LISTA 6: TESTES DE HIPÓTESES - SME0123

Exercício 1. Use as afirmativas dadas para expressar as hipóteses nula e alternativa correspondente em forma simbólica.

(a) A proporção de trabalhadores que obtêm empregos através de uma rede de amigos é maior do que $0,5$.
(b) O peso médio de passageiros de aviões com bagagem é, no máximo, 195 lb.
(c) Mais de 25% dos usuários de internet pagam contas online.
(d) O peso médio das mulheres que ganharam o título de Miss América é igual a 121lb.
(e) As balas simples M&M têm um peso médio de pelo menos $0,8535$g.

Exercício 2. Um pesquisador está realizando um teste para a média e obteve nível descritivo igual a $0,035$. Ele aceitará a hipótese nula para níveis de significância superiores ou inferiores a $0,035$?

Exercício 3. Uma variável aleatória tem distribuição Normal e desvio padrão igual a 10. Uma amostra de 50 valores dessa variável forneceu média igual a $15,2$. Para cada um dos testes abaixo, responda qual o nível descritivo:

(a) $H_0 : \mu = 18$; $H_a : \mu = 13$.
(b) $H_0 : \mu = 18$; $H_a : \mu < 18$.
(c) $H_0 : \mu = 18$; $H_a : \mu \neq 18$.
(d) $H_0 : \mu = 17$; $H_a : \mu = 14$.

Exercício 4. A resistência de um certo tipo de cabo de aço é uma variável aleatória modelada pela distribuição Normal com desvio padrão igual a 6kgf. Uma amostra de tamanho 25 desses cabos, escolhida ao acaso, forneceu média igual a $9,8$kgf. Teste as hipóteses $\mu = 13$ versus $\mu = 8$ e tire suas conclusões a um nível de significância de 10%.

Exercício 5. A vida média de uma amostra de 100 lâmpadas de certa marca é de 1615 horas. Por similaridade com outros processos de fabricação, supomos o desvio padrão é igual a 120 horas. Utilizando-se um nível de significância igual a 5%, desejamos testar se a duração média de todas as lâmpadas dessa marca é igual ou é diferente de 1600 horas. Qual é a conclusão?

Exercício 6. O número de pontos de um exame de inglês tem sido historicamente ao redor de 80. Sorteamos 10 estudantes que fizeram recentemente esse exame e observamos as notas: 65, 74, 78, 86, 59, 84, 75, 72, 81 e 83. Especialistas desconfiam que a média diminuiu e desejam testar essa afirmação através de um teste de hipóteses, com nível de significância de 5%. Fazendo as suposições necessárias qual seria a conclusão do teste? Quais suposições são necessárias para a realização do teste realizado?

Exercício 7. Um criador tem constatado uma proporção de 10% do rebanho com verminose. O veterinário alterou a dieta dos animais e acredita que a doença diminuiu de intensidade. Um exame em 100 cabeças do rebanho, escolhidas ao acaso, indicou 8 delas com verminose. Ao nível de significância de 8%, há indícios de que a proporção diminuiu?

Exercício 8. Para decidirmos se os habitantes de uma ilha são descendentes da civilização A ou B, iremos proceder do seguinte modo:

(i) selecionamos uma amostra de 100 moradores adultos da ilha, e determinamos a altura média deles;
(ii) se essa altura média for superior a 176, diremos que são descendentes de B; caso contrário, são descendentes de A.

Os parâmetros das alturas das duas civilizações são:
$A : \mu = 175$ e $\sigma = 10$; $B : \mu = 177$ e $\sigma = 10$.

(a) Defina o erro tipo I e o erro tipo II.
(b) Qual a probabilidade do erro de tipo I? E do erro de tipo II?
(c) Qual deve ser a regra de decisão se quisermos fixar a probabilidade do erro de tipo I em 5%? Qual a probabilidade do erro de tipo II, nesse caso?
(d) Se $\sigma_A = 5$, como ficariam as respostas de (c)?
(e) Quais as probabilidades do erro de tipo II, nas condições da questão (d), se a média for $\mu_B = 178$? E $\mu_B = 180$? E $\mu_B = 181$?

Exercício 9. O consumidor de um certo produto acusou o fabricante, dizendo que mais de 20% das unidades fabricadas apresentam defeito. Para confirmar sua acusação, ele usou uma amostra de tamanho 50, onde 27% das peças eram defeituosas. Mostre como o fabricante poderia refutar a acusação. Utilize um nível de significância de 10%.

Exercício 10. Diversos políticos em relação as filiais de uma rede de supermercados estão associados ao gasto médio dos clientes em cada compra. Deseja-se comparar esse parâmetro para duas novas filiais, por meio de duas amostras de 50 clientes cada. As médias obtidas foram de 62 e 71, respectivamente. Sabe-se que o desvio padrão, em ambos os casos, dever ser da ordem de 20 unidades. É possível afirmar que o gasto médio nas duas filiais seja o mesmo? Caso contrário, dê um intervalo de confiança para a diferença.

Exercício 11. A temperatura (°F) necessária para a desintegração de dois tipos de tubos de plástico está sendo investigada. Duas amostras aleatórias de 14 tubos de cada tipo foram selecionadas e as respectivas temperaturas de desintegração foram as seguintes:

Tipo 1	206	198	195	190	210	211	206	197	200	198	189	194	203	205
Tipo 2	198	194	193	190	185	188	200	189	199	197	183	180	192	189

Suponha que as temperaturas seguem uma distribuição Normal para cada tipo de tubo.

