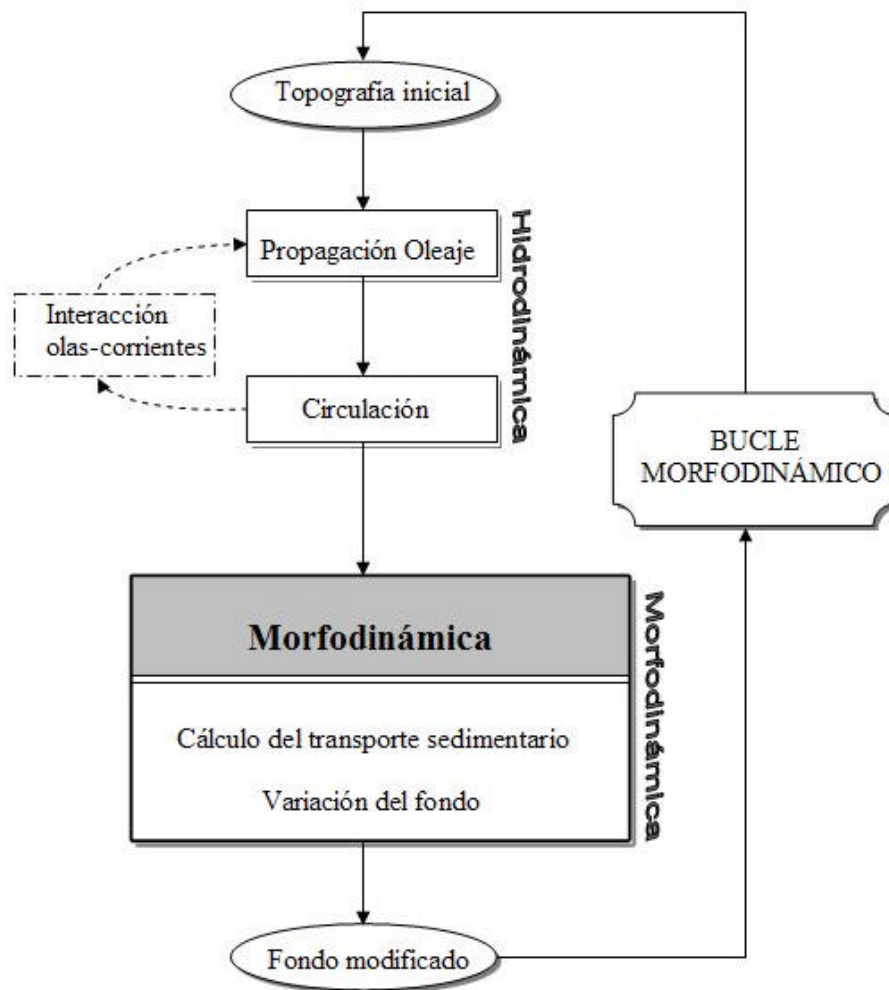


Figura A 1.1.- Diagrama de flujo del modelo morfodinámico.

Una vez realizada la propagación del oleaje en todo el dominio, el segundo módulo resuelve el campo hidrodinámico 2DH a través de las ecuaciones de conservación de la masa y conservación del *momentum*, obtenidas al aplicar los operadores de promediado vertical y temporal.

El último módulo calcula el transporte de sedimentos y los cambios en la topografía de la playa resolviendo las ecuaciones de continuidad y de *momentum* por medio de un esquema numérico Lax-Wendroff de segundo orden. Una vez modificada la batimetría, esta cambiará también el campo de oleaje y el campo hidrodinámico, de tal manera que se re-introduce en el sistema computacional y el proceso comienza de nuevo, recalculando el campo hidrodinámico sobre la “nueva” batimetría. Así, con un campo hidrodinámico estacionario, se calculan los cambios batimétricos, y una vez éstos han cambiado lo suficiente la batimetría, es necesario recalcular la hidrodinámica para estimar adecuadamente las variaciones morfodinámicas. El tiempo necesario para recalcular la hidrodinámica se denomina paso de tiempo morfodinámico ΔT_m y está relacionado con los cambios en el fondo.

A 1.2.1.- Propagación del oleaje

El módulo de la propagación del oleaje se basa en un modelo numérico desarrollado en el LIM-UPC (Rivero *et al.*, 1993; Rivero & Sánchez-Arcilla, 1994), que simula la propagación del oleaje en un dominio cualquiera con una batimetría irregular y en presencia de un campo de corrientes. Se trata de un modelo que promedia la fase y está basado en la ecuación *mild-slope* (Kirby, 1984) con una descripción lineal del oleaje, describiendo el oleaje en términos de su periodo, dirección y altura en cada punto del dominio físico, por lo que también es considerado como un modelo energético. Este módulo puede reproducir los principales fenómenos físicos asociados con la propagación del oleaje: *shoaling*, refracción, difracción, interacción olas-corrientes, dispersión frecuencial no lineal, disipación de la energía producida por la fricción con el fondo y rotura (tanto para oleaje regular como irregular). El modelo no considera reflexión y otros fenómenos no lineales como la asimetría del perfil de la superficie libre (η), dispersión de amplitudes o las interacciones ola-ola.

La dirección de propagación del oleaje α se obtiene a partir de la irrotacionalidad del vector número de onda

$$\vec{\nabla} \times \vec{K} = 0 \quad [A1.1]$$

con las correspondientes relaciones (derivadas de la teoría lineal de oleaje):

$$\omega = \sigma + \vec{K} \cdot \vec{U} \quad [A1.2]$$

$$\sigma^2 = gk \tanh(kh) \quad [A1.3]$$

$$|\vec{K}|^2 = k^2 + \frac{\nabla \cdot (cc_g \nabla H)}{cc_g H} \quad [A1.4]$$

donde \vec{K} es el vector número de onda, ω es la frecuencia absoluta, σ es la frecuencia intrínseca, \vec{U} es el vector corriente, k es un factor de separación, h es la profundidad, $c = \sigma/k$ es la celeridad de fase, $c_g = \partial\sigma/\partial k$ es la celeridad de grupo y H es la altura del oleaje.

La altura del oleaje se calcula a partir de la ecuación de la conservación de la acción del oleaje, incluyendo la disipación de la energía en términos de la rotura del oleaje (D_b) y la fricción con el fondo (D_f):

$$\nabla \cdot \left[(\vec{c}_g + \vec{U}) \frac{E}{\sigma} \right] + \frac{D_b}{\sigma} + \frac{D_f}{\sigma} = 0 \quad [A1.5]$$

donde E/σ es la acción del oleaje y E es la densidad de energía². Los términos de disipación de energía de la ecuación [A1.5] se evalúan con diferentes sub-modelos ampliamente utilizados en la literatura (e.g. Dally, Dean & Dalrymple (1985) para rotura de oleaje regular, Battjes & Janssen (1978) para rotura de oleaje irregular y Tolman (1992) para la fricción con el fondo).

Las características de las ecuaciones matemáticas en las que se basa el módulo de propagación, así como el método numérico de resolución, hacen que este modelo pueda aplicarse tanto en áreas reducidas donde exista una importante transformación del oleaje (por ejemplo en la zona de rompientes), como para estudiar la propagación del oleaje en áreas extensas (del orden de decenas de km²) con un costo computacional relativamente reducido. Por lo tanto, el modelo no presenta ningún tipo de limitación respecto a las dimensiones del dominio físico considerado, debido principalmente a que no existe ninguna restricción sobre el número mínimo de nodos por longitud de onda, habitual en modelos de propagación del oleaje que resuelven la superficie libre. Tampoco presenta ningún tipo de limitación relativa al ángulo de incidencia del oleaje, por lo que un mismo dominio computacional puede ser utilizado para un amplio rango de las posibles direcciones del oleaje incidente (casi 180°), sin tener que disponer de otra malla computacional, con la consiguiente redefinición de los datos batimétricos ni la pérdida de tiempo que ello supone.

² $E = \left(\frac{1}{8} \rho g H^2 \right)$ para oleaje regular y $E = \left(\frac{1}{8} \rho g H_{ms}^2 \right)$ para oleaje irregular.

Este modelo permite realizar las simulaciones a partir de la información del oleaje obtenida fuera del dominio físico (e.g. datos de boyas en aguas profundas), en cuyo caso, el modelo traslada dicha información desde el punto donde se registran los datos hasta el contorno del dominio, resolviendo las ecuaciones de propagación de teoría lineal para fondo inclinado (Ley de Snell). Por todo esto, es posible aplicar este modelo de propagación para estudiar su transformación desde mar abierto hacia la costa (tomando en cuenta, como se menciono anteriormente, la refracción por corrientes, refracción por fondo, *shoaling* en áreas poco profundas, difracción por obstáculos (e.g. islas) durante su propagación). De entre las principales aplicaciones prácticas de este modelo se pueden resaltar las siguientes:

- i. Transferencia de registros entre boyas.
- ii. Determinación del oleaje de cálculo para el diseño de obras marítimas a partir de datos de boyas en aguas profundas.
- iii. Transformación del oleaje en la zona de rompientes.
- iv. Acoplamiento a modelos de:
 - o Penetración del oleaje en el interior de recintos portuarios o bahías, determinando la transferencia de energía entre el oleaje en mar abierto, la bocana de un puerto o una bahía (reduciendo así las dimensiones del dominio computacional de estos modelos.
 - o Evolución costera, proporcionando los parámetros relativos al oleaje (transformación), como principal mecanismo impulsor (tensor de radiación, índice de disipación de energía, velocidades orbitales, etc.) necesarios en dichos modelos.

Por otra parte, tal y como se mencionó anteriormente, la simulación numérica se basa en una serie de suposiciones simplificadoras que dan lugar a una serie de limitaciones en la predicción, entre las que se pueden destacar las siguientes:

- Se basa en teoría lineal, por lo que su aplicación directa en la zona cercana a la costa es discutible, donde se presentan una serie de fenómenos altamente no lineales.
- No considera efectos de no-uniformidad vertical de las corrientes ambientales en la interacción olas - corrientes. En tal caso, el modelo asume una velocidad media equivalente para la corriente.
- No puede reproducir fenómenos asociados a la reflexión del oleaje (por fondo u obstáculos), por lo que su aplicación a aquellas situaciones donde se presente este fenómeno de forma relevante (agitación en el interior de puertos, análisis de resonancia en cuerpos de agua semicerrados, etc.) es limitada.
- La interferencia del oleaje se describe en términos de superposición de flujos de energía (ondas lineales).
- Éste no es un modelo de oleaje irregular, por lo que considera los valores estadísticos de un tren de oleaje irregular, es decir, altura de ola media cuadrática (H_{rms}), periodo de pico (obtenido a partir del análisis espectral),

dirección correspondiente al pico del espectro direccional α_p . En cambio si considera las características propias de la rotura del oleaje irregular, donde no existe una línea de rotura del oleaje bien definida, tratando la rotura en términos probabilísticos (e.g. Battjes & Janssen, 1978 y Thornton & Guza, 1983).

A 1.2.2.- Circulación en la zona cercana a la costa

El módulo de circulación se basa en un modelo numérico (Rivero & Sanchez-Arcilla, 1991; Manresa, 1992; Rivero *et al.*, 1993) que calcula la circulación inducida por la rotura del oleaje y por el viento, utilizando los resultados del modelo de propagación del oleaje. Este módulo está especialmente adaptado a los fenómenos físicos que ocurren en la zona de rompientes, donde los términos impulsores debidos a la rotura del oleaje son los que tienen mayor importancia.

Este módulo es del tipo del flujo promedio, es decir, tiene una resolución 2DH, por lo que no cuenta con una descripción vertical de las corrientes. Resuelve las ecuaciones no lineales de flujo medio que se obtienen de la integración vertical y promediado temporal de las ecuaciones de conservación de masa y *momentum*, en las que destacan los términos asociados al oleaje como mecanismo impulsor (es decir, los esfuerzos inducidos por el oleaje, la tensión tangencial en el fondo inducida por la acción combinada de olas y corrientes y la mezcla o difusión lateral inducida por la disipación turbulenta de la energía del oleaje). Las variables que incorpora el modelo son las componentes horizontales (x, y) del flujo medio y la variación del nivel medio del mar (con respecto al nivel medio del agua en reposo):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(h + \eta)U] + \frac{\partial}{\partial y}[(h + \eta)V] = 0 \quad [A1.6]$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{\rho(h + \eta)} \left[F_x + \tau_{w,x} - \tau_{b,x} + \left(\frac{\partial R_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial R_{xy}}{\partial y} \right) \right] \quad [A1.7]$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{\rho(h + \eta)} \left[F_y + \tau_{w,y} - \tau_{b,y} + \left(\frac{\partial R_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial R_{yy}}{\partial y} \right) \right] \quad [A1.8]$$

donde η es la variación del nivel medio del mar (*setup/setdown*), U, V , son las componentes de la velocidad del flujo medio (verticalmente integrada), h es la profundidad relativa al nivel medio del agua en reposo, g es la gravedad, ρ es la densidad del fluido, f_c es el parámetro de Coriolis, F_x, F_y son las componentes de las tensiones inducidas por el oleaje, τ_w representa las tensiones del viento medias sobre la superficie libre, τ_b son las tensiones medias del fondo y R_{ij} son las componentes de los tensores de Reynolds.

Este sistema de ecuaciones necesita de los correspondientes submodelos de cierre para poder evaluar los términos de forzamiento del oleaje (F), viento (τ_w), fondo (τ_b) y tensores turbulentos (R).

Los esfuerzos inducidos por el oleaje se calculan a partir de los gradientes del tensor de radiación:

$$F_i = - \left[\frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j} - \left(\frac{\partial T_j}{\partial x_j} \right) \frac{\partial h}{\partial x_i} \right] \quad [A1.9]$$

donde S es el tensor de radiación horizontal (Longuet-Higgins and Stewart, 1963), que incorpora los efectos del “roller” en la zona de transición (Rivero *et al.*, 1994) y T es vector vertical del tensor de radiación, ambos calculados a partir de la teoría lineal de oleaje.

Las tensiones medias del viento en la superficie libre se estiman a partir de una formulación cuadrática:

$$\tau_{w,i} = \rho_a C_d |\vec{u}_{10}| u_{10,i} \quad [A1.10]$$

donde ρ_a es la densidad del aire, C_d es un coeficiente de arrastre y \vec{u}_{10} es el vector velocidad del viento medido a una elevación de referencia (10 m de altura).

Las tensiones de corte en el fondo debido a la acción del oleaje y las corrientes se evalúan por medio de la siguiente formulación:

$$\tau_{b,i} = \left\langle \frac{1}{2} \rho f_{wc} |\vec{U} + \vec{u}_{orb}| (U_i + u_{orbi}) \right\rangle \quad [A1.11]$$

dónde la velocidad orbital \vec{u}_{orb} se calcula con teoría lineal y el factor de fricción f_{wc} se calcula a partir de la formulación de Nielsen (1992):

$$f_{wc} = \exp \left[-6.3 + 5.5 \left(\frac{\sigma k_n}{u_{orb}} \right)^{0.2} \right] \quad [A1.12]$$

donde $k_n = 2.5 d_{50}$, es el parámetro de rugosidad de Nikuradse.

