Estatística - Listas de Exercícios

Jorge Augusto Salgado Salhani

Agosto, 2022

1 Lista 1 - Probabilidades

1.1 Para cada um dos casos abaixo, escreva o espaço amostral correspondente e diga quantos são seus elementos.

(a) Uma moeda é lançada duas vezes e observam-se as faces obtidas.

Para cada moeda temos as ocorrências: cara (C) e coroa (K). Assim, o espaço amostral Ω apresenta 4 itens e é dado por

$$\Omega = \{(C, C), (C, K), (K, C), (K, K)\}$$

(b) Um dado é lançado duas vezes e a ocorrência de face par ou ímpar é observada.

Cada dado apresenta valores de face $i = 1, 2, 3, ..., 6$, que podem ser: ímpar (I) e par (P). Assim, o espaço amostral Ω apresenta 4 elementos e é dado por

$$\Omega = \{(I, I), (I, P), (P, I), (P, P)\}$$

(c) Uma urna contém 10 bolas azuis e 10 vermelhas. Três bolas são selecionadas ao acaso com reposição e as cores são anotadas.

Sabendo que existem duas possibilidades para cada cor de bola: azul (A) e vermelha (V) e dado que há reposição das bolas recém retiradas, o espaço amostral Ω apresenta $3^2 = 8$ elementos dados por

$$\begin{aligned}\Omega = \{&(A, A, A), (A, A, V), (A, V, A), (A, V, V)\\ &(V, A, A), (V, A, V), (V, V, A), (V, V, V)\}\end{aligned}$$

(d) Dois dados são lançados simultaneamente e estamos interessados na soma das faces observadas.

Cada dado por apresentar os valores $i = 1, 2, 3, ..., 6$. Logo, temos a seguinte relação entre a soma dos valores dos dois dados

i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Como o conjunto que caracteriza o espaço amostral deve conter elementos não repetidos, Ω apresenta 11 elementos dados por

$$\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

(e) Em uma cidade, famílias com 3 crianças são selecionadas ao acaso, anotando-se o sexo de cada uma.

Sendo o sexo caracterizado por: masculino (M) e feminino (F), o espaço amostral Ω contém $2^3 = 8$ elementos, dados por

$$\Omega = \{(F, F, F), (F, F, M), (F, M, F), (F, M, M),\\ (M, F, F), (M, F, M), (M, M, F), (M, M, M)\}$$

1.2 Sendo A e B dois eventos em um mesmo espaço amostral, "traduza" para a linguagem de conjuntos as seguintes situações

(a) Pelo menos um dos eventos ocorre

$$A \cup B$$

(a) Exatamente um dos eventos ocorre.

$$(A^c \cap B) \cup (A \cap B^c))$$

(a) Nenhum deles ocorre.

$$A^c \cap B^c$$

(a) O evento A ocorre, mas B não.

$$A \cap B^c$$

1.3 Considere o lançamento de dois dados. Considere os eventos: (A) a soma dos números obtidos igual a 9 e (B) o número no primeiro dado maior ou igual a 4. Enumere os elementos de A e B. Obtenha $A \cup B$, $A \cap B$ e A^c

Similar ao item **1.1 (d)**, o lançamento de dois dados gera um espaço amostral Ω tal que $|\Omega| = 36$ e seus elementos consistem em

i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Dessa forma, temos que $A = \{(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)\}$ e $B = \{(4,1),(4,2),...,(5,1),(5,2),...(6,5),(6,6)\}$, com elementos em destaque em cinza claro na tabela, tais que $|A| = 4$ e $|B| = 18$.

Assim, temos que $A \cup B = B \cup \{(3,6)\}$, $A \cap B = \{(4,5),(5,4),(6,3)\}$ e A são todos os elementos, exceto aqueles destacados em cinza escuro.

1.4 Obtenha as probabilidades dos eventos que aparecem no exercício anterior.

Do exercício anterior, queremos obter as probabilidades $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$ e $P(A^c)$.

Por princípio de contagem, temos que $P(A) = 4/36$, $P(B) = 18/36 = 1/2$ e $P(A \cap B) = 3/36$.

