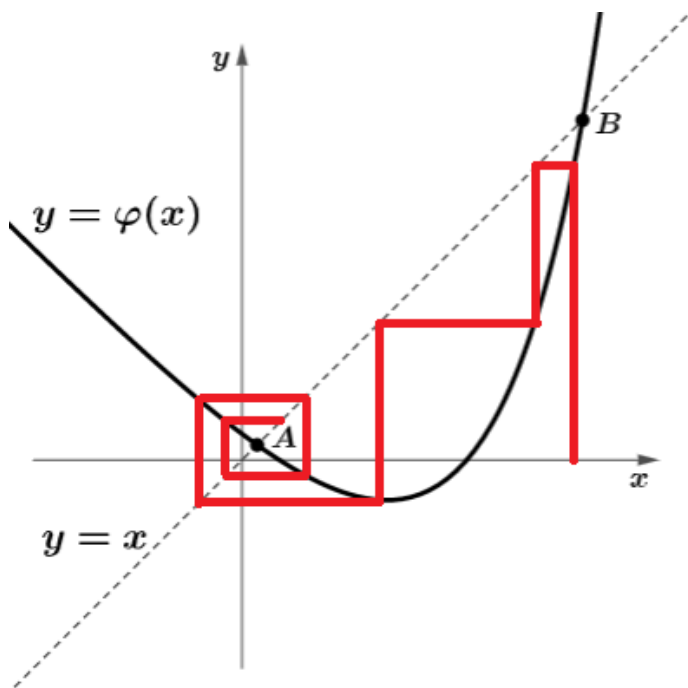


## CÁLCULO NUMÉRICO - P3.2 - 11/07

NOME: \_\_\_\_\_ RA: \_\_\_\_\_

**Questão 1 [5 pontos]** Na figura vemos o gráfico de uma função de iteração  $\varphi$  e seus dois pontos fixos  $A$  e  $B$ . Determine e justifique, graficamente, se esses pontos fixos são atratores ou não.



O ponto  $A$  é atrator e o ponto  $B$  não é atrator.

**Questão 2 [5 pontos].** Considere a função  $f(x) = 5x^3 - 6x^2$  que possui uma única raiz positiva  $x^* = \frac{6}{5}$ . Considere uma função de iteração  $\varphi(x) = x + \alpha f(x)$  para determinar  $x^*$  através de iterações  $x_{k+1} = \varphi(x_k)$ . Qual é o melhor valor possível para  $\alpha$ , isto é, o valor que torna a convergência de  $(x_k)$  mais rápida?

Para  $x^*$  ser um atrator devemos ter  $|\varphi'(x^*)| < 1$ , e para  $x^*$  ser um super-atrator devemos ter  $\varphi'(x^*) = 0$ . Logo, devemos ter

$$\varphi'(x^*) = 0 \Leftrightarrow 1 + \alpha f'(x^*) = 0 \Leftrightarrow \alpha = -\frac{1}{f'(x^*)}$$

Como  $f'(x^*) = 15 \cdot \frac{36}{25} - 12 \cdot \frac{6}{5} = \frac{36}{5}$ , o valor de  $\alpha$  é

$$\alpha = -\frac{5}{36}$$