

Algoritmos e Estrutura de Dados I - Listas de Exercícios

Jorge Augusto Salgado Salhani

Novembro, 2022

1 Lista 5

1. Qual a maior e menor quantidade de nós que podem existir em uma árvore binária completa de altura h ? Explique.

Sabemos que uma árvore binária completa (ABC) deve necessariamente satisfazer as seguintes condições:

- Seja d a profundidade da árvore. Então cada nó-folha está no nível $d - 1$ ou no nível d
- O nível $d - 1$ está necessariamente todo preenchido
- Os nós-folha no nível d estão todos mais à esquerda possível.

Sendo h a altura da árvore ABC comprimento do nó raiz ao nó-folha mais distante, então a altura dos nós-folha é 0, enquanto a profundidade dos nós-folha mais distantes da raiz é $d = h$.

Dessa forma, seja n o número de nós da árvore ABC, temos a seguinte sequência:

$$h = 0 \rightarrow n = 1$$

$$h = 1 \rightarrow n = 2, 3$$

$$h = 2 \rightarrow n = 4, 5, 6, 7$$

$$h = 3 \rightarrow n = 8, \dots, 15$$

$$h = 4 \rightarrow n = 16, \dots, 31$$

...

Logo $n_{min} = 2^h$ e $n_{max} = 2^{h+1} - 1$.

2. Uma árvore estritamente binária com n nós-folha contém quantos nós? Explique.

Uma árvore é estritamente binária (ou árvore própria) se vale que um nó tem 0 ou 2 nós descendentes. Ou seja, temos apenas nós-folha ou nós com 2 descendentes.

Dessa forma, seja N o número total de nós, temos que

$$n = 0 \leftarrow N = 0$$

$$n = 1 \leftarrow N = 1$$

$$n = 2 \leftarrow N = 3$$

$$n = 3 \leftarrow N = 5$$

$$n = 4 \leftarrow N = 7$$

$$n = 5 \leftarrow N = 9$$

$$n = 6 \leftarrow N = 11$$

Logo $N = 2n - 1$. Uma outra forma de ver esse resultado é que, a cada dois nós folha adicionados (precisam ser em pares pela condição de ser uma AP), o nó que antes era folha e agora possui 2 descendentes fez com que a árvore perdesse um nó-folha e ganhasse 2 novos, com ganho de 1 nó folha. Assim, a cada 2 novos nós, temos um incremento de 1 nó folha.

3. Escreva algoritmos recursivos para determinar:

- O número de nós de uma árvore binária (AB)
- A soma dos conteúdos de todos os nós em uma árvore AB, considerando que cada nó contém um inteiro
- A profundidade de uma árvore AB

(código)

4. Escreva um algoritmo para determinar se uma árvore AB é:

- Estritamente binária AP
- Completa ABC

(código)

5. Duas árvores AB são similares se elas são vazias ou se elas não são vazias e suas subárvores da esquerda são similares e suas subárvores da direita são também similares. Escreva um algoritmo para determinar se duas árvores AB são similares.

(código)

6. Escreva um algoritmo para determinar se uma árvore AB é ou não similar à alguma subárvore de outra árvore.

(código)

7. Responda Certo ou Errado. Justifique.

- Qualquer que seja o número de chaves é sempre possível construir com elas uma árvore AB completa.

Sim. Basta que cada novo nó seja inserido na posição mais à esquerda até que seu nível seja completo, para que em seguida a inserção aconteça no próximo nível, também na posição mais à esquerda da árvore. Dessa forma, mantemos sempre a árvore como uma ABC.

- Uma árvore AB que possui as folhas no último ou penúltimo nível é completa.

Não necessariamente. Como por definição uma árvore é considerada ABC caso todos os nós-folha do último nível estejam mais à esquerda possível da árvore, além do considerado no enunciado, então caso um dos nós-folha não esteja na posição mais à esquerda, não teremos uma ABC.

- Dada uma árvore AB com mais de 3 nós, é possível que um percurso em pré-ordem e um percurso em-ordem visitem os nós na mesma ordem.

Não. Seja o caso com três nós. Caso pré-ordem, a primeira visita ocorrerá no nó raiz central (com descendentes esquerda e direita), para em seguida visitar um descendente. Nos casos em-ordem ou pós-ordem, a primeira visita ocorrerá depois de ao menos um caminho percorrido ao longo das subárvores, resultando na visita de um de seus nós descendentes. Que difere do caso pré-ordem, por exemplo.

8. Dada uma árvore AB que represente uma expressão matemática, construa um algoritmo que apresente a versão infix, pós-fixa e pré-fixa da expressão.

(código)