Dessa forma, temos que $P(A \cup B) = 19/36$, por contagem, ou $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 4/36 + 18/36 - 3/36 = 19/36$ e $P(A^c) = 1 - P(A) = 32/36$.

1.5 Sejam A e B dois eventos associados a um experimento. Suponha que $P(A) = 0.4$ e $P(A \cup B) = 0.7$. Seja $P(B) = p$.

(a) Para que valor de p tem-se A e B mutuamente exclusivos?

Como temos dois conjuntos de eventos, A e B, podemos construir as seguintes relações

$$\left\|\begin{array}{ccc} \_ & P(A) & P(A^c) \\ P(B) & \text{a} & \text{b} \\ P(B^c) & \text{c} & \text{d} \end{array}\right\|$$

$$P(B) = a + b = P(A \cap B) + P(A^c \cap B)$$
$$P(B^c) = c + d = P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)$$
$$P(A) = a + c = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$$
$$P(A^c) = b + d = P(A^c \cap B) + P(A^c \cap B^c)$$

Para esta condição ser satisfeita, $P(A \cap B) = 0$. Logo, como $P(A \cup B) = a + c + d = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, temos que

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \implies$$
$$0.7 = 0.4 + p \implies p = 0.3$$

(b) Para que valor de p tem-se A e B independentes?

Para esta condição, deve ser válido que $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. Como a relação $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ é sempre válida, temos que

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \implies$$
$$P(A)P(B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \implies$$
$$0.4p = 0.4 + p - 0.7 \implies 0.3 = p(1 - 0.4) \implies p = 0.5$$

1.6 Demonstre que, se A e B forem eventos independentes, também o serão A e B^c, A^c e B, A^c e B^c

Para que A e B sejam independentes, vale que $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. Além disso, é valido que $P(A) = 1 - P(A^c)$ e $P(B) = 1 - P(B^c)$.

Em primeiro lugar usando que $P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B)$ e que $P(A \cap B) = P(A)P(B)$, temos

$$P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B) \implies P(A^c \cap B) = P(B) - P(A)P(B) \implies$$
$$P(A^c \cap B) = P(B)(1 - P(A)) = P(B)P(A^c)$$

Fazendo com que A^c e B sejam independentes.

Agora, usando que $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$, temos

$$P(A) = P(A)P(B) + P(A \cap B^c) \implies P(A \cap B^c) = P(A) - P(A)P(B) \implies$$
$$P(A \cap B^c) = P(A)(1 - P(B)) = P(A)P(B^c)$$

Fazendo com que A e B^c sejam independentes.

Por fim, sendo válida a relação $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$, segue que

$$P(A^c \cap B^c) = P[(A \cup B)^c] = 1 - P(A \cup B) \implies$$
$$P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A) - P(B) + P(A)P(B) = P(A^c) - P(B)(1 - P(A)) \implies$$
$$P(A^c \cap B^c) = P(A^c) - P(B)P(A^c) = P(A^c)(1 - P(B)) \implies$$
$$P(A^c \cap B^c) = P(A^c)P(B^c)$$

Fazendo com que A^c e B^c sejam independentes.

1.7 A Probabilidade que uma indústria norte-americana será localizada em Xangai é de 0.7; a probabilidade de que será localizada em Pequim é de 0.4; e a probabilidade de que será localizada em Xangai ou em Pequim, ou em ambos os lugares, é de 0.8. Qual é a probabilidade de que a empresa seja localizada em

(a) ambas as cidades?

Temos dois eventos, portanto podemos escrever a tabela já vista. Seja A: Xangai, B: Pequim

$$\left\|\begin{array}{ccc} \text{-} & P(A) & P(A^c) \\ P(B) & \text{a} & \text{b} \\ P(B^c) & \text{c} & \text{d} \end{array}\right\|$$

Do enunciado, temos que

$$P(A) = a + c = 0.7$$
$$P(B) = a + b = 0.4$$
$$P(A \cup B) = a + b + c = 0.8$$

Como queremos $P(A \cap B) = a$ e das equações acima concluímos que $P(A \cup B) = b + 0.7 = 0.8 \implies b = 0.1$, então $P(A \cap B) = a = 0.3$.

(b) nenhuma das cidades?

