Matemática Discreta - Listas de Exercícios

Jorge Augusto Salgado Salhani

Agosto, 2022

1 Lista 1 - Lógica Formal

1.1 Quais das sentenças abaixo são proposições?

(a) A lua é feita de queijo verde

Partindo da definição de que uma proposição é uma declaração ou sentença declarativa (não exclamativa ou interrogativa) que pode ser classificada com um e somente um de dois valores (verdadeiro ou falso, por exemplo), temos que **(a)** é proposição

(b) Ele é, certamente, um homem alto

Não é proposição, pois **Ele** é indefinido, e portanto variável, cujo universo que está contida não está definido.

(c) O jogo vai acabar às 16 horas

É proposição

(d) Os juros vão cair ano que vem

Não é proposição, pois **os juros** é indefinido, tal como o item **(b)**

(e) $x^2 - 4 = 0$

Não é proposição, pois x é variável e o universo que pertence não está definido.

(f) $1 + 3 \neq 1 + 6$

É proposição.

(g) $(-2)^5 \geq (-2)^3$

É proposição

(h) $11 - 4.2$

Não é proposição, pois não contém uma afirmação que pode ser classificada com dois valores (V ou F, e.g.)

1.2 Qual é o valor lógico de cada uma das proposições a seguir?

(a) 8 é par e 6 é ímpar: **Falso**

(b) 8 é par ou 6 é ímpar: **Verdadeiro**

(c) $(-1)^6 = -1$ e $2^5 < 2^7$: **Falso**

(d) $\sqrt{16} = 6$ ou $2/4 = 2$: **Falso**

(e) Se 8 for ímpar, então 6 será par. **Verdadeiro**

(f) $8 = 2 \times 4 \rightarrow 2/8 = 4$: **Falso**

(g) $2^2 = 4 \leftrightarrow (-2)^2 = 4$: **Verdadeiro**

(h) Se 8 for ímpar e 6 for par, então $8 < 6$: **Verdadeiro**

1.3 Admitindo que p e r são verdadeiras, q é falsa, determine o valor (V ou F) de cada proposição abaixo.

(a) $p \wedge (q \vee r)$

$q \vee r = V \implies p \wedge V$. Logo **(a)** = V.

(b) $(p \wedge q) \vee r$

$p \wedge q = F \implies F \vee r$. Logo **(b)** = V. (comutatividade do item **(a)**)

(c) $\sim q \leftrightarrow \sim r$

$\sim q = V$, $\sim r = F$. Logo **(c)** = F.

(d) $(q \vee p) \rightarrow r$

$q \vee p = V \implies V \rightarrow r$. Logo **(d)** = V.

(e) $q \vee (\sim p \rightarrow r)$

$\sim p = F$, $F \rightarrow r = F$, $q \vee F = F$. Logo **(e)** = F.

1.4 Sendo a proposição $p \rightarrow (q \vee r)$ falsa e a proposição $(s \wedge (\sim r)) \leftrightarrow q$ verdadeira, classifique em V ou F as afirmações p, q, r, s.

A relação $p \rightarrow (q \vee r) = F$ indica que $p = V$ e $(q \vee r) = F$.

Se $q \vee r$ = F, então $q = F$ e $r = F$.

A relação $(s \wedge (\sim r)) \leftrightarrow q = V$ indica que ambas proposições tem mesmo valor. Sabemos que $q = F$, logo $(s \wedge (\sim r)) = F$. Como $(\sim r) = V$, $s = F$ para ser válido que $(s \wedge (\sim r)) = F$.

Logo $q = F, r = F, s = F, p = V$.

1.5 Cada um dos cartões abaixo tem de um lado um número e do outro lado uma letra. Alguém afirmou que todos os cartões que têm uma vogal numa face, têm umnúmero par na outra. Para verificar se tal afirmação é verdadeira:

A	B	2	3

(a) é necessário virar todos os cartões

(b) é suficiente virar os dois primeiros cartões

(c) é suficiente virar os dois últimos cartões

(d) é suficiente virar os dois cartões do meio

(e) é suficiente virar o primeiro e o último cartão

A proposição feita no enunciado pode ser escrita como $x \to p; x \in \{\text{cartas com vogal}\}$, p : número par na outra face.

Para que seja verdade, não deve existir carta com uma vogal E um número ímpar. Assim, se B tem número par ou ímpar ou se 2 tem uma vogal ou consoante, indifere para o resultado.

Logo é suficiente virar o primeiro e último cartão **(e)**.

1.6 A negação da proposição $x \in (U \cup V)$ é

(a) $x \notin (U \cap V)$

(b) $x \notin U$ ou $x \in V$

(c) $x \notin U$ e $x \in V$

(d) $x \in U$ ou $x \notin V$

(e) $x \notin U$ e $x \notin V$

A proposição indica que x pertence a pelo menos um dos conjuntos U ou V. Para que seja negada, x não deve pertencer NEM ao conjunto U NEM ao conjunto V. Logo **(e)** está correta.

1.7 Construa tabelas-verdade para verificar que são tautologias

Para que uma proposição seja tautologia, seu valor lógico deve ser verdadeiro independentemente do valor lógico de seus fatores. Assim, temos as tabelas

(a) $\sim (\sim p) \leftrightarrow p$

p	$\sim p$	$\sim (\sim p)$	$\sim (\sim p) \leftrightarrow p$
V	F	V	V
F	V	F	V

(b) $p \wedge q \to q$

p	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \to q$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

(c) $p \to p \vee q$

p	q	$p \vee q$	$p \to p \vee q$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

(d) $\sim (p \vee q) \leftrightarrow (\sim p) \wedge (\sim q)$ (lei de De Morgan)

p	q	$p \vee q$	$\sim (p \vee q)$	$(\sim p)$	$(\sim q)$	$(\sim p) \wedge (\sim q)$	$\sim (p \vee q) \leftrightarrow (\sim p) \wedge (\sim q)$
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	V

(e) $\sim (p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p) \vee (\sim q)$ (lei de De Morgan)

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$(\sim p)$	$(\sim q)$	$(\sim p) \vee (\sim q)$	$\sim (p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p) \vee (\sim q)$
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V