Los tensores turbulentos de Reynolds³ verticalmente integrados y temporalmente promediados se evalúan a partir de la expresión de Boussinesq:

$$R_{ij} = \frac{1}{2} \rho v_t (h + \eta) \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad [A1.13]$$

donde $v_t = C_\mu \sqrt{\kappa} (h + \eta)$ es el coeficiente de viscosidad turbulenta, y C_μ es un coeficiente de orden 1

El coeficiente de viscosidad turbulenta puede calcularse algebraicamente o bien resolviendo una ecuación diferencial (modelo tipo K). Por su parte, la energía cinética turbulenta κ se determina a partir de la ecuación diferencial del transporte de esta variable, incluyendo los términos, verticalmente integrados y temporalmente promediados, de advección, difusión, producción y disipación (Launder and Spalding, 1972):

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + U \frac{\partial \kappa}{\partial x} + V \frac{\partial \kappa}{\partial y} = \frac{1}{\rho (h + \eta)} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial \kappa}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial \kappa}{\partial y} \right) \right] + \text{Prod} - \text{Diss} \quad [A1.14]$$

$$\text{Prod} = \frac{D}{\rho (h + \eta)} + v_t \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right] \quad [A1.15]$$

$$\text{Diss} = C_D \frac{\kappa^{3/2}}{h + \eta} \quad [A1.16]$$

donde σ_k es el número de Prandtl-Schmidt para la variable κ y C_D es un parámetro de calibración, ambos de orden 1. Algunas veces la turbulencia se introduce en el modelo por medio de un modelo algebraico que estima v_t como la suma de tres componentes (debidas a la rotura, la interacción con el fondo (capa límite) y las tensiones del flujo). Este método de cálculo de v_t fue el empleado en la versión “rebanada” del modelo numérico utilizado para el modelado del perfil de la playa, como se verá mas adelante.

El sistema de ecuaciones diferenciales descritas anteriormente se resuelve en diferencias finitas. Las ecuaciones del módulo de propagación del oleaje son de carácter parabólico, y por esta razón, se aplica un esquema de resolución numérica progresivo en el espacio (tipo “*space - marching*”), con la ventaja de que no son necesarias las condiciones de contorno en la última fila, como lo serían en le caso de las ecuaciones

³ Se asume que la turbulencia es isotrópica

elípticas o hiperbólicas. La única condición requerida son los parámetros del oleaje en aguas profundas.

Los sistemas de ecuaciones diferenciales descritos para el campo de corrientes (módulo de circulación) se resuelven, al igual que el modelo de propagación de oleaje, mediante diferencias finitas, utilizando la misma malla computacional que el modelo de propagación y mediante un esquema numérico implícito tipo ADI. En dicha malla, algunas variables tienen una disposición descentrada (*staggered grid*). El modelo de turbulencia (ecuación κ) se resuelve por medio de un esquema implícito en diferencias centradas.

Las principales aplicaciones de este modelo residen en aquellas situaciones donde el factor impulso de las corrientes se debe al oleaje y/o al viento, y en especial a la disipación de energía debido a la rotura del oleaje, i.e. en la zona de rompientes. Los resultados obtenidos por el modelo son de indudable interés para conocer y evaluar los fenómenos físicos en los que estas corrientes presentan especial relevancia, como en el estudio del transporte de sedimentos y la dispersión de contaminantes.

Las principales limitaciones residen en su formulación bidimensional (2DH), determinando únicamente valores del flujo medio, promediado vertical y temporal. Por lo tanto, no resuelve el perfil de velocidades $u(z)$, y su aplicación en situaciones altamente tridimensionales es discutible. Cabe resaltar que los resultados de la circulación obtenida en la zona de rompientes son altamente dependientes de los resultados del módulo de propagación del oleaje que proporciona los datos de partida, por lo que las limitaciones existentes propias del mismo se extienden y acumulan en el módulo de circulación.

A 1.2.3.- Módulo Morfodinámico

Una vez resuelto el campo hidrodinámico, el siguiente paso es la activación del módulo morfodinámico (Sierra *et al.*, 1999a,b), que tiene la ventaja de emplear la misma malla computacional que los modelos de propagación de oleaje e hidrodinámico evitando los errores asociados a los procesos de interpolación y extrapolación de datos.

Este modelo morfodinámico tiene dos elementos internos. El primero calcula el campo de transporte de sedimentos a partir de las variables hidrodinámicas (altura de ola, velocidad orbital, dirección y magnitud de la corriente, etc.) y el segundo estima los cambios en la topografía del fondo, aplicando el principio de conservación de la masa sedimentaria, que establece que los cambios en el nivel del fondo en un volumen elemental están relacionados con la divergencia del flujo de sedimento.

La simulación numérica con el módulo morfodinámico continúa (asumiendo que las condiciones hidrodinámicas son estacionarias) hasta que los cambios en la batimetría son lo suficientemente importantes y entonces es necesario recalcular el campo hidrodinámico. Hay un paso de tiempo morfodinámico limitante, asociado con el cálculo de los cambios en el nivel del fondo (Chesher *et al.*, 1993), que es función de la máxima celeridad del fondo y del tamaño de la malla. Este paso de tiempo está definido por:

$$\Delta T_{\max} \leq \frac{\Delta X}{\sqrt{2(c_x^2 + c_y^2)}} \quad [A1.17]$$

donde c_x y c_y son las celeridades en las direcciones x e y respectivamente:

$$c_x = \frac{1}{(1-p)} \cdot \frac{\partial q_x}{\partial h} \quad [A1.18]$$

$$c_y = \frac{1}{(1-p)} \cdot \frac{\partial q_y}{\partial h} \quad [A1.19]$$

A 1.2.3.1.- Transporte de Sedimento

Existen numerosas expresiones en la literatura para estimar el transporte de sedimentos, la mayoría de ellas derivadas empíricamente. En este módulo se han introducido algunas expresiones de transporte de sedimentos, para poder comparar sus propias capacidades y para tener la posibilidad de seleccionar las mas adecuadas en cada caso (es decir, para el caso de las corrientes “solas” o corrientes en presencia de oleaje; para predecir solo el transporte por arrastre de fondo, solo transporte en suspensión o el transporte total de sedimentos).

Las formulaciones implementadas en este código numérico para el cálculo del transporte de sedimentos para el caso de corrientes son las de Meyer-Peter & Mueller, (1948), Karim & Kennedy (1990), Engelund & Hansen (1967), Fredsøe (1978) y van Rijn (1984). Esta última ha sido ampliamente utilizada en la estimación de las tasas volumétricas de transporte por unidad de anchura unitaria (m^2/s) para el transporte por fondo (q_b), el transporte en suspensión (q_s) y el transporte total (q_t):

$$q_b = 0.005Uh \left[\frac{U - U_{cr}}{\sqrt{(s-1)gd_{50}}} \right]^{2.4} \left(\frac{d_{50}}{h} \right)^{1.2} \quad [A1.20]$$

$$q_s = 0.012Uh \left[\frac{U - U_{cr}}{\sqrt{(s-1)gd_{50}}} \right]^{2.4} \left(\frac{d_{50}}{h} \right) \left(\frac{1}{D_*} \right)^{0.6} \quad [A1.21]$$

$$q_t = q_b + q_s \quad [A1.22]$$

donde U (m/s) es la velocidad del flujo, U_{cr} (m/s) es la velocidad umbral de inicio de sedimento, h (m) es la profundidad del agua, g (m^2/s) es la aceleración debida a la gravedad, d_{50} es la mediana del diámetro del grano, $s = \rho_s / \rho$ es la densidad adimensional específica del sedimento, siendo ρ_s (kg/m^3) la densidad del sedimento y ρ (kg/m^3) la densidad del fluido y D_* es un diámetro adimensional del sedimento, que se expresa como:

$$D_* = d_{50} \left[\frac{(s-1)g}{\nu^2} \right]^{1/3} \quad [A1.23]$$

donde ν (m^2/s) es la viscosidad cinemática del agua.

La velocidad umbral (U_{cr}) se calcula a partir de las siguientes expresiones (Van Rijn, 1984):

$$U_{cr} = 0.19 d_{50}^{0.1} \log \left(\frac{12h}{3d_{90}} \right) \quad \forall \quad 0.0001 \leq d_{50} \leq 0.0005 \quad [A1.24]$$

$$U_{cr} = 8.50 d_{50}^{0.6} \log \left(\frac{12h}{3d_{90}} \right) \quad \forall \quad 0.0005 \leq d_{50} \leq 0.0020 \quad [A1.25]$$

donde d_{90} (m) es el diámetro excedido por el 10% (peso) de la muestra, es decir, el percentil 90.

Las ecuaciones disponibles para el transporte de sedimentos introducidas en el modelo para el caso de olas en presencia de corrientes son las de Engelund & Hansen (1967), Bijker (1967, 1971), Watanabe *et al.* (1986) y Van Rijn (1984) adaptada para los efectos del oleaje utilizando el método de Grass (1981) como se indica en Chesher *et al.* (1993). Esta última expresión se puede obtener de las ecuaciones [A1.20], [A1.21] y [A1.22] para corrientes “puras”:

$$q_t = AU(U - U_{cr})^{n-1} \quad [A1.26]$$

donde $n = 3.4$ y A es un parámetro que depende de la profundidad del agua:

$$A = \left[\frac{1}{(s-1)g} \right]^{1.2} \left[\frac{0.005}{h^{0.2}} + 0.012(d_{50}^{0.2} D^{*0.6}) \right] \quad [A1.27]$$

Recurriendo al método de Grass (1981), la ecuación potencial del transporte de sedimentos es, definida por Chesher *et al.* (1993) como:

$$q_t = AU \left[\left(U^2 + B u_b^2 \right)^{0.5} - U_{cr} \right]^{n-1} \quad [A1.28]$$

donde u_b (m/s) es la velocidad orbital media cuadrática (rms) cerca del fondo, y B es:

$$B = \frac{0.08}{C_D} \quad [A1.29]$$

donde C_D es el coeficiente de arrastre.

A 1.2.3.2.- Ecuación de transporte de Watanabe

De acuerdo con Watanabe *et al.*, (1986), la tasa de transporte de sedimento es el resultado de la aportación de la acción de las corrientes y del oleaje:

$$\vec{q}_t = \vec{q}_c + \vec{q}_w \quad [A1.30]$$

donde \vec{q}_t es la tasa de transporte total, \vec{q}_c es la aportación debida a las corrientes y \vec{q}_w es la aportación debida al oleaje. La aportación debida a las corrientes la obtiene modificando la ecuación de la distribución del transporte longitudinal de Komar (1977) en función de las tensiones de corte críticas:

$$\vec{q}_c = Ac \frac{(\tau - \tau_{cr})}{\rho g} \vec{U} \quad [A1.31]$$

La aportación debida al oleaje se expresa de forma similar a la aportación por corrientes:

$$\vec{q}_w = A_w F_D \frac{(\tau - \tau_{cr})}{\rho g} \vec{u}_b \quad [A1.32]$$

donde A_c y A_w son coeficientes adimensionales $O(0.1 \sim 1)$, \vec{U} es el vector velocidad de la corriente, \vec{u}_b es el vector velocidad orbital máxima cerca del fondo, τ es la tensión de corte máxima del flujo combinado de olas y corrientes, τ_{cr} es la tensión crítica para el inicio de movimiento. F_D es una función de dirección para el transporte neto inducido por el oleaje:

$$F_D = \tanh\left(k_d \frac{\Pi c - \Pi}{\Pi}\right) \quad [A1.33]$$

y que tiene en cuenta el efecto de la intensidad relativa del flujo y la asimetría de las velocidades orbitales:

$$\Pi = \frac{u_b^2}{s g d_{50}} \frac{h}{L_0} \quad [A1.34]$$

donde k_d es un coeficiente de $O(1)$ que controla el grado de cambios en las tasas de transporte transversal alrededor del punto nulo (dónde el transporte neto es cero), u_b es la velocidad orbital cerca del fondo, $s = (\rho_s - \rho)/\rho$ y Πc la intensidad crítica para el inicio de movimiento del sedimento.

A 1.2.3.3.- Ecuación de continuidad del sedimento

La expresión más general para la ecuación de continuidad del sedimento es:

$$\begin{aligned} [1 - p(x, y, t)] \frac{\partial Z_b}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial q_x^i}{\partial x} + \frac{\partial q_y^i}{\partial y} \right) + \sum_{i=1}^N [q_z^i \downarrow - a(i) q_z^i \uparrow] + \\ + \frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^N \left(\frac{q_x^i}{u} + \frac{q_y^i}{v} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^N \left[\frac{q_z^i \downarrow}{w} - a(i) \frac{q_z^i \uparrow}{w} \right] = 0 \end{aligned} \quad [A1.35]$$

donde $p(x, y, t)$ es la porosidad del fondo, Z_b es la distancia desde el fondo a un determinado nivel (*datum*), q_x y q_y son las tasas de transporte de sedimento en las direcciones x e y , $q_z \uparrow$ y $q_z \downarrow$ son términos que hacen referencia a la entrada o salida de sedimentos del volumen de control a través de la dirección z (material en suspensión), u ,

v , w son las componentes de la velocidad en las direcciones x , y , z y a (i) es un factor de pérdida de material que deja el volumen de control y no vuelve a él.

El primer término en la ecuación [A1.35] representa los cambios temporales en el lecho (incluyendo la porosidad), el segundo término está asociado a la divergencia del campo sedimentario y hace referencia al material que entra o sale de un volumen de control en el plano horizontal del fondo; el tercer término incluye las fuentes o pérdidas de material dentro del volumen de control: el cuarto está asociado con los procesos no estacionarios y el último término puede incluir los fenómenos difusivos (asumiendo que la difusión vertical de las partículas es mayor que la difusión horizontal).

Debido a la dificultad de un tratamiento teórico y numérico de esta ecuación, es necesario asumir ciertas simplificaciones:

- i. Tamaño de grano con tamaño uniforme y forma esférica.
- ii. Tratamiento independiente de los diferentes mecanismos de transporte de sedimentos.
- iii. La escala de variación de los procesos morfodinámicos es más lenta que la escala de variación de los procesos hidrodinámicos.

Tomando en cuenta estas hipótesis, la ecuación de la continuidad del sedimento puede escribirse como:

$$(1-p)\frac{\partial Z_b}{\partial t} + \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) = 0 \quad [A1.36]$$

o empleando operadores verticales:

$$(1-p)\frac{\partial Z_b}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{q} = 0 \quad [A1.37]$$

Esta simple expresión de la ecuación se modifica cuando se incluye el efecto de las formas del fondo (introducción de la pendiente del fondo como factor corrector), debido a que las formas del fondo introducen cambios en el flujo y el transporte sedimentario como consecuencia de la acción de la gravedad sobre el sedimento. Estos cambios, de acuerdo con Bowen (1980) y Horikawa (1987) pueden expresarse como:

$$q_x = q_{0x} - \varepsilon |\vec{q}_\xi| \frac{\partial Z_b}{\partial x} \quad [A1.38]$$

$$q_y = q_{0y} - \varepsilon |\vec{q}_\xi| \frac{\partial Z_b}{\partial y} \quad [A1.39]$$

donde q_0 es el transporte sedimentario calculado, suponiendo que el fondo es plano, ε es un parámetro de orden 1 (que toma en cuenta la pendiente del fondo) y $|\vec{q}_\xi|$ es la magnitud del transporte asociado a la dirección donde se calcula el transporte de sedimento corregido. Esta expresión se puede mejorar (desde el punto de vista del significado físico de los términos presentes) reemplazando $|\vec{q}_\xi|$ en las ecuaciones anteriores por la magnitud del transporte total $|\vec{q}_0|$ (Horikawa, 1987).

