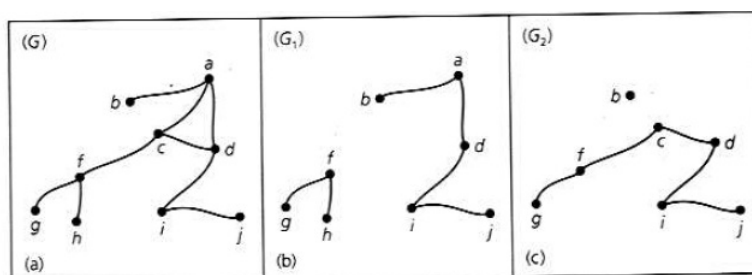


PRÁCTICA 2

1. Para el siguiente grafo G no dirigido de la figura anexa (a):

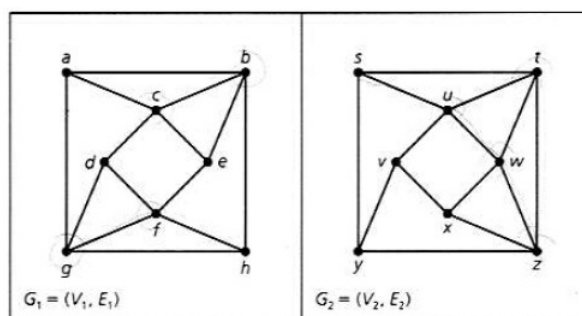
- ¿Cuántos subgrafos conexos de G tienen 4 vértices e incluyen un ciclo?
- Describir el subgrafo G_1 (de G) de la parte (b) de la figura como un subgrafo inducido y en términos de la eliminación de los vértices de G .
- Describir el subgrafo G_2 (de G) de la parte (c) de la figura como un subgrafo inducido y en términos de la eliminación de los vértices de G .
- Trazar el subgrafo de G inducido por el conjunto de vértices $U = \{b, c, d, f, i, j\}$
- Para el grafo G , sea e la arista $\{c, f\}$. Trazar el subgrafo $G - e$.
- Sea e_1, e_2 las aristas $\{a, c\}, \{a, d\}$, respectivamente del grafo G . Trazar los siguientes subgrafos de G :
 - $(G - e_1) - e_2$
 - $(G - e_2) - e_1$
 - $(G - e_1, e_2)$



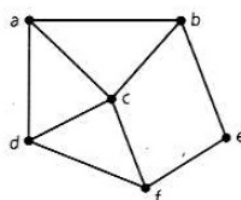
- Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido, con $G_1 = (V_1, E_1)$ un subgrafo de G . ¿En qué condiciones G_1 no es un subgrafo inducido de G ?
 - Para el grafo G de la figura anterior (parte (a)), encontrar un subgrafo que no sea inducido.
- ¿Cuántos subgrafos recubridores existen para el grafo G de la figura del ejercicio 1 parte (a)?

- b) ¿Cuántos subgrafos recubridores conexos hay en el apartado (a)?
- c) ¿Cuántos subgrafos recubridores generadores del apartado (a) tienen:
- i) el vértice a como un vértice aislado?
 - ii) el vértice b como un vértice aislado?
4. Si $G = (V, E)$ es un subgrafo no dirigido, cuántos subgrafos recubridores de G son también subgrafos inducidos?
5. a) ¿Cuántos caminos simples de longitud 4 hay en un grafo completo K_7 (Recordar que un camino simple como $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4 \rightarrow v_5$ se considera igual al camino simple $v_5 \rightarrow v_4 \rightarrow v_3 \rightarrow v_2 \rightarrow v_1$)
- b) Sean $m, n, \in \mathbb{Z}^+$ con $m < n$. ¿Cuántos caminos simples de longitud m hay en el grafo completo K_n ?
6. Sea G un grafo no dirigido (sin lazos) con v vértices y e aristas. ¿Cuántas aristas hay en \overline{G} ?
7. Encuentre un grafo G tal que G y \overline{G} sean conexos.
8. Trazar un grafo con las propiedades dadas o explicar porqué no existe tal grafo.
- 6 nodos, cada uno de grado 3
 - 5 nodos, cada uno de grado 3
 - 4 nodos, cada uno de grado 1
 - 6 nodos, 4 aristas
 - 4 aristas, 4 nodos con grado 1, 2, 3, 4
 - 4 nodos con grado 1, 2, 3, 4
 - Grafo simple, 6 nodos con grados 1, 2, 3, 4, 5, 5
 - Grafo simple, 5 nodos con grados 2, 3, 3, 4, 4
9. Determine $|V|$ para los siguientes grafos o multigrafos de G .
- a) G tiene nueve aristas y todos los vértices tiene grado 3.
- b) G es regular con 15 aristas.
- c) G tiene 10 aristas con dos vértices de grado 4 y los demás de grado 3.