Das relações do item anterior, queremos $P(A^c \cap B^c) = d$. Como $a + b + c + d = 1$, então $0.8 + d = 1 \implies P(A^c \cap B^c) = d = 0.2$.

1.8 Uma montagem eletrônica é formada por dois subsistemas A e B. De experimentos anteriores, as seguintes probabilidades se admitem conhecidas: $P(A_{falha}) = 0.20$, $P(A_{falha}$ e $B_{falha}) = 0.15$, $P(B_{falha}$ sozinho$) = 0.15$. Calcule as seguintes probabilidades:

(a) $P(A_{falha}|B_{falha})$

Utilizando da mesma tabela de relações, podemos considerar A: A_{falha}, B: B_{falha} tais que

$$\left\| \begin{array}{ccc} \text{-} & P(A) & P(A^c) \\ P(B) & \text{a} & \text{b} \\ P(B^c) & \text{c} & \text{d} \end{array} \right\|$$

Dela, podemos chegar na expressão $P(A \cap B) = a = P(B)P(A|B)$. Como sabemos que $P(B) = a + b$, então $P(A|B) = a/(a + b)$.

Pelo enunciado, temos que

$$\begin{aligned} P(A) &= a + c = 0.2 \\ P(A \cap B) &= a = 0.15 \\ P(B \cap A^c) &= b = 0.15 \end{aligned}$$

Logo $P(A|B) = 0.15/0.30 = 1/2 = 0.5$.

(b) $P(A_{falha}$ sozinho$)$

Utilizando outra notação, queremos $P(A \cap B^c)$. Do item anterior, temos que $P(A \cap B^c) = c$ e também que $0.15 + c = 0.2 \implies c = 0.05$. Logo $P(A \cap B^c) = 0.05$.

1.9 A poluição dos rios nos Estados Unidos é um problema há anos. Considere os seguintes eventos: A: o rio é poluído; B: Uma amostra da água testada detecta poluição; C: A pesca é permitida. Assumindo que $P(A) = 0.3$, $P(B|A) = 0.75$, $P(B|A^c) = 0.2$, $P(C|A \cap B) = 0.2$, $P(C|A^c \cap B) = 0.15$, $P(C|A \cap B^c) = 0.8$, $P(C|A^c \cap B^c) = 0.9$.

(a) Determine $P(A \cap B \cap C)$

Tendo este problema três eventos, modificamos nossa tabela padrão para considerar o evento C da seguinte forma

C	$P(A)$	$P(A^c)$
$P(B)$	a	b
$P(B^c)$	c	d

C^c	$P(A)$	$P(A^c)$
$P(B)$	e	f
$P(B^c)$	g	h

Sendo válido que $P(Y|X) = P(Y \cap X)/P(X)$, temos as seguintes relações:

$$P(A) = a + c + e + g = \alpha = 0.3$$
$$P(B|A) = (a + e)/(a + c + e + g) = \beta = 0.75$$
$$P(B|A^c) = (b + f)/(b + d + f + h) = \gamma = 0.2$$
$$P(C|A \cap B) = a/(a + e) = \delta = 0.2$$
$$P(C|A^c \cap B) = b/(b + f) = \epsilon = 0.15$$
$$P(C|A \cap B^c) = c/(c + g) = \zeta = 0.8$$
$$P(C|A^c \cap B^c) = d/(d + h) = \eta = 0.9$$

Também temos que $b + d + f + h = \theta = 1 - \alpha$, então segue que

$$a = \delta\beta\alpha = 0.045$$
$$b = \epsilon\gamma(1 - \alpha) = 0.021$$
$$c = \zeta\alpha(1 - \beta) = 0.06$$
$$d = \eta(1 - \alpha)(1 - \gamma) = 0.504$$
$$e = \beta\alpha(1 - \delta) = 0.18$$
$$f = \gamma(1 - \alpha)(1 - \epsilon) = 0.119$$
$$g = \alpha(1 - \zeta + \zeta\beta - \beta) = 0.015$$
$$h = (1 - \alpha)(1 - \gamma)(1 - \eta) = 0.056$$

Como queremos $P(A \cap B \cap C) = a$, então $P(A \cap B \cap C) = 0.045$

(b) Determine $P(B^c \cap C)$

Do item anterior, $P(B^c \cap C) = c + d = 0.564$

(c) Determine $P(C)$

Do primeiro item, $P(C) = a + b + c + d = 0.63$

(d) Determine a probabilidade de o rio ser poluído dado que a pesca é permitida e a amostra testada não detectou poluição.