Introduciendo las ecuaciones [A1.38] y [A1.39] en la ecuación de la continuidad del sedimento, se obtiene la siguiente ecuación (advección-difusión) parabólica (Azuz, 1997):

$$(1-p) \frac{\partial Z_b}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(q_{0x} - \varepsilon |\vec{q}_0| \frac{\partial Z_b}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(q_{0y} - \varepsilon |\vec{q}_0| \frac{\partial Z_b}{\partial y} \right) = 0 \quad [A1.40]$$

o utilizando una notación vectorial:

$$(1-p) \frac{\partial Z_b}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{q}_0 - \nabla \cdot (\varepsilon |\vec{q}_0| \nabla Z_b) = 0 \quad [A1.41]$$

La ecuación [A1.40] - [A1.41] puede considerarse como una ecuación advectiva-difusiva no homogénea, donde los términos fuente corresponde a la divergencia del campo sedimentario, y que, a diferencia de la ecuación de continuidad de la masa sedimentaria inicial [A1.36] presenta términos difusivos expresados por el laplaciano de la elevación del fondo.

Para resolver las ecuaciones de este modelo morfodinámico se requiere de un esquema numérico estable y robusto para poder minimizar las imprecisiones numéricas en la simulación de los cambios del fondo. Los esquemas numéricos usualmente utilizados son los esquemas Lax-Wendroff de segundo orden, de paso sencillo, (e.g. Chesher *et al.*, 1993) o esquemas de paso doble (predictor – corrector), que han mostrado cumplir con los requisitos anteriormente mencionados mejor que los de paso único (Peltier *et al.*, 1991; Chesher *et al.*, 1993). En el caso de este modelo, los esquemas tipo Lax-Wendroff de segundo orden implementados en el código morfodinámico consisten en un esquema en diferencias adelantado en el tiempo y centrado en el espacio.

Una descripción mas completa de los esquemas numéricos implementados en el modelo, así como del proceso de calibrado y validación del mismo pueden encontrarse en Tomé *et al.* (1998) y Sierra *et al.*, (1997, 1999a).

A 2.- Teoría de oleaje

El observador de la zona costera puede tan solo percatarse de las olas de viento de corto período, así como de la variación del nivel del mar debida a la marea, pero la naturaleza tiene un espectro muy amplio de ondas cuyos periodos van incrementándose desde segundos, a minutos, hasta días. Empezando por las ondas capilares, con periodos de tan solo unas fracciones de segundo, pasando por las olas de viento de corto período y mar de fondo (oleaje tipo “*swell*”) hasta ondas con periodo muy largo, tales como tsunamis, *surf-beats*, ondas infragravitatorias, *storm surges* (mareas meteorológicas), y muchos otros tipos de ondas planetarias (dónde la atracción gravitacional del sol y luna son la fuerza perturbadora). Sin embargo, los movimientos ondulatorios en el océano pueden ser de gran amplitud y gran periodo ni estar confinados tan solo a las capas superficiales del mar, ya que también existen a grandes profundidades en el océano (aunque no serán revisados en este trabajo).

El principal mecanismo de generación (fuente de energía) para la formación de ondas superficiales con periodos que van de 2 segundos hasta 5 minutos es el viento, siendo la gravedad la fuerza restitutiva. Desde el punto de vista de la Ingeniería de Puertos y Costas, las ondas más importantes son las olas de viento de corto período (2 a 30 segundos). A pesar de no considerar a las ondas con periodos más pequeños o grandes que el oleaje de viento, el panorama sigue siendo muy complejo. El viento genera simultáneamente olas con alturas y períodos muy diferentes -un espectro de oleaje- y las olas generadas en campos de viento vecinos pueden ser superpuestas, generando patrones muy complejos en la forma de la superficie libre del océano debido a la interacción de las olas individuales (oleaje tipo *sea*). Las olas más rápidas rebasan a las olas más pequeñas, en ocasiones se suman o anulan por medio de esta interacción, muchas veces chocan unas con otras y se transforman en turbulencia o *spray*. Parte de la energía del oleaje se disipa internamente en el seno del fluido, por medio de la interacción con la atmósfera, por turbulencia o rotura y por medio de la fricción con el fondo. Una vez que las olas han abandonado el área de generación, cobran un estado más ordenado (oleaje tipo *swell*) y son capaces de viajar grandes distancias.

De las distintas teorías de oleaje se pueden obtener modelos analíticos y descripciones de las características para la mayoría de los tipos de ondas mencionados anteriormente, pero aún hay muchos aspectos teóricos que necesitan ser estudiados a fondo. Debido a que el sistema de ecuaciones que gobiernan el movimiento ondulatorio y las condiciones de contorno es no lineal, es imposible obtener soluciones analíticas completas. Por lo tanto, se han derivado soluciones linealizando las ecuaciones para varias condiciones de contorno. No obstante, durante los últimos años se han logrado avances importantes en el desarrollo computacional de soluciones numéricas para las ecuaciones diferenciales que gobiernan las teorías de oleaje. Estas soluciones ayudan a investigar la propagación del oleaje y sus repercusiones al llegar a la costa.

Aún así, no todas las incógnitas presentes en el estudio del oleaje pueden ser resueltas analíticamente o en estudios de laboratorio, por lo que es necesario la adquisición de datos de campo, base del trabajo de la presente tesis.

El oleaje habitualmente se estudia en tres dominios diferentes:

- Oleaje en aguas profundas.
- Oleaje en aguas intermedias.
- Oleaje en aguas someras.

El primer dominio se caracteriza por un efecto nulo del fondo sobre el oleaje. El segundo, por una transformación gradual en la forma del perfil superficial por la acción del fondo, donde el flujo oscilatorio (definido por su altura y periodo) es capaz de generar movimientos medios de régimen permanente y la formación de una capa límite en el fondo. Finalmente, el tercero se caracteriza por la transformación brusca de la ola, su rotura y la generación de distintos tipos de sistemas de corrientes costeras y la disipación de la energía, principalmente a través de la producción de energía turbulenta. Así, la energía del oleaje puede moldear una playa y clasificar y transportar sedimentos en dirección transversal y longitudinal a la playa.

Otro fenómeno producido por el oleaje al propagarse hacia la zona cercana a la costa y de importancia en la formación de un tipo muy particular de topografía rítmica en una playa y en la generación de *meandering* o *rip currents*, es la generación de oscilaciones de baja frecuencia, denominadas *surf-beats* cuyo periodo se encuentra típicamente entre los 30 s y los 5 min. Estas oscilaciones se hacen más importantes dentro de la zona de *surf* a medida que decrece la profundidad, justamente allí donde el oleaje por efecto de la disipación turbulenta decrece su altura y por tanto su importancia.

Por lo tanto, cualquier intento por comprender los procesos físicos fundamentales que actúan en una playa, debe de ser precedido necesariamente por una revisión de los distintos conceptos teóricos que envuelven a la compleja estructura de la hidrodinámica en la zona cercana a la costa. Algunos de estos conceptos serán revisados a lo largo del presente capítulo de este trabajo.

A 2.1.1.- Teoría lineal o de Airy

Cualquier descripción física del oleaje debe de abarcar la forma de la superficie y el movimiento del fluido bajo la ola. La forma más simple para describir una ola es considerándola una onda sinusoidal para que su perfil pueda ser descrito por una función progresiva seno o coseno, con una amplitud a igual a la mitad de la altura de ola H .

$$\eta(x, t) = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) \quad [A2.1]$$

donde H es la altura de la ola, x es el eje de propagación del oleaje, t es el tiempo, $k = 2\pi/L$ es el número de onda, L es la longitud de la ola, $\omega = 2\pi/T$ es la frecuencia angular en radianes y T es el periodo de la ola. La más simple de las teorías de oleaje es la teoría lineal (Airy, 1845), también conocida como teoría de Stokes de primer orden. La relativa simplicidad de esta teoría ha dado lugar a su uso generalizado. Esta teoría

postula que el movimiento del oleaje comienza en la superficie de un fluido incompresible (por lo tanto su densidad ρ es constante), no viscoso e irrotacional, por una fuerza externa que actúa solo como fuerza perturbadora y que deja de actuar cuando el oleaje se ha formado. El movimiento queda entonces sujeto tan solo a la fuerza de gravedad. Esta teoría puede ser deducida a partir de la introducción de una función potencial de velocidad $\phi(x, z, t)$. Las componentes horizontales y verticales de la velocidad de las partículas del agua en un punto (x, z) cualquiera pueden ser escritas como:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \text{ y } w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad [\text{A2.2}]a, b$$

Así, a partir del potencial de velocidad, la ecuación de Laplace, la ecuación dinámica de Bernoulli y las condiciones de contorno adecuadas, se obtiene la información necesaria para derivar las ecuaciones que gobiernan la teoría del oleaje. Las olas resultantes son bidimensionales, sinusoidales y de muy pequeña amplitud. Esta teoría considera que el flujo es oscilatorio, por lo que las órbitas de las partículas de agua son cerradas. El movimiento del oleaje puede ser descrito por su relación de dispersión:

$$\omega^2 = g k \tanh kh \quad [\text{A2.3}]$$

dónde h es la profundidad. De la relación de dispersión (ya que la distancia cubierta por la ola durante un periodo, es igual a su longitud de onda) se deduce que la velocidad de propagación de la ola (también llamada velocidad de fase) puede relacionarse con su periodo y longitud y está dada por

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh kh} = \frac{gT}{2\pi} \tanh(kh) \quad [\text{A2.4}]$$

Esta expresión puede simplificarse para aguas profundas y someras.

En el estudio de los procesos costeros, frecuentemente es deseable conocer los movimientos, velocidades y aceleraciones locales en el fluido durante el paso de la ola. Linealizando las condiciones de contorno en la superficie y los requerimientos de conservación de energía, a partir de la función potencial de velocidad, se deducen expresiones para las componentes u y w del vector velocidad. La componente horizontal esta dada por:

$$u = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh[k(h+z)]}{\sinh kh} \cos(kx - \omega t) \quad [\text{A2.5}]$$

y la componente vertical:

$$w = \frac{\pi H}{T} \frac{\sinh [k(h+z)]}{\sinh kh} \sin(kx - \omega t) \quad [A2.6]$$

donde k es el número de onda y ω la fase, H es la altura de ola, T el período, L la longitud de onda y h la profundidad. El sistema de referencia esta sobre el nivel del agua en reposo, con z aumentando verticalmente hacia arriba, por lo que estas ecuaciones expresan las componentes de velocidades locales en un fluido a cualquier distancia $(z + h)$ por encima del fondo. Las velocidades son armónicas en x y t . El movimiento de partículas de agua en estas ondas es en trayectorias cerradas, circulares en aguas profundas, con el diámetro decreciendo exponencialmente con la profundidad, y elípticas en aguas someras. Por tanto, u y w son conocidas como velocidades orbitales.

De acuerdo con las ecuaciones generales, las partículas de agua siguen trayectorias circulares en aguas profundas, que se van haciendo elípticas conforme la ola se propaga en aguas intermedias o someras al sentir el fondo. Además, ya que se supone que la altura de ola es pequeña con respecto de la longitud de onda, el desplazamiento de cualquier partícula del fluido a partir de su posición media es pequeño.

Integrando las ecuaciones de las velocidades orbitales se obtiene el desplazamiento horizontal y vertical de las partículas de agua a partir de su posición media. El resultado de esta integración es la ecuación de una elipse, cuyos semiejes horizontal y vertical (A_x y A_z) son las ecuaciones [A2.7]a, b. El tamaño del diámetro orbital disminuye exponencialmente con la profundidad.

$$A_x = \frac{H}{2} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \text{ y } A_z = \frac{H}{2} \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh kh} \quad [A2.7]a, b$$

En aguas profundas las órbitas son circulares y cerradas y en aguas intermedias a someras, las trayectorias de las partículas se van haciendo cada vez más elípticas, hasta hacerse prácticamente planas ya que el fondo actúa como frontera y no existe movimiento vertical a través de este. En el fondo ($z_0 = -h$) la velocidad orbital y el diámetro verticales son nulos.

Las velocidades horizontales máximas ocurren bajo la cresta y el seno de la onda, en la dirección y sentido de la propagación de la ola y en sentido contrario, respectivamente (esto, como se verá más adelante, tiene especial importancia en el transporte transversal a la costa cuando la ola se deforma).

La teoría de Airy considera que los movimientos de las partículas de agua son órbitas cerradas, por lo que no hay un transporte neto de masa de agua. Sin embargo, el movimiento de agua por si mismo constituye un flujo o transferencia de energía. La energía potencial queda de manifiesto con el desplazamiento de la superficie del agua a

partir del nivel medio en reposo. Al mismo tiempo, el movimiento de las partículas de agua constituye la energía cinética. La energía potencial y cinética en la teoría de Airy son iguales, y por lo tanto, la energía total es la suma de ambas. Si se produce una disminución de la altura de la ola, entonces habrá una reducción de la energía del oleaje. Integrando las energías cinética y potencial sobre el periodo del oleaje, para cubrir toda la longitud de onda, se obtiene por resultado la densidad de energía total:

$$E = \frac{1}{8} \rho g H^2 \quad [A2.8]$$

Esta expresión da la densidad de energía en el sentido que ha sido integrada sobre una longitud de onda, por lo que representa la energía de la ola por unidad longitudinal de cresta. Conforme la ola se va propagando sobre aguas más someras, la altura de ola se va modificando, generalmente creciendo hasta que alcanza la zona cercana a la costa y su rotura. Esto significa que la energía asociada también varía a lo largo de la propagación de la ola, es decir que no se conserva. En cambio, es el flujo de energía el que es aproximadamente constante, que es la tasa de densidad de energía traída por el oleaje. Esta energía es traída por el oleaje a la velocidad de grupo c_g . En aguas profundas, c_g es la mitad de la velocidad de fase, mientras que en aguas someras, la velocidad de grupo y la de fase es la misma. Este flujo de energía es:

$$P = \left(\frac{1}{8} \rho g H^2 \right) c \left[\frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right] \right] = Ecn = Ec_g \quad [A2.9]$$

donde c es la velocidad de olas individuales (celeridad o velocidad de fase); ρ es la densidad del agua. La velocidad $c_g = cn$ es la velocidad a la que la energía es llevada, también llamada velocidad de grupo, y es la velocidad a la que viajan los grupos de ondas. El término $n = n_0 = 1/2$ en aguas profundas y $n = 1$ en aguas someras.

Al propagarse el oleaje, aunque la gran mayoría de la energía asociada se conserva, algo se pierde. En aguas profundas, la energía del oleaje es disipada por la viscosidad, y para olas rompiendo, por la turbulencia generada y por la viscosidad (aunque ésta, en relación con la turbulencia es muy pequeña y puede ser despreciada). En aguas someras, la fricción con el fondo también disipará energía en adición a la rotura. En fondos con material muy permeable, algo de la energía será consumida en la percolación. Los mecanismos detallados de pérdida de energía potencial (disminución de la altura de la ola) durante la propagación, entre los que se encuentra la viscosidad, la fricción del fondo con las velocidades orbitales del oleaje, saturación espectral de olas irregulares (que pueden provocar que las olas rompan incluso en aguas profundas), vientos contrarios al sentido de propagación e interacciones ola - ola, etc., no serán discutidos en este capítulo.

En la naturaleza, un mar de fondo (oleaje tipo *swell*) de pequeña amplitud, se puede considerar un oleaje lineal o de Airy. La mayor limitación de la teoría lineal del oleaje es que no permite un transporte neto de agua en la dirección de propagación del oleaje.

Las órbitas de las partículas de agua de una ola lineal son elipses cerradas o círculos en aguas profundas. En la naturaleza, las partículas de agua no recorren una trayectoria cerrada exacta, es decir, no llegan al punto de partida sino un poco más adelante en la dirección de propagación del oleaje. Esto, promediado en el periodo del oleaje, lleva a un transporte neto de masa en la dirección de propagación del oleaje. Cuando este transporte es interceptado por la línea de la costa, ocurre un aumento en el nivel medio del agua.