(a) Teste a hipótese de que as temperaturas médias de desintegração dos dois tipos de tubo são equivalentes (utilize a Região Crítica para realizar o teste). Adote um nível de significância de 1%. Interprete os resultados.
(b) Calcule o nível descritivo do teste. Interprete o resultado.
(c) Para quais níveis de significância do teste, concluiríamos que as temperaturas médias de desintegração dos dois tipos de tubo são iguais?

Exercício 12. As resistências de dois tipos de concreto, que segue o modelo normal, foram medidas, mostrando os resultados da tabela. Fixado um nível de significância de 10%, existem evidências de que o concreto do tipo X seja mais resistente do que o concreto do tipo Y?

Tipo X	54	55	58	50	61
Tipo Y	51	54	55	52	53

GABARITO LISTA 8: TESTES DE HIPÓTESES - SME0320

Exercício 1.

(a) $H_1 : p > 0,5$.

(b) $H_1 : \mu > 195$.

(c) $H_1 : p > 0,25$.

(d) $H_1 : \mu \neq 121$.

(e) $H_1 : \mu < 0,8535$.

Exercício 2. Inferiores a $0,035$.

Exercício 3.

(a) $2,39\%$.

(b) $2,39\%$.

(c) $4,78\%$.

(d) $10,20\%$.

Exercício 4. Temos que,

Estatística de teste: $Z = -2.6667$ e valor-p $= 0.38\%$.
Rejeitamos H_0 pois o nível descritivo é menor que 10%.

Exercício 5. Temos que,

Estatística de teste: $Z = 1,25$.
Região crítica: $R_c = \{Z < -1.96 \cup Z > 1.96\}$.
Conclusão: De acordo com os dados coletados, a um nível de significância de 5% concluímos que a média de duração das lâmpadas dessa marca é igual a 1600.

Exercício 6. Temos que,

Estatística de teste: $T = -1.574$.
Região crítica: $R_c = \{T < -1.833\}$.
Conclusão: De acordo com os dados coletados, a um nível de significância de 5%, concluímos que a média de pontos no exame de inglês se manteve.

Exercício 7. Temos que,

Estatística de teste: $Z = -0.6667$.
Região crítica: $R_c = \{Z < -1.405\}$.
Conclusão: Adotando um nível de significância de 8% concluímos a partir da amostra que a proporção do rebanho com verminose não teve diminuição com a nova dieta.

Exercício 8.

(a) Temos que,
– Erro do tipo I: dizer que os habitantes da ilha são descendentes de B quando, na realidade, são de A.
– Erro do tipo II: dizer que são de A quando são de B.

(b) $P(\text{erro tipo I}) = 0,159$ e $P(\text{erro tipo II}) = 0,159$.

(c) A regra de decisão é classificar o indivíduo como descendente de B se sua altura for superior a $176,64$.
$P(\text{erro tipo II}) = 0,359$.

(d) A regra de decisão agora é classificar o indivíduo como descendente de B se sua altura for superior a $175,82$.
$P(\text{erro tipo II}) = 0,119$.

(e) Temos que,
– Se $\sigma_B = 178$ então $P(\text{erro tipo II}) = 0,014$.
– Se $\sigma_B = 180$ então $P(\text{erro tipo II}) = 1,45 \times 10^{-5}$.
– Se $\sigma_B = 181$ então $P(\text{erro tipo II}) = 1,11 \times 10^{-7}$.

Exercício 9.

A proporção de itens defeituosos obtida pelo consumidor não é significativamente diferente da probabilidade de 20% anunciada pelo vendedor, a 10% de significância, pois não é superior a $0,2724$ (contra $0,27$ observado).

Exercício 10. Temos que,

Teste de igualdade de médias:
$H_0 : \mu_A = \mu_B$ vs $H_1 : \mu_A \neq \mu_B$.
Estatística de teste: $z_{obs} = -2,25$.
Para $\alpha = 0,05$, tem-se RC $= (-\infty; -1,96) \cup (1,96; +\infty)$.
Conclusão: Como t_{obs} pertence a RC, rejeitamos H_0 a um nível de significância de 5%, ou seja, o gasto das duas filiais não é igual.

Exercício 11.

(a) Temos que,

Teste de igualdade de variâncias:
$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ vs $H_1 : \sigma_1^1 \neq \sigma_2^2$.
Estatística do teste: $F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = 1,297$.
Região crítica: $R_c = \{F \leq 0,218 \text{ ou } F \geq 4,57\}$.
Como $F \notin R_c$ não rejeitamos H_0.
Queremos testar $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ vs $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$.
Estatística do teste: $T = 3,618$.
Região critica com $\alpha = 1\%$ da tabela da t com 26 graus de liberdade $R_c = \{|T| > 2,78\}$.
Como $T \in R_C$ rejeitamos H_0.
Conclusão: Podemos concluir a um nível de 1% e de acordo com os dados coletados que há diferença entre as temperaturas necessárias para a desintegração de dois tipos de tubos de plástico.

(b) $P(T_{26} > 3,618) = 0.00064$
Como o teste é bilateral p-valor $= 2 \cdot 0.00064 = 0.00128\%$.

(c) Para níveis de significância menores que 0.12%.

Exercício 12. Temos que,

Estatística de teste: $t = 1,31$; $t_{tab} = 1,397$.
Não rejeitamos H_0.
Conclusão: Com estas amostras, ao nível de significância de 10%, não é possível afirmar que o concreto do tipo X seja mais resistente do que o concreto do tipo Y.