Queremos $P(A|C \cap B^c) = c/(c + d)$. Então $P(A|C \cap B^c) = 0.1064$.

1.10 Dois processadores tipos A e B são colocados em teste por 50 mil horas. A probabilidade de que um erro de cálculo aconteça em um processador do tipo A é de 0.4, no tipo B é 0.7 e, em ambos, 0.3. Qual a probabilidade de

(a) Pelo menos um dos processadores tenha apresentado erro?

Sendo dois eventos:, temos

$$\begin{Vmatrix} & A & A^c \\ B & \text{a} & \text{b} \\ B^c & \text{c} & \text{d} \end{Vmatrix}$$

Como queremos a quantidade $P(A \cup B) = a + b + c$ e

$$\begin{aligned} P(A) &= a + c = 0.4 \\ P(B) &= a + b = 0.7 \\ P(A \cap B) &= a = 0.3 \\ a + b + c + d &= 1 \end{aligned}$$

Concluímos que $P(A \cup B) = 0.8$.

(b) Nenhum processador tenha apresentado erro?

Análogo ao item anterior, queremos $P(A^c \cap B^c) = d$, portanto $P(A^c \cap B^c) = 0.2$.

(c) Apenas o processador A tenha apresentado erro.

Análogo aos itens anteriores, queremos $P(A \cap B^c) = c$. Então $P(A \cap B^c) = 0.1$.

(d) O processador A apresente erro, dado que B não apresentou?

Análogo aos itens anteriores, queremos $P(A|B^c)$. Como $P(A|B^c) = c/(c+d)$, então $P(A|B^c) = 1/3 = 0.33$

1.11 Uma indústria automobilística está preocupada com uma possível ***recall*** de seu sedã quatro portas mais vendido. Se houver uma ***recall***, há 0.25 de probabilidade de que o defeito seja no sistema de freios; 018 de que seja na transmissão; 0.17 de que seja no sistema de combustível e 0.4 de que seja em alguma outra parte.

(a) Qual é a probabilidade de que o defeito esteja nos freios ou no sistema de combustível, se a probabilidade de defeito em ambos os sistemas, simultaneamente, é de 0.15?

Temos três eventos vinculados aos defeitos: freios (F), transmissão (T), combustível (C). Assim

C	F	F^c
T	a	b
T^c	c	d

C^c	F	F^c
T	e	f
T^c	g	h

Junto com as informações do enunciado, temos

$$P(F) = a + c + e + g = \alpha$$

$$P(T) = a + b + e + f = \beta$$

$$P(C) = a + b + c + d = \gamma$$

$$P(F^c \cap T^c \cap C^c) = 1 - (a + b + ... + h) = \delta$$

$$P(F \cup T \cup C) = a + b + ... + h = \epsilon$$

$$P(F \cap C) = a + c = \eta$$

Queremos $P(F \cup C)$. Como $P(F \cup C) = P(F) + P(C) - P(F \cap C)$, logo $P(F \cup C) = \alpha + \gamma - \eta = 0.25 + 0.17 - 0.15$. Então $P(F \cup C) = 0.27$.

(b) Qual a probabilidade de que não haja defeitos nem no sistema de freios nem no sistema de combustível?

Queremos $P(F^c \cap C^c)$. Usando que $F^c \cap C^c = (F \cup C)^c$ e $P(F \cup C) = P(F) + P(C) - P(F \cap C) = \alpha + \gamma - \eta = 0.25 + 0.17 - 0.15 = 0.27$. Como $P(F \cup C)^c = 1 - P(F \cup C) = P(F^c \cap C^c)$, então $P(F^c \cap C^c) = 0.73$.