Cuando el oleaje generado en mar abierto se propaga hacia la costa con una dirección preferencial sobre aguas más someras, la ola sufre una deformación, dejando de ser sinusoidal, para hacerse asimétrica. El pico de las crestas se vuelve más agudo y los senos se vuelven más planos y más prolongados (descrito por la teoría de ondas de Stokes de orden superior en el punto siguiente). Al entrar en profundidades muy reducidas, la asimetría de la onda es muy pronunciada con escaso seno llegando eventualmente a ser toda la onda sólo cresta y desapareciendo el seno. Al alcanzar la playa, el fenómeno más característico es la deformación que da lugar a la rotura. Si la costa en cuestión no es una playa sino un acantilado, la ola puede no alcanzar un punto crítico de deformación y rotura por lo que será reflejada casi en su totalidad hacia el mar, donde tendrá una compleja interacción con otras ondas incidentes. Frecuentemente durante su propagación, la onda puede encontrarse con obstáculos, tales como bajos, obras marítimas, islotes, etc., que provocan una profunda modificación de la onda incidente, tales como *shoaling*, aumento del peralte, rotura, refracción, difracción, reflexión etc.

Esta teoría fue más desarrollada por Stokes para olas de amplitud finita, que da como resultado un perfil con crestas más altas y puntiagudas y senos más aplanados, como se puede ver en la figura A2.1. Para fines prácticos, las velocidades de grupo y de fase son las mismas en la teoría lineal, aunque las velocidades para las olas más grandes en aguas profundas pueden ser hasta un 10% mayores que aquellas calculadas con la teoría lineal. Una de las diferencias principales de la teoría de Stokes con la teoría lineal es que la asimetría en el perfil de Stokes también se refleja en las velocidades orbitales. Debido a que las partículas de agua no tienen una trayectoria cerrada, las partículas tienen un transporte de masa, (también conocida como deriva de Stokes) en la dirección de propagación del oleaje (lo que tiene un efecto importante en los procesos litorales).

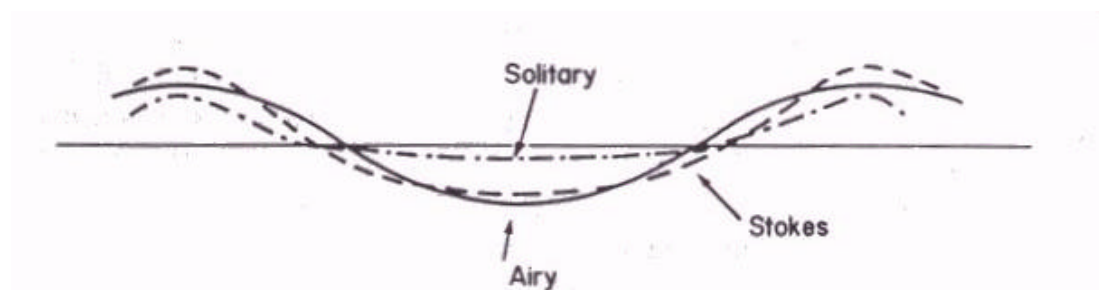


Figura A2.1.- Comparación entre los perfiles de ondas de Airy, Stokes y Solitaria (Raudkivi, 1990).

A 2.1.2.- Teorías de onda de orden superior

Para poder describir el transporte de masa y la forma de las olas de amplitud finita, se han desarrollado soluciones de orden superior, que mejoran las predicciones teóricas respecto a lo observado en la realidad. Las limitaciones de la teoría lineal provienen de las hipótesis efectuadas en su deducción, considerando que la altura de ola es pequeña comparada con su longitud de onda y con la profundidad. Tal suposición falla cuando la ola se propaga a aguas intermedias y someras, donde el efecto del fondo hace que las alturas de las olas se incrementen conforme la profundidad disminuye. La teoría de Stokes desarrolla soluciones en series (donde el primer orden de aproximación es idéntico a la solución lineal) de segundo, tercer y superior orden. La diferencia entre los perfiles de ambas teorías salta a la vista, tanto en su expresión teórica como en su descripción gráfica (figura A2.1) donde el perfil de Stokes se caracteriza por tener crestas más altas y estrechas y valles más largos y aplanados que el perfil sinusoidal. Este perfil es mucho más parecido a la forma real que tienen las olas oceánicas cuando entran en aguas intermedias y someras. El perfil general del oleaje está descrito por la ecuación de Stokes de 2º orden:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) + \frac{\pi}{2} \frac{H^2}{L} \frac{\cosh(kh)[2 + \cosh(2kh)]}{(\sinh(kh))^3} \cos[2(kx - \omega t)] \quad [A2.10]$$

donde el primer término es idéntico a la forma del perfil en la teoría lineal, mientras que el segundo término tiene como efecto resaltar la amplitud de la cresta y de restar amplitud al seno.

Las componentes horizontal y vertical de la velocidad orbital para la solución de Stokes de segundo orden también tienen como primer término las componentes de las expresiones correspondientes de la teoría lineal:

$$\begin{aligned} u &= \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \cos(kx - \omega t) + \frac{3}{4} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 c \frac{\cosh 2k(h+z)}{\sinh^4 kh} \cos 2(kx - \omega t) \\ w &= \frac{\pi H}{T} \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh kh} \sin(kx - \omega t) + \frac{3}{4} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 c \frac{\sinh 2k(h+z)}{\sinh^4 kh} \sin 2(kx - \omega t) \end{aligned} \quad [A2.11]a,b$$

Como se muestra en la figura A2.2 el efecto del término adicional es incrementar la magnitud pero disminuir la duración de las velocidades bajo las crestas y disminuir la magnitud pero incrementar la duración de las velocidades orbitales bajo el seno.

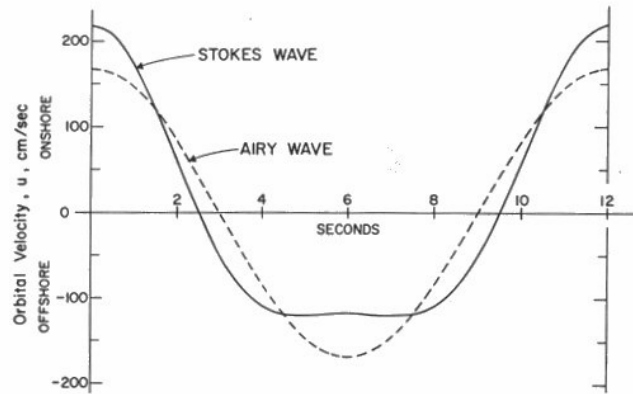


Figura A2.2.- Comparación de las velocidades orbitales en el fondo bajo una ola de Stokes y Lineal, teniendo la misma altura y periodo ($H = 4\text{ m}$, $h = 15\text{ m}$, $T = 12\text{ s}$). (Komar, 1998).

Esta asimetría entre los valores de velocidades *onshore* y *offshore* se ve claramente en el oleaje en aguas someras y tiene una especial importancia en el transporte transversal de sedimentos.

Una diferencia fundamental e interesante entre la teoría lineal y la de Stokes es que las trayectorias orbitales no son cerradas. Por lo tanto, cuando la ecuación de la componente horizontal de la velocidad orbital [A2.11]a se integra sobre la profundidad y el período del oleaje, el resultado es un transporte neto de las partículas de agua en la dirección de propagación del oleaje. Si se impone que la tasa de transporte a través de una sección vertical sea cero, se le añade el término adicional $-\frac{1}{8} \frac{gH^2}{ch}$ a la ecuación

[A2.11]a. Este movimiento neto de las partículas sobre el período del oleaje en la columna de agua es conocido con el nombre de deriva de Stokes y su expresión es:

$$\overline{U}_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 c \frac{\cosh 2k(h+z)}{2 \sinh^2 kh} \quad [\text{A2.12}]$$

La teoría de Stokes puede considerarse como un avance notable con respecto a la teoría lineal, a pesar de ser muy similares en aguas profundas, ya que al entrar el oleaje en aguas intermedias y someras, la altura del oleaje aumenta y las diferencias entre las teorías se hacen importantes. Esta teoría da una mejor descripción del oleaje, incluyendo la forma del perfil y la asimetría de las velocidades orbitales debajo de la cresta y el seno. No obstante, en algunos casos conlleva a resultados con gran error, por lo que entonces hay que considerar el uso de teorías de Stokes de orden superior o el uso de la teoría *cnoidal*, iniciada por Boussinesq (1872) y Korteweg y De Vries (1895), con aportaciones posteriores realizadas por Keulegan & Patterson (1940) y Keller (1948). Los detalles de la teoría *cnoidal* pueden encontrarse en Svendsen & Brink-Kjaer (1972) y Skovgaard *et al.* (1974). El nombre *cnoidal* nace a partir de la descripción del perfil de la ola en términos de la función coseno elíptico Jacobiano, denotada como *cn*. Sin embargo, a pesar de dar buenos resultados, el uso de esta teoría es sumamente

complicado, por lo que se utiliza poco para fines prácticos. En su lugar puede hacerse uso de la teoría de ondas solitarias, bajo el supuesto de que el oleaje en la zona cercana a la costa tienen crestas diferentes separadas por valles largos y aplanados, por lo que ahí el oleaje podría considerarse como una serie de ondas solitarias. El rango aproximado de validez de la teoría *cnoidal* es $h/L < 0.1$.

La expresión para el perfil del oleaje *cnoidal* es

$$\eta = Hcn^2 \left[2K(k) \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right), k \right] \quad [A2.13]$$

donde η , η_t y H se muestran en la figura A2.3. El término $K = K(k)$ es la integral elíptica completa del primer tipo (de módulo k) y η es la coordenada vertical de la superficie del agua por encima del nivel de senos en la coordenada horizontal x . El término $cn(r)$ es la función elíptica Jacobiana de r (de la cual nace el nombre de *cnoidal*, que es análogo a sinusoidal). En la figura A2.4 puede verse la comparación de los perfiles teóricos con los experimentos de Taylor (1955) realizados en un canal de oleaje. Potencialmente, la teoría *cnoidal* es la que tiene el rango de aplicación más grande, aunque desafortunadamente, las matemáticas involucradas en esta teoría son muy complejas y limitan mucho su uso, por lo que no será tratada en detalle en esta tesis.

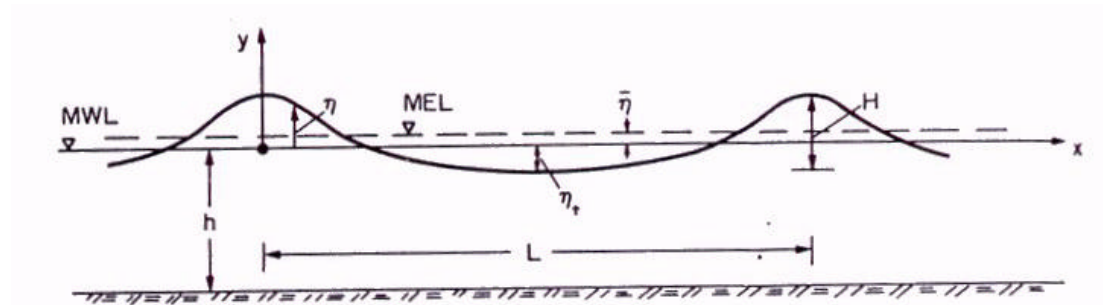


Figura A2.3.- Esquema de definición del perfil del oleaje *cnoidal* (Raudkivi, 1990).

Cuando $k \rightarrow 0$, entonces $cn(r, k) = \cos(r)$ y $K(k) = \frac{\pi}{2}$ por lo que la teoría *cnoidal*

se reduce a la teoría lineal. Cuando $k \rightarrow 1$ se alcanza entonces otro extremo interesante, el periodo y la longitud de la ola se hacen infinitas y se hace equivalente a la teoría de onda solitaria. Para valores intermedios de k , el perfil descrito por la ecuación [A2.13] tiene crestas separadas por valles largos y aplanados, comparable con el perfil de Stokes. Pero como se ha mencionado antes, la dificultad en el uso de esta teoría ha hecho que su uso sea muy limitado.

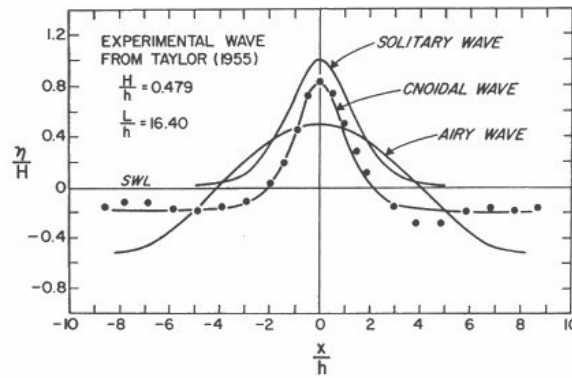


Figura A2.4.- Comparación de una ola experimental medida por Taylor (1955) con los perfiles teóricos de una onda *cnoidal*, onda solitaria y una onda lineal (Wiegel, 1964).

Una onda solitaria es, como su nombre indica, una onda progresiva con una sola cresta propagándose en agua en reposo, es decir, sin seno, por lo que no es oscilatoria como las otras ondas examinadas a lo largo de este apartado. No se le puede asociar un periodo o una longitud de onda por lo que *a priori*, se podría pensar que no es particularmente útil para describir las olas en el océano. Sin embargo, en la naturaleza, las olas se propagan hacia aguas someras y como se ha mencionado antes, sus crestas se hacen más agudas, se incrementa la altura de la ola y los senos se hacen más largos y tendidos, por lo que se parecen mucho a una serie de ondas solitarias. De aquí la sugerencia hecha, primero por Bagnold (1974) y luego por Munk (1949) de considerar el uso de esta teoría en el estudio del oleaje en aguas someras cuando las condiciones de rotura están cerca.

El esquema de definición de una onda solitaria puede verse en la figura A2.5. El perfil de la onda solitaria está dado por:

$$\eta = H \operatorname{sech}^2 \left(\sqrt{\frac{3H}{4h}} \frac{x}{h} \right) \quad [A2.14]$$

donde η es la coordenada vertical por encima de el nivel de agua en reposo a una distancia horizontal x desde la cresta. La altura H y la profundidad h también están referidos al nivel del agua en reposo.

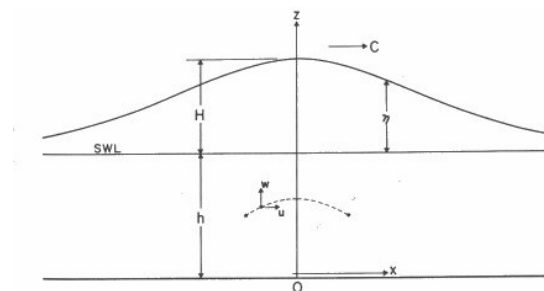


Figura A2.5.- Esquema de definición para una onda solitaria (Komar, 1998).

Conforme la ola solitaria se va propagando a aguas someras, la altura de incrementa progresivamente hasta que se alcanza una situación de inestabilidad y la ola rompe. Esta inestabilidad, igual que como la predice la teoría de Stokes, se alcanza cuando la velocidad de las partículas de agua en la cresta se iguala con la velocidad de fase c y el ángulo de la cresta es 120° . Con estos criterios, estudios posteriores han encontrado razones críticas de rotura en el rango de:

$$\gamma_b = \left(\frac{H}{h} \right)_{\max} = \frac{H_b}{h_b} = [0.73 - 1.03] \quad [A2.15]$$

siendo el valor de 0.78 determinado por McCowan (1894) el más frecuentemente utilizado. Así, se ha adoptado el índice de rotura $\gamma_b = H_b/h_b$ en muchos criterios de rotura para oleaje propagándose en aguas someras.

Los dominios de aplicación para las distintas teorías presentadas en este apartado pueden encontrarse en la literatura especializada (Dean, 1970, LeMéhauté, 1976, CEM, 2002, etc.) que a veces toman en cuenta otras teorías no revisadas aquí (figura A2.6).

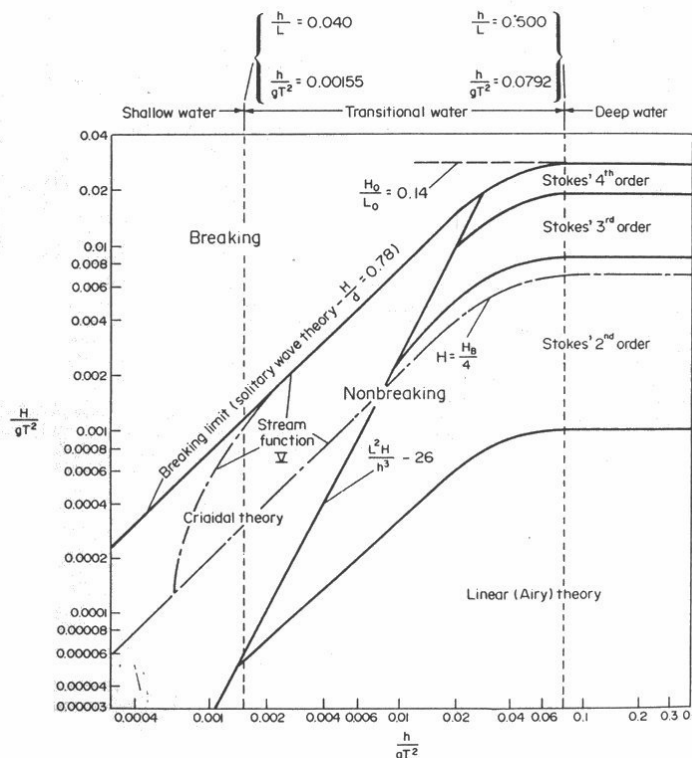


Figura A2.6.- Regiones de validez para varias de las teorías de oleaje (CEM, 2002).

A 2.1.3.- Olas de viento y grupos de olas

El proceso mediante el cual las olas de viento son generadas es muy complejo y no será discutido aquí. Solo se describirán algunas de sus características básicas.

En primer lugar, el viento genera un oleaje (figura A2.7) con un espectro amplio de alturas de ola y longitudes (frecuencias). La altura de ola representativa (por ejemplo H_s o H_{rms}) producida, es función de la velocidad y duración del viento, así como de la extensión del área de generación o *fetch*. Cuando el viento cesa, el oleaje se propaga fuera del área de generación a una velocidad que está en función de la longitud de la onda y es conocido como oleaje *swell* o mar de fondo. Nótese como a medida que aumenta la distancia al área de generación, el espectro se hace más estrecho.

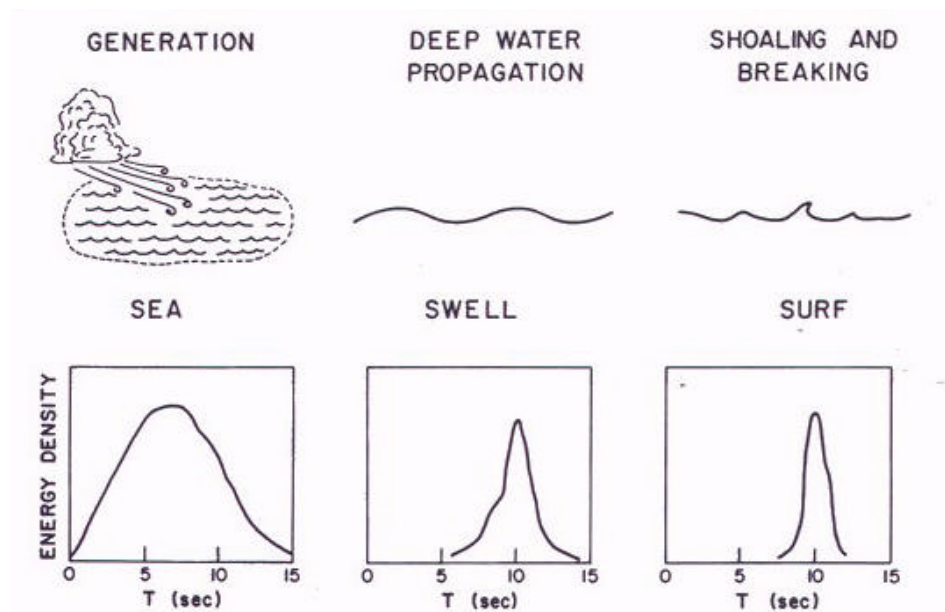


Figura A2.7.- Ilustración del desarrollo del oleaje (Komar, 1998).

Cuando en las crestas de las olas aparecen rápidamente pequeños mantos blancos de espuma, la ola está rompiendo debido a que la velocidad del agua en la cresta u es mayor que la celeridad de la ola c y parte de la energía de la ola se disipa. Si la ola recibe más energía, habrá más disipación, es decir, la presencia o ausencia de esos pequeños mantos blancos significa la saturación o estado de equilibrio para la frecuencia dada. Esto primero se alcanza en las altas frecuencias del espectro, pero la energía está siendo también transferida a las frecuencias más bajas, es decir, las olas más grandes continúan creciendo. Así, va habiendo un proceso de saturación gradual, y cuando todas las frecuencias alcanzan un estado de equilibrio, se tiene entonces lo que se conoce como estado de mar completamente desarrollado (*fully arisen sea*). Esto no siempre sucede, ya que requiere que el viento sople en la misma dirección durante periodos prolongados de tiempo y que el *fetch* sea lo suficientemente largo.

Una vez generado el oleaje, este se propagará a través del océano, transformándose conforme disminuye la profundidad, hasta llegar a la costa, donde tiene un papel

primordial en los procesos que ahí ocurren. Una vez que el oleaje ha salido de la zona de influencia del viento que lo generó, comenzará a reagruparse, adquiriendo patrones más regulares. La tasa a la que se propaga la energía y la velocidad de grupo como un todo está dada por la velocidad de grupo.

Si se considera la interacción entre n trenes de ondas sinusoidales, moviéndose en la misma dirección pero con periodos y longitudes de onda ligeramente distintos y de altura infinitesimal, es decir, con distintos valores para los números de onda k y frecuencia angular ω , y asumiendo teoría lineal, estos n trenes se pueden superponer y formar un número infinito de patrones de oleaje. Esto puede expresarse como

$$\eta(x, t) = \sum_{n=1}^r a_{2n+1} \cos(\omega_{2n+1}t - k_{2n+1}x + \zeta_{2n+1}) \quad [A2.16]$$

donde el número de onda k es función de la frecuencia asociada ω y de la profundidad local (es decir, se trata de la relación de dispersión) y ζ es el ángulo de fase de cada uno de los trenes de ondas. Por ejemplo, la superposición de dos trenes de olas monocromáticas, con la misma altura y que se propaguen en el mismo sentido (con k y ω ligeramente distintos), lleva a grupos de ondas dentro del cual las amplitudes varían, como puede verse en la figura A2.8. Aquí, al tener longitudes de onda ligeramente distintas, en estos trenes de onda habrá puntos donde las olas estén en fase y la altura de ola se duplique. Igualmente habrá puntos donde las olas estén completamente fuera de fase y la altura sea nula. La velocidad de los grupos de ondas representa la velocidad de grupo (ecuación [A2.17]).

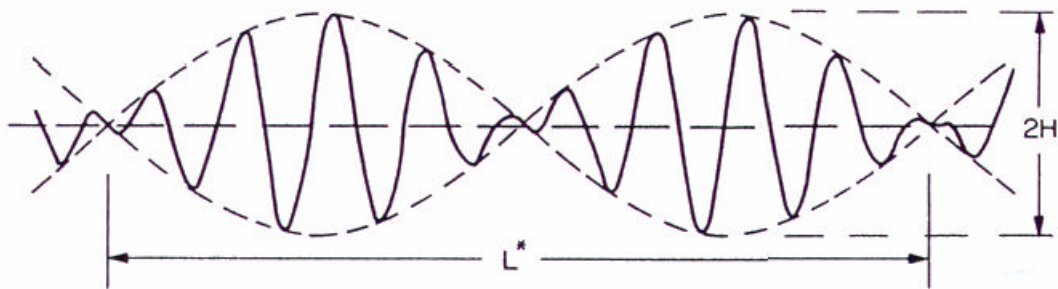


Figura A2.8.- Ilustración de grupos de onda (CEM, 2002)

$$c_g = c \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right] = cn \quad [A2.17]$$

El término $\left[1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right]$ en la ecuación [A2.17] tiende a 1 en aguas profundas y a 2 en aguas someras. Por lo tanto, en aguas profundas, el grupo de olas se propaga a la

mitad de la velocidad de las olas individuales y en aguas someras, las velocidades de grupo y de fase se igualan.

Debido a su naturaleza, cada periodo contenido en el espectro del oleaje tiene su propia velocidad de propagación. Así, en aguas profundas, donde la celeridad del oleaje depende de la longitud de onda, las olas grandes viajarán más rápidamente que las pequeñas, produciendo grupos de ondas (como lo predice la relación de dispersión). Visto de otro modo, las olas viajan a través del grupo (figura A2.9).

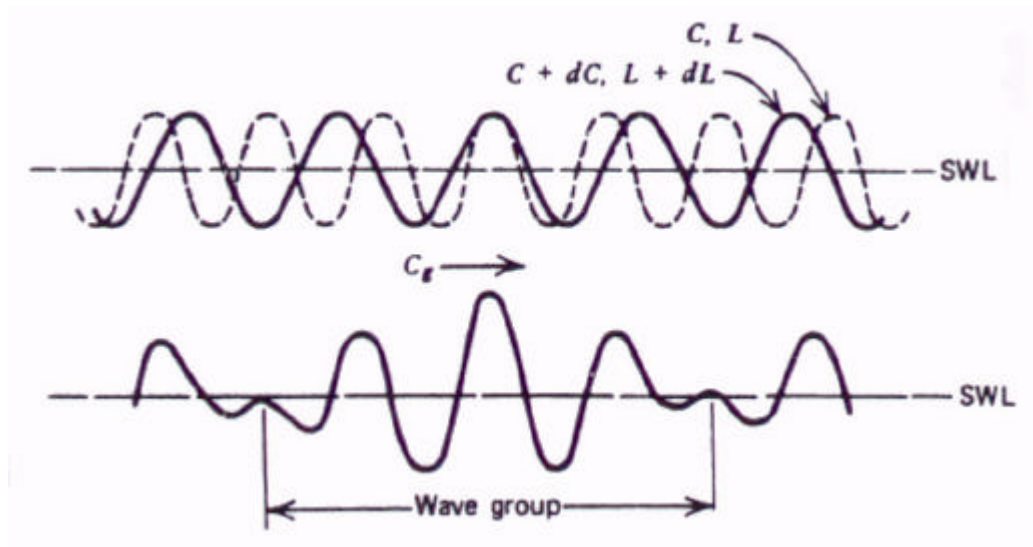


Figura A2.9.- Dos trenes de olas monocromáticas con longitudes de onda distintos viajando en la misma dirección (Sorensen, 1978).

En cambio, cuando el oleaje ha entrado en aguas someras, la velocidad está totalmente limitada por la profundidad, por lo que todas las olas componentes del tren de oleaje viajarán a la misma velocidad, evitando la alternancia H a $2H$ o a 0 . Así, fuera de aguas someras, la velocidad de fase del oleaje es mayor que la velocidad de grupo.

En principio, los patrones complejos de oleaje, como los creados por el viento, pueden ser descompuestos en componentes individuales por medio de un análisis de Fourier. Así, los campos de oleaje pueden ser descritos por la suma de sus términos sinusoidales:

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^n a_i \cos(k_i x - \omega_i t)$$

donde a es la amplitud de las olas ($1/2 H$). Esto lleva a la descripción de alturas del oleaje, frecuencias y energía por métodos de análisis estadístico y espectral.

A 2.1.3.1.- Definiciones estadísticas de los parámetros del oleaje

Al tener a la vista un registro de oleaje, se intuye la necesidad de reducir los datos a una forma más compacta y comprensible, que prescinda de la estructura detallada de toda la serie de tiempo y que a la vez retenga su información. En el tratamiento estadístico del oleaje puede hacerse a corto y largo término. El planteamiento del estudio del oleaje a corto término, se basa en las suposiciones de que el oleaje es aleatorio, gaussiano y estacionario, es decir, que las fuerzas generadoras y restauradoras que intervienen en su generación permanecen constantes durante un cierto periodo de tiempo llamado *estado de mar*. Por lo tanto, el registro de oleaje tiene que ser lo suficientemente corto como para considerarlo homogéneo (que no haya eventos de distinta naturaleza en el registro) y estacionario (en sentido energético y estadístico). Por otra parte, han de ser lo suficientemente largos como para obtener parámetros representativos. En este caso, los estados de mar pueden estudiarse utilizando como variable básica el tiempo (estudio estadístico) o bien la frecuencia (análisis y descripción espectral).

Desde el punto de vista estadístico, los parámetros representativos de un registro de oleaje obtenidos a partir de los desplazamientos verticales de la superficie del agua son una serie de valores característicos entre los que destacan los siguientes:

- H_{rms} es la altura media cuadrática

$$H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N H_i^2} \quad [A2.18]$$

- H_s o $H_{1/3}$ es la altura de ola significativa y es el promedio del tercio mayor de las alturas de ola en una secuencia de N olas.
- H_{max} es la altura de ola máxima del registro y viene dada por el valor mayor de las H_i .
- T_z es el periodo de paso por cero ascendente y es el intervalo de tiempo medio entre los cruces de tiempo consecutivos en el registro de oleaje.
- T_s es el periodo significativo que se define como la media aritmética de los periodos asociados al tercio de olas más altas del registro.
- r es el parámetro de irregularidad del registro y viene dado por el cociente entre el periodo medio de crestas y el periodo medio por paso cero ascendente, es decir:

$$r = \frac{\overline{T_c}}{T_z} \quad [A2.19]$$

donde r varía entre 0 y 1 según se trate de procesos muy irregulares o regulares, respectivamente.

A 2.1.3.2.- Descripción espectral del oleaje

De un registro del oleaje, puede obtenerse su espectro o función de densidad espectral $S(\omega)$ (donde ω es la frecuencia angular o $2\pi/T$) aplicando una transformada rápida de Fourier. De aquí puede obtenerse la energía media por unidad de superficie contenida en cada una de las frecuencias presentes en el registro. Dicho de otra forma, el espectro indica como se reparte la energía entre las distintas frecuencias que componen el registro.

La función de densidad espectral $S(\omega)$, se caracteriza por estar definida en el intervalo $(0, \infty)$, de modo que (cuando se genera una onda, hay una energía asociada a ella):

- $S(\omega) \geq 0 \quad \forall \omega$
- $S(\omega) \rightarrow 0 \quad \text{si } \omega \rightarrow 0$
- $S(\omega) \rightarrow 0 \quad \text{si } \omega \rightarrow \infty$

Cuando el periodo de las olas tiende a cero, es decir, es infinitamente pequeño, o cuando tiende al infinito, es decir, es infinitamente grande, la energía asociada a ella tiende a cero, es decir, no existen tales ondas. Por lo tanto la integral $\int_0^\infty S(\omega) d\omega$ está acotada.

Se pueden distinguir dos casos extremos de espectro: el espectro de banda estrecha y el espectro de banda ancha. La diferencia entre ambos es que el rango de las frecuencias es limitado e indicativo de un proceso regular (*swell*) en el primero, y que el rango de frecuencias es mayor, es decir, hay un mayor número de frecuencias componentes y es indicativo de un proceso bastante irregular (*sea*) en el segundo (ver figura A2.7). Casos intermedios de estados de mar, o con particularidades distintas (por ejemplo espectros bimodales con dos picos bien diferenciados) también son frecuentes.