1.12 É comum, em muitas áreas industriais, o uso de máquinas envasadores para colocar os produtos em caixas. Isso ocorre na indústria alimentícia, bem como em outras áreas nas quais os produtos têm uso doméstico, como o detergente. Tais máquinas não são perfeitas e podem: A - atender às especificações; B - encher as caixas menos do que o necessário; ou C - encher mais do que o necessário. Geralmente, o não enchimento das caixas é o que se deseja evitar. Seja $P(B) = 0.001$ enquanto $P(A) = 0.99$.

(a) Forneça $P(C)$;

Sendo que $A^c = B \cup C$, $B^c = A \cup C$ e $C^c = A \cup B$, A, B e C são partições do espaço amostral e portanto $P(A) + P(B) + P(C) = 1$. Assim $P(C) = 0.009$.

(b) Qual é a probabilidade da máquinas não encher as caixas menos do que o necessário?

Queremos $P(B^c)$. Como $P(B^c) = 1 - P(B)$, então $P(B^c) = 0.999$.

(c) Qual é a probabilidade da máquina encher as caixas mais do que o necessário ou encher menos do que o necessário?

Queremos $P(C \cup B)$. Como $P(C \cup B) = P(C) + P(B) - P(C \cap B) = P(C) + P(B)$, então $P(C \cup B) = 0.01$.

1.13 A probabilidade de que um automóvel sendo abastecido com gasolina também necessite de uma troca de óleo é de 0.25. a probabilidade de que ele precise de um novo filtro de óleo é de 0.4 e a probabilidade de que sejam necessárias tanto a troca de óleo quanto a de filtro é de 0.14.

(a) Se o óleo tiver de ser trocado, qual a probabilidade de que o filtro também tenha de ser trocado?

Temos dois eventos: O - troca de óleo; F - troca de filtro. Queremos $P(F|O)$.

Sendo $P(F|O) = P(F \cap O)/P(O)$ e $P(O) = 0.25$ e $P(F \cap O) = 0.14$, $P(F|O) = 0.56$.

(b) Se for preciso um novo filtro, qual é a probabilidade de que o óleo também precise ser trocado?

Queremos $P(O|F)$. Análogo ao item anterior, sabemos que $P(O|F) = P(O \cap F)/P(F)$. Sendo $P(F) = 0.4$, $P(O|F) = 0.35$.

1.14 A probabilidade de que Tom estará vivo daqui a 20 anos é de 0.7 e a de que Nancy estará viva é de 0.9. Se assumirmos independência para ambos, qual a probabilidade de que nenhum deles estejam vivos em 20 anos?

Sendo as probabilidades: Tom vivo (T) e Nancy viva (V) e supondo independência de eventos, ou seja, $P(A \cap B) = P(A)P(B)$, temos que $P(A \cap B) = 0.63$.

Queremos $P(A^c \cap B^c)$. Usando que $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$, então $P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B)$.

Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.7 + 0.9 - 0.63 = 0.97$, então $P(A^c \cap B^c) = 0.03$.

1.15 Cada uma de duas pessoas joga três moedas balanceadas. Qual a probabilidade de que elas obtenham o mesmo número de caras?

Sendo C: cara, K: coroa, cada pessoa A e B carrega as seguintes possibilidades de ocorrência de três moedas:

$$\{(C,C,C),(C,C,K),(C,K,C),(C,K,K)$$
$$(K,C,C),(K,C,K),(K,K,C),(K,K,K)\}$$

Como estamos apenas interessados no número de caras, sendo A_i representando a ocorrência de $i = 0,1,2,3$ caras para a pessoa A, nosso espaço amostral Ω apresenta os elementos

	B_0	B_1	B_2	B_3
A_0	(0,0)	(0,1)	(0,2)	(0,3)
A_1	(1,0)	(1,1)	(1,2)	(1,3)
A_2	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)
A_3	(3,0)	(3,1)	(3,2)	(3,3)

com destaque para as ocorrências onde o número de caras ocorre igual para A e B.

Assumindo independência de eventos entre A e B, sabemos que

$$P(A_0) = P(A_0) = 1/9$$
$$P(A_1) = P(B_1) = 3/9 = 1/3$$
$$P(A_2) = P(B_2) = 3/9 = 1/3$$
$$P(A_3) = P(B_3) = 1/9$$

Assim, $P(i = j) = \sum_{i=j=0}^{3} P(A_i)P(B_j) = \sum_{i=0}^{3} P(A_i)^2 = 1/81 + 1/9 + 1/9 + 1/81 = 2(1/81 + 1/9) = 2((1+9)/81) = 16/81 = 0.1975$.