De aquí se definen los momentos espectrales de orden n :

$$m_n = \int_0^\infty \omega^n S(\omega) d\omega \quad [\text{A2.20}]$$

entre los que destaca el momento espectral de orden cero, dado por:

$$m_0 = \int_0^\infty S(\omega) d\omega \quad [\text{A2.21}]$$

que es igual a la varianza σ^2 del registro. Físicamente la varianza (la media de los cuadrados de las desviaciones respecto al nivel medio) representa la energía necesaria para perturbar la superficie libre en equilibrio (el plano $z = 0$) y llevarla hasta el perfil considerado. Por lo tanto, m_0 es una medida del contenido energético de un estado del mar, que tendrá valores altos para estados de temporal y valores bajos para mares en calma.

Otro parámetro importante que se deduce del análisis espectral es el periodo de pico T_p , que es el periodo para el cual, la densidad espectral alcanza su máximo. Por lo tanto, es el periodo que más energía asociada tiene. Por último, otro parámetro importante a tener en cuenta, es el parámetro de anchura espectral ε que define la anchura relativa del espectro y por lo tanto, es indicativo de la regularidad o irregularidad del proceso. Este parámetro tiene que ver con el parámetro de irregularidad del registro r y se define como

$$\varepsilon^2 = 1 - r^2 \quad [A2.22]$$

y por consiguiente varía entre 0 y 1. Valores próximos a cero son indicativos de un proceso de banda estrecha (regular) y valores próximos a uno son indicativos de procesos de banda ancha (irregulares).

A 2.1.3.3.- Fundamentos teóricos del análisis espectral

El análisis espectral es aplicable a cualquier fenómeno variable en el tiempo. De los varios métodos de análisis que existen los más conocidos son los llamados métodos clásicos de estimación espectral (periodogramas) que se basan fundamentalmente en analizar en el dominio de las frecuencias una señal temporal. Sin embargo con sólo hacer la transformada de Fourier se obtiene un espectro de energía muy poco fiable y que posiblemente no tenga nada o casi nada que ver con la verdadera información encerrada en la señal estudiada. Es necesario hacer una preparación previa de las medidas y unos cálculos posteriores para obtener una estimación espectral fiable y son precisamente estos procedimientos los que pocas veces se aplican en este contexto aunque individualmente sean muy conocidos (eliminación de la tendencia, filtrado, etc.) En este apartado se describen los diferentes pasos necesarios para realizar un completo análisis espectral y posteriormente se comenta el programa donde se han puesto en práctica.

En resumen se siguen estos pasos:

- i. Eliminación de la tendencia mediante el cálculo de la recta de regresión.
- ii. Aplicación de una ventana para suavizar los efectos de recoger una serie finita de datos.
- iii. Transformada rápida de Fourier de los datos.

- iv. Filtrado pasa-bajo para eliminar el aliasing y pasa-alto para no salirse del rango de frecuencias que es capaz de medir el instrumento.
- v. Aplicación de un método clásico de estimación espectral: periodograma de Daniell, Bartlett o Welch.
- vi. Corrección de la profundidad si se han registrado valores de presión en vez de alturas de agua.
- vii. Cálculo de los parámetros espectrales tales como ε , T_z , T_p , H_s , etc.

A 2.1.3.3.1.- Eliminación de la tendencia

Es una corrección aplicada a los valores de la elevación que permite mejorar la relación señal/ruido de la estimación espectral cuando los datos de entrada contienen componentes de frecuencia cuyos períodos son más largos que la longitud del registro N (Δt : intervalo de tiempo entre dos datos, supuesto constante y N : número total de datos). Para eliminar la tendencia se obtiene una recta de regresión por mínimos cuadrados:

$$\eta = at + b \quad [A2.23]$$

donde η es la elevación de la superficie libre, t es el tiempo y los coeficientes a y b son:

$$a = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} ny_n - \frac{1}{N} \left(\sum_{n=0}^{N-1} n \right) \left(\sum_{n=0}^{N-1} y_n \right)}{N \Delta t (N-1)} \quad [A2.24]$$

$$b = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y_n - a \left[t_o + \frac{\Delta t}{2} (N-1) \right] \quad [A2.25]$$

donde t_o = tiempo inicial en que empezamos a obtener la serie (usualmente $t_o = 0$)

A 2.1.3.3.2.- Ventana de datos

Al tomar cualquier muestra de datos de una magnitud física durante un tiempo limitado, en realidad se está multiplicando la serie infinita de la magnitud por una función tipo caja que es 1 durante el muestreo y 0 fuera de él. Esto tiene el grave inconveniente de que aparece el fenómeno de *leakage* de frecuencias (filtrado a las frecuencias vecinas) es decir, la energía espectral de una frecuencia se ve alterada por la energía de frecuencias próximas. Esto se ve claro cuando se hace la transformada de la

función caja, ya que es una función con unos lóbulos grandes para frecuencias fuera del intervalo de muestreo. Este efecto se puede eliminar de dos formas:

- i. Haciendo el intervalo de muestreo todo lo amplio que se pueda, ya que la transformada de un rectángulo se aproxima más a la δ de Dirac cuanto mayor es su base.
- ii. Aplicando una ventana a los datos que suavice la función caja (Hanning, Parzen, Welch, etc.). En este caso la densidad de energía obtenida deberá multiplicarse por un factor de normalización.

A 2.1.3.3.3.- Transformada de Fourier

La serie de N datos $x[n]$ ($n = 0, \dots, N-1$) es transformada mediante una FFT:

$$X[n] = \sum_{i=0}^{N-1} x[i] \exp\left(-j \frac{2\pi ni}{N}\right) \quad [\text{A2.26}]$$

como la señal x es real, la transformada tiene la propiedad:

$$X[n] = X^*[N-n] \quad [\text{A2.27}]$$

por lo que numéricamente es posible tener $N/2$ números complejos X almacenados en la misma cantidad de memoria que los valores de entrada x . Es altamente recomendable utilizar un número de puntos potencia de 2. Si no es así, lo mejor es rellenar con ceros hasta la siguiente potencia de 2. Esta práctica permite también reducir el efecto del *aliasing*.

El espectro discreto de energía viene dado por:

$$P_{xx}[n] = |X[n]|^2 \quad 0 \leq n < N \quad [\text{A2.28}]$$

y la frecuencia $F = 1/NT$ es la llamada frecuencia resolución de P_{xx} .

A 2.1.3.3.4.- Filtrado

El muestreo mínimo para medir correctamente una señal es de 2 muestras por ciclo. Es más, si una función tiene una frecuencia máxima f_{max} muestreando con un intervalo $\Delta =$

($1/2 f_{max}$) es posible conocer exactamente esa función (teorema del muestreo). A esta frecuencia máxima se le llama frecuencia de Nyquist:

$$f_c \equiv \frac{1}{2\Delta} \quad [A2.29]$$

y la función es:

$$h(t) = \Delta \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_n \frac{\sin[2\pi f_c (t - n\Delta)]}{\pi(t - n\Delta)} \quad [A2.30]$$

Sin embargo, cuando se desconoce esta frecuencia máxima y se realiza un muestreo o cuando la función no está limitada en frecuencia, puede aparecer el fenómeno llamado *aliasing*, que consiste en que la densidad espectral de energía perteneciente a las bandas de frecuencia fuera del rango $[-f_c, f_c]$ se superpone a frecuencias dentro de ese rango, deformando sobre todo los extremos del espectro de energía. De hecho, una forma de comprobar que no hay *aliasing* es representar la transformada de Fourier de la función y ver que es aproximadamente nula para los límites cercanos a $-f_c$ y f_c .

Para evitar el *aliasing*, existen las siguientes posibilidades:

- i. Conocer la f_{max} ($\equiv f_c$) y muestrear con un intervalo $\Delta = (1/2 f_c)$.
- ii. Aplicar un filtro pasa-bajo con la frecuencia de corte f_c .

Por otra parte, cuando se obtiene una serie de muestras con instrumentos, es bastante común que éstos no respondan bien a variaciones lentas de la magnitud que miden, es decir tienen una frecuencia mínima (período máximo) por debajo de la cual no son capaces de obtener medidas. Esto provoca que para frecuencias entre 0 y esta f_{min} no se obtenga el valor de la magnitud deseada, sino cualquier otra cosa como fluctuaciones en los sensores del instrumento debido a cambios de temperatura, presión, etc. Por tanto se debe aplicar un filtro pasa-alto.

Ambos filtros conviene aplicarlos en el dominio de las frecuencias, ya que es mucho más sencillo y en la estimación espectral de energía hay que hacer de todas maneras la transformada de Fourier que es el paso más lento. En el dominio de las frecuencias se puede aplicar un filtro tipo caja sin tener que soportar los efectos de traspase de energía a frecuencias vecinas que se obtienen al aplicarlo en el dominio del tiempo.

A 2.1.3.3.5.- Estimación de la densidad de energía

Para obtener la densidad espectral de energía se utilizan los llamados métodos clásicos de estimación espectral. Esta se obtiene fácilmente a partir de P_{xx} mediante la expresión:

$$G_{xx}[n] = \frac{1}{N^2} (P_{xx}[n] + P_{xx}[N-n]) = \frac{2}{N^2} P_{xx}[n] \quad [\text{A2.31}]$$

donde $1/N^2$ es el factor de normalización

El problema de utilizar esta expresión sin más, es que la varianza de esta estimación para una frecuencia f_k es igual al cuadrado del valor esperado a esta frecuencia, o sea, la desviación estándar es del 100% del valor. Para reducirla se puede aplicar un periodograma:

- i. **Periodograma de Daniell.** Consiste en agrupar los coeficientes X_n en grupos de L elementos. De esta forma la desviación estándar se reduce en un factor $L^{-1/2}$. El valor de L depende del número de puntos N y de la resolución en frecuencia que se quiera en el espectro. Si se quiere tener $M+1$ intervalos de frecuencia entre 0 y f_c , se debe cumplir que $N = 2ML$, o bien $L = N/(2M)$. Por ejemplo, teniendo $N = 1024$ puntos con un intervalo de muestreo de $\Delta = 0.5\text{s}$, por tanto $f_c = 1/(2\Delta) = 1\text{ s}^{-1}$. Si lo que se quiere es una resolución de 0.01 s^{-1} en el espectro de frecuencias, se tendrá que $M = f_c / 0.01 = 100$. Por tanto $L = N / (2M) = 5.12$. Como debe ser entero, se escoge $L = 5$ y entonces $M = 102.4$. Así, la resolución exacta del espectro es $f_c / 102.4 = 0.0098\text{ s}^{-1}$. La desviación estándar es de $100 / 51.2 = 45\%$.
- ii. **Periodograma de Batlett.** Consiste en dividir los N datos en L grupos. De esta forma la desviación estándar también se reduce en un factor $1/\sqrt{L}$. Se parten los N datos en L grupos de $2M$ elementos cada uno, se realiza la FFT para cada grupo por separado y se hace la media para cada frecuencia con los L periodogramas calculados. Las ventajas de ésta técnica sobre la anterior, es que es computacionalmente más rápida puesto que se tarda menos en hacer varias FFT's de pocos elementos que una de todos los elementos juntos, ya que el número de multiplicaciones es proporcional a $\log_2 N$. También tiene menor coste computacional (se necesita menos memoria en un ordenador): un vector de $2M$ puntos (con $M = N / (2L)$) más otro auxiliar para hacer el promedio de N/L puntos. Por tanto se necesitan $2N/L$ valores y para $L > 2$ se ahorra memoria y, lo más importante, se puede hacer el análisis espectral en ordenadores con poca capacidad de memoria. Este periodograma es el más apropiado cuando se puede decidir el número de datos a recoger en base a la desviación estándar (y resolución espectral) que se requiere, ya que si se desea una reducción \sqrt{L} en σ es necesario tener L grupos de $2M$ elementos y por tanto se deben recoger $N = 2ML$ puntos.
- iii. **Periodograma de Welch.** Este método requiere una mayor cantidad de cálculo pero es el más adecuado cuando los datos ya han sido recogidos (N fijo) y se quiere obtener un espectro lo más preciso posible (σ reducido). Es básicamente igual al anterior. Consiste en dividir los N datos en L grupos pero de manera que cada grupo se superpone un 50% con el anterior. De esta forma si cada grupo

tiene $2M$ elementos $L = N/M-1$ y la desviación estándar se reduce en un factor $\sqrt{(9L/11)}$.

Al aplicar una ventana de datos, como se ha mencionado anteriormente, es necesario obtener un factor de normalización. Aplicado a cualquiera de estos dos últimos periodogramas el factor es:

$$4M \sum_{j=1}^L \sum_{m=1}^{2M} [\text{Window}(j)]^2 \quad [\text{A2.32}]$$

A 2.1.3.3.6.- Corrección de la profundidad

Cuando se usa la presión para obtener la elevación de la ola se deben multiplicar la densidad espectral de energía por el factor:

$$p^2 [m] G_{ee} [m] \quad [\text{A2.33}]$$

donde p es el factor de respuesta a la presión:

$$p(f) = \mu \frac{\cosh[k(h-z)]}{\cosh(kh)} \quad [\text{A2.34}]$$

donde k es el número de onda $2\pi/L$, z la profundidad del sensor desde la superficie, h la profundidad del agua y μ : factor empírico ($1 < \mu < 1.35$).

A 2.1.3.3.7.- Parámetros espectrales

Se calculan los momentos M_k definidos como:

$$M_k = \sum_{m=0}^{N-1} m^k G_{ee} [m] \quad [\text{A2.35}]$$

Los principales parámetros espectrales son:

Periodo medio entre intersecciones nulas:

$$T_z = \sqrt{\frac{M_0}{M_2}} \quad [A2.36]$$

Período de pico:

$$T_p = \frac{M_{-2}M_1}{M_0^2} \quad [A2.37]$$

Periodo medio entre dos crestas:

$$T_c = \sqrt{\frac{M_2}{M_4}} \quad [A2.38]$$

Altura de ola significativa:

$$H_s = 4.004\sqrt{M_0} \quad [A2.39]$$

Anchura Espectral:

$$\epsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{M_{22}}{M_0 M_4} \right)} \quad [A2.40]$$

A 2.1.3.3.8.- Valores para el análisis espectral

El análisis espectral se llevó a cabo con un programa en el que se realizan los cálculos y el pre-tratamiento de los datos descritos en los puntos anteriores. Este programa permite distintas opciones para realizar el análisis, como:

- N° total de datos. Es el número de datos sobre el que se hará el análisis espectral. La serie de tiempo puede tener más o menos datos; en el primer caso se ignoran, en el segundo se añaden ceros. Este valor debe ser una potencia de 2.
- N° de datos por grupo: Es el número de datos a los que se aplica el análisis conjuntamente tal como se explica en el apartado dedicado al periodograma de Welch. También debe ser un número potencia de 2.
- Intervalo de tiempo: Es el Δt constante entre datos. Puede estar en cualquier unidad, pero hay que tenerlo en cuenta a la hora de interpretar el espectro ($f = 1/\Delta t$) y los parámetros espectrales (los períodos vienen dados en las unidades de tiempo en que se introduzca Δt).
- Frecuencia de corte: Es la frecuencia en unidades de Δt para aplicar un filtro pasa-alto.
- Tipo de ventana: Es la ventana que le aplicaremos a los datos del fichero de entrada. Las opciones son:

- Ninguna, o lo que es lo mismo, la función caja que se utiliza para obtener los datos.
- Welch
- Parzen
- Hanning.
- 10 %.