1.16 Suponha que temos duas urnas 1 e 2, cada uma com duas gavetas. A urna 1 contém uma moeda de ouro em uma gaveta e uma moeda de prata na outra. Enquanto que a urna 2 contém uma moeda de ouro em cada gaveta. Uma urna é escolhida ao acaso. A seguir uma de suas gavetas é aberta ao acaso. Verifica-se que a moeda encontrada é de ouro. Qual a probabilidade de que a moeda provenha da urna 2?

Sendo as possíveis moedas Ouro (O) e Prata (P) nas gavetas A e B para cada urna C_1 e C_2, temos as relações

C_1	O	P
O	a (O,O)	b (O,P)
P	c (P,O)	d (P,P)

C_2	O	O
O	e	f
O	g	h

Queremos $P(C_2|O)$.

Como $P(C_2|O) = (e+f+g+h)/(a+b+e+f+g+h) = P(C_2 \cap O)/P(O)$ e supondo que os eventos são independentes e equiprováveis, ou seja, $a = b = c = ... = h = 1/8$, temos que $P(C_2|O) = (1/2)/(6/8) = 8/12 = 2/3 = 0.6667$.

1.17 Em certa região do país, sabe-se, baseado em experiências anteriores, que a probabilidade de selecionar um adulto com mais de 40 anos, com câncer, é de 0.05; Se a probabilidade do médico diagnosticar corretamente uma pessoa com câncer como portadora da doença é de 0.78 e a probabilidade de diagnosticar incorretamente uma pessoa sem câncer como portadora da doença é de 0.06, qual a probabilidade de que a pessoa seja diagnosticada com câncer?

São dados os seguintes eventos: D - diagnóstico médico positivo para câncer; C - pessoa portadora de câncer. Assim temos que

	C	C^c
D	a	b
D^c	c	d

Queremos $P(D)$.

Sabemos que

$$P(C) = a + c = \alpha = 0.05$$
$$P(D|C) = a/(a + c) = \beta = 0.78$$
$$P(D|C^c) = b/(b + d) = \gamma = 0.06$$
$$P(\Omega) = a + b + c + d = 1$$

Logo

$$a = \beta\alpha$$
$$b = \gamma(1 - \alpha)$$
$$c = \alpha(1 - \beta)$$
$$d = (1 - \alpha)(1 - \gamma)$$

Portanto $P(D) = a + b = 0.096$.

1.18 Uma cadeia de lojas de produtos para pintura produz e vende látex e tinta semibrilho. Com base nas vendas de longo prazo, a probabilidade de que o cliente compre a tinta látex é de 0.75. Daqueles que compram látex, 60% também compram rolos. Mas somente 30% dos que compram tinta semibrilho compram também rolos. Um comprador selecionado aleatoriamente compra um rolo e uma lata de tinta. Qual a probabilidade de que a tinta seja látex?

Sendo as tintas látex e semibrilho, a compra de uma tinta deve ser apenas uma ou outra opção. Logo, temos que ambas formam uma partição do espaço de tintas e semibrilho pode ser interpretada como "não látex". Logo, sendo R: compram rolo; L: compram tinta látex, temos que

	L	L^c
R	a	b
R^c	c	d

$$P(L) = a + c = \alpha = 0.75$$
$$P(R|L) = a/(a + c) = \beta = 0.6$$
$$P(R|L^c) = b/(a + b) = \gamma = 0.3$$
$$P(\Omega) = a + b + c + d = 1$$

Queremos $P(L|R)$.

Pelas relações acima, temos que

$$
\begin{aligned}
a &= \beta\alpha \\
b &= \gamma(1-\alpha) \\
c &= \alpha(1-\beta) \\
d &= 1-(\gamma-\gamma\alpha+\alpha)
\end{aligned}
$$

Como $P(L|R) = a/(a+b)$, então $P(L|R) = 0.857$.