La aplicación de una ventana a la muestra de datos provoca que los resultados obtenidos difieran según cual sea la ventana utilizada. La tabla A2.1 muestra la diferencia en H_s de un caso real (2048 valores tomados en grupos de 256):

Ventana	$H_s(\text{cm})$
Caja/Nada	86.0
Hanning	86.8
Parzen	86.2
Welch	87.0
10%	85.3

Tabla A2.1.- Distintos valores de la altura de ola significante H_s en función de la ventana utilizada.

En teoría está claro que la aplicación de una ventana mejora cualitativamente los resultados obtenidos, pero a la vista del ejemplo anterior, no queda claro que esto sea así ya que el valor que se obtiene al no aplicar una ventana está entre los restantes hallados al aplicar distintas ventanas. En cualquier caso, no es trivial decidir que tipo de ventana es el que da los valores más adecuados.

A 2.1.3.4.- Relación entre parámetros estadísticos y espectrales

Finalmente, al haber establecido las descripciones de los estados de mar en el dominio del tiempo y de la frecuencia, se describirán las relaciones existentes entre los parámetros estadísticos y espectrales.

El periodo medio por paso cero ascendente es función de los momentos espectrales de orden cero y segundo orden:

$$T_z = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad [\text{A2.41}]$$

También puede demostrarse que:

$$\overline{T_c} = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{m_4}} \quad [\text{A2.42}]$$

por lo que, al sustituir [A2.41] y [A2.42] en las definiciones de los parámetros de irregularidad del registro r y de anchura espectral ϵ , se obtienen las definiciones con base en los momentos espectrales:

$$r = \sqrt{\frac{m_2^2}{m_0 m_4}} \quad [\text{A2.43}]$$

$$\epsilon^2 = 1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \quad [\text{A2.44}]$$

Teóricamente para un estado de mar tipo *swell* puro ($\epsilon = 0$), las olas del registro se distribuyen según una función de densidad tipo Rayleigh, por lo que la probabilidad de que se presente una altura de ola determinada viene dada por:

$$p(H) = \frac{H}{4m_0} e^{-\frac{H^2}{8m_0}} \quad [\text{A2.45}]$$

por lo que la altura de ola media cuadrática H_{rms} puede calcularse como:

$$H_{rms}^2 = \int_0^{\infty} H^2 p(H) dH = 8m_0 \quad [\text{A2.46}]$$

y puede demostrarse que:

$$H_s \cong \sqrt{2} H_{rms} \quad [\text{A2.47}]$$

por lo que para un swell puro, la altura de ola significativa espectral es función del momento espectral de orden cero (varianza del registro):

$$H_s \cong \sqrt{2} \sqrt{8m_0} = 4\sqrt{m_0} \quad [\text{A2.48}]$$

por lo que, para $\epsilon = 0$, H_s espectral = H_s estadística. Esta demostración tiene la restricción importante de partir de un estado de mar totalmente teórico, por lo que

cuanto mayor sea el parámetro de anchura espectral ϵ , mayor será la diferencia entre los cálculos estadísticos y espectrales. No obstante esta expresión es ampliamente utilizada, aunque no se trate de un proceso de banda estrecha.

A 2.1.- *Olas en aguas someras*

Las olas durante su propagación desde aguas profundas sufren una serie de modificaciones al aproximarse a la costa. Las más importantes se describen a continuación.

A 2.1.4.- *Shoaling*

En aguas profundas el perfil del oleaje tipo *swell* es aproximadamente sinusoidal, con crestas suaves y redondeadas. En esta zona, ni la topografía del fondo ni su rugosidad afectarán apreciablemente el paso de las olas. Conforme las olas se propagan, primero en aguas intermedias y después en aguas poco profundas, sobreviene una transformación por la influencia de la pendiente y rugosidad (*ripples*) del fondo.

Una consecuencia fundamental de esta transformación es que la velocidad del oleaje y la longitud de onda disminuyen progresivamente mientras que la altura de la ola aumenta (por lo que el peralte también aumenta); el periodo se supone que permanece constante. Ya cerca de la zona de rompientes, el aumento en la altura de la ola trae consigo un peraltamiento de la ola y el perfil se vuelve significativamente asimétrico, con crestas muy pronunciadas y separadas por valles relativamente planos. Finalmente, la pendiente de las crestas se vuelve inestable y la ola rompe. Por lo tanto, la altura de una ola en rotura puede ser bastante mayor que en aguas profundas.

Usando la teoría lineal se tiene que la variación de la longitud de onda L y la velocidad de fase c con respecto a los cambios en la profundidad h es:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{c}{c_0} = \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad [\text{A2.49}]$$

Esto quiere decir que la longitud de la onda y la velocidad de fase disminuyen sistemáticamente con la disminución de la profundidad. Las variaciones en las alturas de ola en aguas someras pueden calcularse a partir de la consideración del flujo de energía. Asumiendo que la pérdida de energía por fricción en el fondo y la reflexión son despreciables (sin duda, una consideración bastante razonable para olas fuera de la zona cercana a la costa), entonces el flujo de energía permanece constante (método del flujo de energía):

$$P = Ecn = \left(\frac{1}{8} \rho g H^2 \right) c \left[\frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right] \right] = (Ecn)_0 = \text{cte} \quad [\text{A2.9}]$$

donde el subíndice $_0$ denota el valor en aguas profundas. Sin pérdida de energía, el flujo de energía en oleaje en aguas someras permanece igual que su valor en aguas profundas. A partir de la expresión de la densidad de energía del oleaje (ecuación [14]), se obtiene la razón de altura de ola H en aguas con profundidad h con respecto de la altura de ola en aguas profundas H_0 :

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{1}{2n} \frac{c_0}{c} \right)^{\frac{1}{2}} = K_s = \sqrt{\frac{c_g}{c_{g0}}} \quad [\text{A2.50}]$$

donde el término dentro del paréntesis de la ecuación es conocido como el coeficiente de *shoaling*.

El incremento en la altura de la ola esta limitado por las condiciones de rotura (inestabilidad) que será discutida más adelante. Como se menciono anteriormente, al variar la profundidad del agua, también variará la altura del oleaje y la longitud de la onda. Sin embargo, hay que considerar que el periodo de la ola permanece constante, ya que el número de olas se conserva. Pueden hacerse además las suposiciones más comunes en hidrodinámica, como que la viscosidad del fluido es despreciable, la presión atmosférica es constante y así el balance energético se conserva (se aplica la ley de conservación de energía), es decir, no hay producción ni disipación de la energía del oleaje en el dominio de estudio.

El peralte de la ola también (H/L) también varía con el *shoaling*. El peralte cae temporalmente a un valor ligeramente menor que su valor en aguas profundas conforme el oleaje se propaga por aguas intermedias, para incrementarse bruscamente cuando llega a aguas someras, pues H aumenta y L se reduce. El repentino incremento del peralte, junto con el incremento de la altura de la ola, son las características más notables del oleaje al entrar en la zona cercana a la costa, hasta un punto tal en que la ola se hace inestable y rompe.

Todo este análisis de la transformación que sufre el oleaje cuando de propaga a aguas intermedias y someras ha sido derivado totalmente de la teoría lineal, la cual se basa en el argumento de que la altura de ola es pequeña comparada con su longitud. Es de notar que a pesar de su sencillez, las tendencias predichas son razonablemente acertadas en cuanto a los cambios en las velocidades de fase, alturas, etc., conforme la ola se transforma por la disminución de la profundidad. Además de invalidarse el punto de partida de la teoría lineal (H pequeña en relación con L) durante el *shoaling*, la fricción con el fondo se hace importante, por lo que ya no es despreciable.

Estudios llevados a cabo por Flick, Guza e Inman (1981) en los que comparan el uso de la teoría de Stokes (2° y 3° orden) y *cnoidal* con medidas realizadas de alturas y velocidades orbitales, concluyen que la teoría de Stokes de 3° orden predice razonablemente bien los cambios en la altura de la ola y las velocidades orbitales en la zona *offshore* a profundidades tales que el número de Ursell $Ur = \left[(H/h) / (kh)^2 \right]$ es

menor a 1. más cerca de la línea de costa, es la teoría *cnoidal* la que da las mejores aproximaciones.

A 2.1.5.- Refracción.

Una vez el oleaje ha entrado a aguas intermedias y someras, se ve sometido a un proceso de refracción, en el que la dirección de propagación cambia con la disminución de la profundidad, de tal manera que las crestas tienden a ponerse paralelas a las isóbatas. Si el período de ola es constante, la celeridad de la ola depende principalmente de la profundidad local de agua (de la relación h/L), por lo que cuando el oleaje tiene una aproximación oblicua a la costa, la parte de la cresta de la ola que se desplace por la zona donde hay mayor profundidad se moverá a mayor velocidad que la parte de la cresta que se encuentra a menor profundidad (es decir, hay un gradiente en la celeridad de la ola a lo largo de la línea de cresta). Con esta tendencia, las crestas tienden a rotar y a alinearse con las isóbatas (figura 2.18).

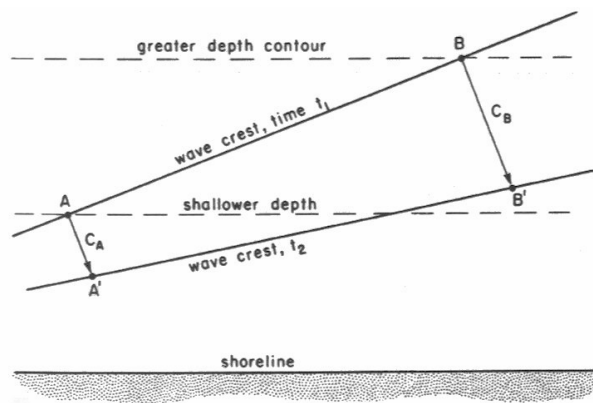


Figura A2. 10.- Refracción producida por la diferencia en las velocidades de propagación para una misma cresta (Komar, 1998)

La distribución de la celeridad sufre una distorsión si el oleaje tiene una aproximación oblicua a la playa y también si existen corrientes locales en el fluido. La refracción implicará una modificación en la dirección de la ola es decir, se refiere a un proceso cinemático de transformación de ola. La altura de ola también varía con los cambios en el espaciado de las líneas de la ola.

Es importante recalcar que la refracción puede ser producida, no sólo por la batimetría, sino por cualquier fenómeno que produzca que una parte de la cresta de la ola se propague a distinta velocidad (interacción con corrientes por ejemplo).

Asumiendo que no hay transferencia lateral de energía a lo largo de las crestas del oleaje, la cantidad de energía entre dos ortogonales debe permanecer constante (figura A2.11).

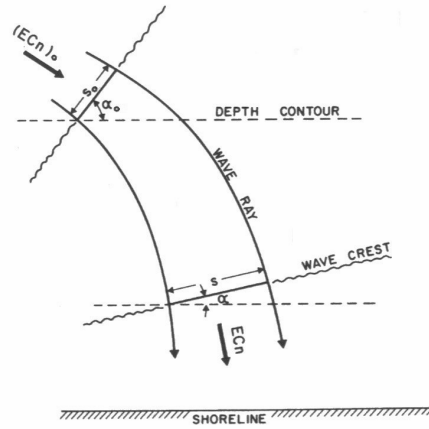


Figura A2.11.- Conservación del flujo de energía E_{cn} entre dos rayos ortogonales a las crestas del oleaje (Komar, 1998).

Si s_0 es la distancia entre los rayos en aguas profundas y s es la distancia posterior al *shoaling*, entonces:

$$P = E_{cns} = (E_{cns})_0 = \text{constante} \quad [A2.51]$$

Análogamente a la obtención del coeficiente de *shoaling* (en ausencia de refracción), se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{1}{2n} \frac{c_0}{c} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{s_0}{s} \right)^{\frac{1}{2}} \quad [A2.52]$$

Esta ecuación permite determinar las alturas de ola en aguas intermedias o someras, conociendo la altura de ola correspondiente en aguas profundas, cuando la distancia relativa entre dos ortogonales pueda ser determinada. La raíz cuadrada de esta distancia relativa s_0/s es conocida como el coeficiente de refracción K_r :

$$K_r = \left(\frac{s_0}{s} \right)^{\frac{1}{2}} \quad [A2.53]$$

la cual, para un caso idealizado de una playa recta con isóbatas paralelas es:

$$\frac{s_0}{s} = \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} \quad [A2.54]$$

donde el cambio en la dirección está relacionado con la variación de la celeridad de fase a través de la ley de Snell:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{L_1}{L_2}; \therefore \frac{\sin \alpha_1}{c_1} = \frac{\sin \alpha_2}{c_2} = \text{constante} \quad [\text{A2.55}]$$

donde α_1 y α_2 son los ángulos entre dos crestas adyacentes, y los contornos del fondo respectivos; c_1 y c_2 son las velocidades de fase a las dos profundidades. Para un fondo con topografía suave, con una línea de costa rectilínea y cuyos contornos del fondo sean paralelos, el ángulo a cualquier profundidad puede relacionarse con el ángulo de aproximación en aguas profundas α_0 :

$$\sin \alpha = \frac{c}{c_0} \sin \alpha_0 \quad [\text{A2.56}]$$

Conforme la velocidad de fase c decrece en relación con su valor en aguas profundas al acercarse a la costa, el ángulo α correspondiente, también decrecerá con respecto a su valor en aguas profundas.

A 2.1.6.- Difracción.

Las olas que se propagan en un medio sin obstáculos, mantienen una cierta uniformidad en la altura de ola en todo el frente. Sin embargo, ante la presencia de un obstáculo cualquiera en el dominio de propagación del oleaje, se genera una zona de “sombra” provocando fuertes gradientes de altura de ola en el frente de onda, lo que induce una transferencia lateral de energía. Este fenómeno de difusión o flujo lateral de la energía del oleaje se denomina “difracción del oleaje”. Puede verse muy bien en el caso de que el oleaje se encuentre con alguna estructura que lo interrumpa, como una isla o un dique. En ese caso, la estructura corta la energía del oleaje, creando una “zona de sombra”, protegida de la acción del oleaje (figura A2.12). Sin embargo, el proceso de difracción puede provocar que haya una transferencia de la energía del oleaje que no ha encontrado interferencia, penetrando en la zona protegida.

El cálculo de la difracción es importante porque puede determinar la distribución de alturas de ola una zona protegida, como un puerto o una bahía, por lo que debe tenerse en cuenta en el diseño de las estructuras marítimas. Además, en algunos casos, la difracción es fundamental en la configuración de una playa, como cuando se construyen estructuras rígidas de protección costera, que en algunos casos inducen la formación de tómbolos.

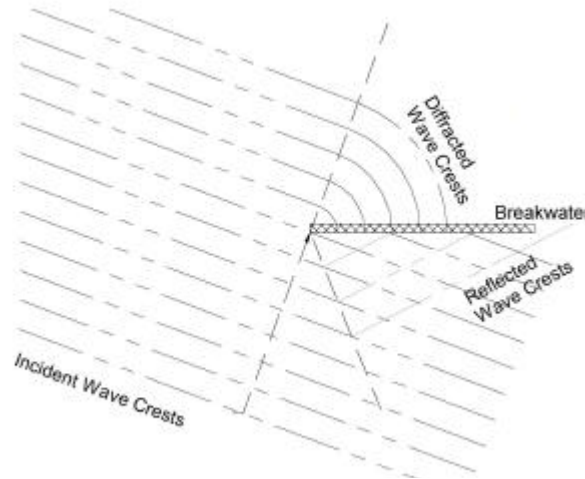


Figura A2.12.- Difracción del oleaje en una zona protegida por un dique.

A 2.1.7.- Reflexión

Cualquier barrera en el camino de propagación de una ola puede reflejar energía, pero la cantidad de energía reflejada depende de la pendiente de la barrera. Por ejemplo, una playa muy plana reflejará poca energía, pues la mayor parte de la energía del oleaje se disipará en la rotura. Estructuras más verticales pueden reflejar una mayor cantidad de energía y si el oleaje se aproxima normalmente, dar lugar a ondas estacionarias que pueden tener el doble de altura que las olas incidentes. Si la reflexión se produce con un ángulo, puede dar lugar a un patrón tridimensional de la superficie del agua y una gran producción de turbulencia en el fondo, donde los flujos orbitales se cruzan.

El coeficiente de reflexión se define como la tasa de la altura de ola reflejada sobre la altura de ola incidente:

$$r = \frac{H_r}{H_i} \quad [A2.57]$$

. Este coeficiente depende de la pendiente, la rugosidad y permeabilidad de la superficie reflejante, peralte del oleaje (ya que si el oleaje rompe, la cantidad de energía reflejada se reduce drásticamente) y del ángulo de aproximación del oleaje. Miche (1944) derivó una expresión para el peralte crítico que indica la condición crítica de rotura del oleaje:

$$\left(\frac{H_0}{L_0} \right)_{\max} = \sqrt{\frac{2\beta}{\pi}} \frac{\sin^2 \beta}{\pi} \quad [A2.58]$$

donde β es el ángulo (en radianes) con respecto a la horizontal. A valores bajos de la pendiente del fondo (más plano), la ola tenderá a romper, mientras que para pendientes altas, la ola se reflejará.

Iribarren y Nogales (1949) proponen el llamado parámetro de Iribarren, que más tarde, Battjes (1974) renombró como parámetro de similitud de *surf*:

$$\xi = \frac{\tan\beta}{\sqrt{H/L_0}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\tan\beta}{\sqrt{H/gT^2}} \quad [A2.59]$$

asignando un valor de $\xi_c \cong 2.3$ como el punto crítico entre las condiciones de rompiente y reflexión del oleaje; cuando $\xi < \xi_c$, sobreviene la rotura.

En la figura A2.13 se muestra el coeficiente de reflexión como una función del parámetro de Iribarren y en la figura A2.14 se muestra el coeficiente de reflexión de varias playas en función del parámetro de Iribarren (Battjes, 1974) contra datos medidos por Moraes (1970).

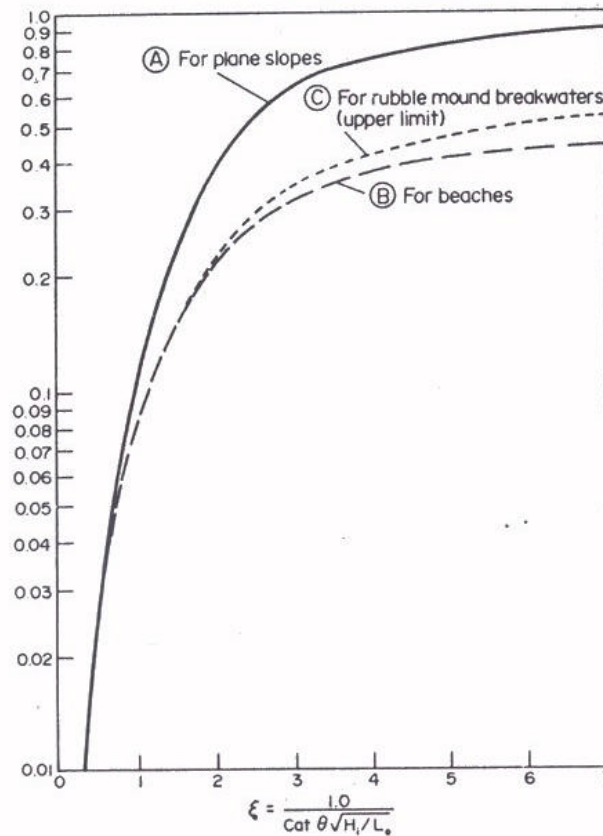


Figura A2.13.- Coeficiente de Reflexión para pendientes de playas y rompeolas de escollera en función del parámetro de Iribarren ξ (Battjes, 1974).

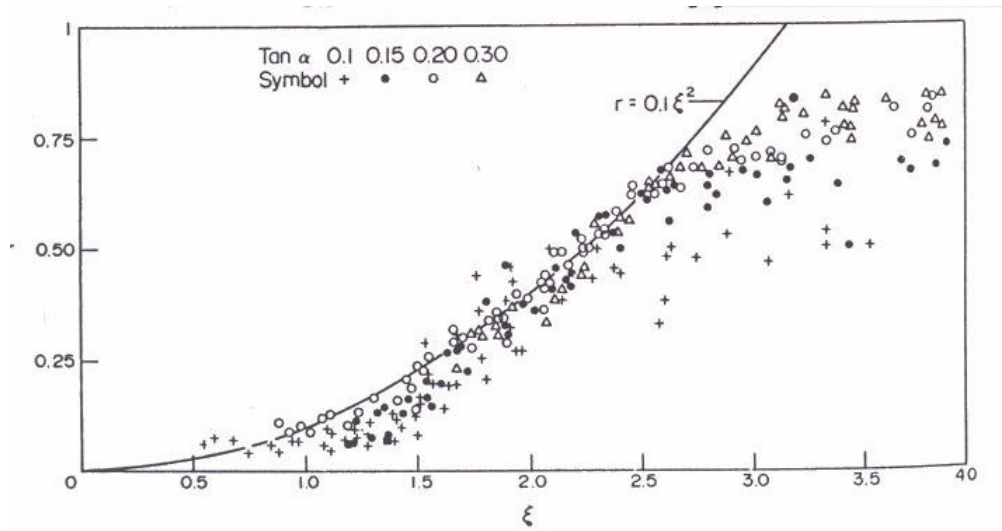


Figura A2.14.- Coeficiente de Reflexión para varias playas en función del parámetro de Iribarren ξ (Battjes, 1974).

Publicaciones

1.- Revistas

- Rodriguez, A., A. Sánchez-Arcilla, C. Möso y B. Mercader, (1997). *Comparación de teorías y medidas del flujo oscilatorio en la zona de rompientes*. Revista Ingeniería Hidráulica en México, Nro. 2, 17-27.
- Rodríguez, A., Sánchez-Arcilla, A., Redondo, J.M., y Möso, C., (1999). *Macroturbulence measurements with Electromagnetic and Ultrasonic Sensors: A Comparison under high-turbulent Flows*. Journal of Experiments in Fluids, Volumen: 27 pp: 31 – 42
- M. Díez, J.P. Sierra, J.M. Redondo, C. Möso y M.O. Bezerra (1999). *Estudio hidrodinámico de la zona costera mediante el análisis digital de imágenes*. Ingeniería del agua (ISSN: 1134-2196) Volumen: 6, pp: 283 – 292. Ed. Universidad Politécnica de Valencia
- A. Rodríguez, C. Möso, J.P. Sierra, A. Sánchez-Arcilla & F. Collado (2001). *Corrientes longitudinales y resistencia al flujo en zona de rompientes*. Ingeniería Hidráulica en México. Volumen 16, pp 35 - 43
- J. P. Sierra, C. Möso, J. M. Alsina, A. Sánchez-Arcilla y E. Berdala. *Modelado hidromorfodinámico de una playa multibarrada longitudinalmente uniforme*. Ingeniería Hidráulica en México (aceptado)

2.- Publicaciones en Congresos

- A. Rodriguez, A. Sánchez-Arcilla, Bahía. E. y Möso C. (1995). *Delta '93: Experimental Study of surf zone hydrodynamics at the Ebro Delta*. MAST-G8M Final Workshop. Book of extended Abstracts, Gdansk, Poland.
- S.Arcilla, A.; Rodriguez, A.; A; Santas, J.C.; Möso, C.; Gracia, V.; Sospedra, J.; Kosyan, R.; y Kuznetsov, S. (1996). *DELTA'96: Surf-Zone and Nearshore Measurements at the Ebro Delta*. FANS 1ST Workshop (Centro de Estudios Avanzados de Blanes. Book of extended abstracts
- S.Arcilla, A., Rodriguez, A., A; Santas, J.C.; Möso, C.; Gracia, V.; Sospedra, J.; Kosyan, R.; y Kuznetsov, S. (1997). *Experimentos Hidromorfodinámicos en la zona costera del Delta del Ebro*. IV Jornadas Españolas de Ingeniería de Costas y Puertos (Grupo de Oceanografía Física. Departamento de Física Aplicada. Universidad de Cádiz). Proc. IV Jornadas Españolas de Ingeniería de Puertos y Costas; Vol. II, pp. 629-642, España

- Rodriguez, A., S.Arcilla, A., Rodriguez, A; Santas, J.C.; Gracia, V.; Kosyan, R.; Kuznetsov, S.; y Möso, C. (1997). *DELTA'96 Surf-Zone and Nearshore Measurements at the Ebro Delta*. International Conference on Coastal Dynamics (American Association of Civil Engineers). Proc. I. C. Coastal Dynamics, ASCE; pp 556-565, Plymouth, UK.
- C. Möso, J.P. Sierra, M. Díez, A. Sánchez-Arcilla, A. Rodríguez, J.C. Santás and V. Ruiz (1998). *Experimental study of wave deformation in the near-shore zone. Delta'96 case*. Littoral 98. Proc. 4th Int. Conf. Littoral, pp. 323-332
- Karambas, Th.; Kriezi, E.; Prinos, P.; Tilegrafos, A.; Gironella, X.; and Möso, C. (1999). *Wave reflection and transmission for monolithic submerged and rubble-mound break waters in the nearshore zone*. Coastal Structures. Proc. 99 Coastal Structures, pp. 182-183, Santander, España.
- M. Díez, C. Möso, J.P. Sierra, M. Mestres, A. Sánchez-Arcilla, A. Rodríguez, M.O. Bezerra and J.M. Redondo (1998). *Estimation of dispersion coefficients in low wave energy surf zone using video images*. Littoral 98. Proc. 4th Int. Conf. Littoral, pp. 535-542.
- C. Möso, A. Rodriguez, J.P. Sierra and A. Sánchez-Arcilla (1998). *Macroturbulent velocity measurements in wave breaking*. III Workshop on Advances in Turbulence. Barcelona
- M. Díez, A. Rodríguez, E. Bahía, J.P. Sierra and A. Sánchez-Arcilla (1998). *Dispersion of tracers in the surf zone using video images*. III Workshop on Advances in Turbulence. Barcelona.
- A. Rodríguez, C. Möso, J.P. Sierra, A. Sánchez-Arcilla and J.M. Redondo (1999). *Macroturbulence Measurements under Breaking Waves*. XXVIII IAHR Biennial Congress. Proc. XXVIII IAHR Biennial Congress (CD-ROM). Graz, Austria
- C. Möso, A. Rodríguez, J.P. Sierra and A. Sánchez-Arcilla (2000). *Macroturbulent velocity measurement in wave breaking*. Advances in Turbulence IV. Turbulent Diffusion in the Environment, pp. 155-163, Barcelona, Spain.
- Sánchez-Arcilla, J.P. Sierra & C. Möso (2001). *2DV beach profile modelling. Results and limitations*. 2nd IAHR Symposium on River, Coastal and Estuarine Morphodynamics. Proc. 2nd IAHR Symposium on River, Coastal and Estuarine Morphodynamics, pp. 325-334. Obihiro, Japan
- J.P. Sierra, A. Sánchez-Arcilla, C. Möso y E. Berdala (2001). *Estudio comparativo de modelos de disipación de energía por rotura del oleaje irregular*. V Jornadas Españolas de Ingeniería de Puertos y Costas. Proc. V Jornadas Españolas de Ingeniería de Puertos y Costas. Palma de Mallorca, Spain
- C. Möso, A. Sánchez-Arcilla, O. S. Madsen, J.P. Sierra, and I. Cáceres (2002). *Another approach to longshore current evaluation*. International Conference on Coastal Engineering, Book of Proceedings. Cardiff, Wales, pp 872-884.

J.M. Alsina, A. Sánchez-Arcilla, J.P. Sierra, D. González, I. Cáceres and C. Möso (2002). *Morphodynamic Modelling of Bottom Evolution Around a Low Crested Structure in the Catalan Coast*. Mediterranean and Black sea beaches. Book of Proceedings. Kusadasi, Turkey, pp 97-106.

3.- Comunicaciones en Congresos

- C. Möso, J.P. Sierra, A. Sánchez-Arcilla, A. Rodríguez and M. Díez (1997). *Current system characterization in a low wave energy surf zone by means of video images and velocities analyses*. The Delta'96 case. III Workshop FANS-MAST III project (Université de Toulon et du Var). Toulon (Francia)
- C. Möso, J.P. Sierra, M. Díez, A. Sánchez-Arcilla, A. Rodríguez, J.C. Santás and V. Ruiz (1998). *Comparative study of wave field spectra transformation in the nearshore, surf and swash zone in the Ebro Delta*. IV Workshop FANS-MAST III project, Bangor, U. K.
- A. Rodríguez, C. Möso, J.P. Sierra, A. Sánchez-Arcilla y F. Collado (1988). *Resistencia al escurrimiento en corrientes interactuando con oleaje en rotura*. XVII Congreso Nacional del Agua / II Simp. de Recursos Hídricos del Cono Sur. Sta Fe Argentina.
- J.P. Sierra, A. Sánchez-Arcilla, C. Möso and R. Martínez (1999). *CIIRC-LIM modelling activities on Egmond beach*. COAST3D Overall Workshop, Utrecht, Holanda.
- J.P. Sierra, C. Möso and A. Sánchez-Arcilla (2000). *Modelling of Teignmouth pilot experiment*. COAST3D overall meeting. Caen, France.
- J.P. Sierra, C. Möso and A. Sánchez-Arcilla (2000). *Modelling of Egmond main experiment*. COAST3D overall meeting. Caen, France.
- A. Sánchez-Arcilla, J.P. Sierra and C. Möso (2001). *Egmond profile modelling using Limos-1d model*. COAST3D final workshop, Wallingford, U.K.
- J.P. Sierra, A. Sánchez-Arcilla and C. Möso (2001). *Teignmouth modelling using Limos model*. COAST3D final workshop. Wallingford, U.K.
- C. Möso, A. Sánchez-Arcilla, J.P. Sierra, X. Gironella & D. Vergés (2001). *Modelling of beach dynamics*. II Delos overall meeting. Proc. II Delos overall meeting (<http://www.delos.unibo.it>). Aalborg, Denmark.

4.- Informes de Investigación

- M. Diez, J. P. Sierra y C. Möso, (1988). Inventario del contenido de las cintas de video grabadas en la campaña Delta'96. Informe MR-LIM/AHM-98-1, 18 pgs.
- J.P. Sierra, M. Mestres, C. Möso y R. Martínez (1999). *Estudio de alternativas para mejorar las condiciones de agitación actualmente existentes en el puerto de Cases d'Alcanar*. 125 pgs. Ed. LIM, Informe técnico TR-LIM/AHC-99-1.
- C. Möso, J.P. Sierra, R. Martínez y E. Movellán (1999). *Summary of meteorological, oceanographic and water quality data at the Ebro Delta area*. 48 pgs. Ed. LIM, Informe de investigación RR-LIM/AHC-99-2.
- J.P. Sierra, C. Möso, A. Sánchez-Arcilla, M. Mestres and M. Coussirat (2000). *CIIRC-LIM runs for Teignmouth pilot experiment (COAST3D project)*. Ed. LIM, Informe de investigación RR-LIM/AHC-00-2. 24 pgs
- C. Möso, D. González, J.M. Alsina and J.P. Sierra (2001). *Inventory of low crested structures in Spain*. Ed. LIM, Informe de investigación RR-LIM/AHC-01-2. 76 pgs.