10. Si $G = (V, E)$ es un grafo conexo con $|E| = 17$ y $\text{grad}(v) \geq 3$ para todo $v \in V$, ¿cuál es el valor máximo para $|V|$?
11. Sea $G = (V, E)$ un grafo conexo no dirigido.
- ¿Cuál es el mayor valor más grande posible para $|V|$ si $|E| = 19$ y $\text{grad}(v) \geq 4$ para todo $v \in V$?
 - Trazar un grafo para mostrar cada paso posible del apartado (a).
12. Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido conexo sin lazos, que sea 3-regular (esto es, cada vértice de G tiene grado 3). Si $|E| = 2|V| - 6$ ¿Cuánto valen $|V|$ y $|E|$?
13. Sean $G_1 = (V_1, E_1)$ y $G_2 = (V_2, E_2)$ los grafos no dirigidos conexos sin lazos de la figura anexa.



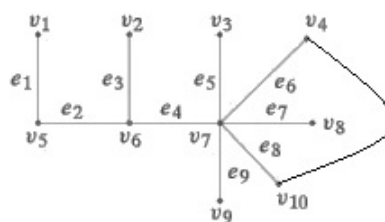
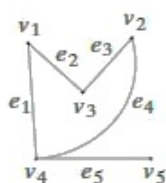
- Determinar $|V_1|, |E_1|, |V_2|, |E_2|$
 - Encontrar el grado de cada vértice de V_1 . Hacer lo mismo para cada vértice de V_2 .
14. Sea $G = (V, E)$ el grafo no dirigido de la figura anexa.
- Trazar \overline{G} .
 - Trazar el subgrafo de G inducido por los vértices (de G) de grado 3.



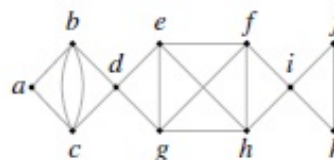
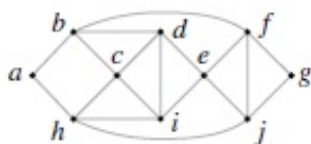
15. a) Explicar por qué no es posible dibujar un grafo no dirigido, conexo, sin lazos con ocho vértices, tal que los grados de los vértices sean 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5 y 7.

- b) Dar un ejemplo de multigrafo no dirigido, conexo, sin lazos con ocho vértices, donde los grados de los vértices sean 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5 y 7.

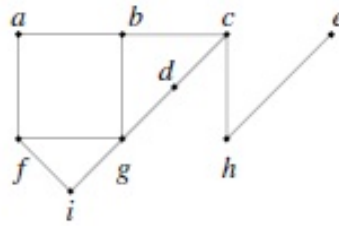
16. Trazar K_3 y K_5
17. Determinar una fórmula para el número de aristas en K_n .
18. Para los siguientes grafos indicar cuáles son bipartitos; y en caso de serlos especificar los conjuntos ajenos de vértices.



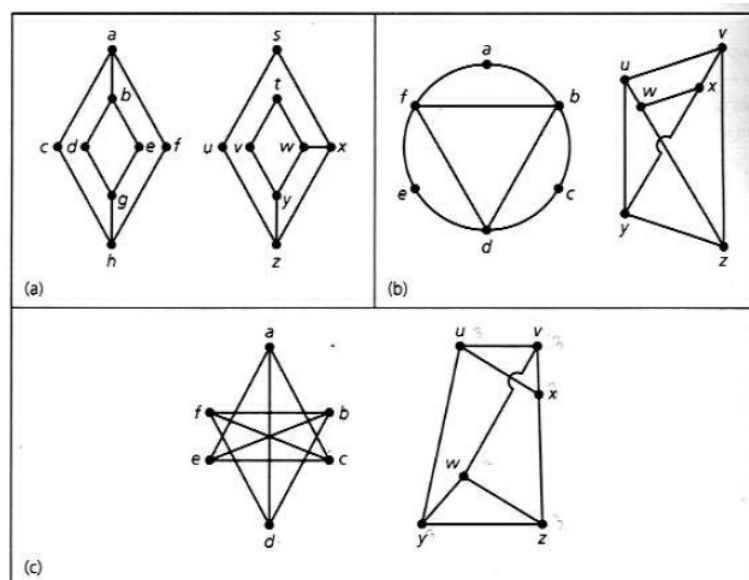
19. Para los grafos del ejercicio anterior, hacerlos bipartitos completos.
20. Graficar el grafo correspondiente a un $K_{3,2}$ y $K_{5,3}$
21. Determinar una fórmula para el número de aristas de $K_{m,n}$
22. Para los siguientes grafos determinar si tienen un circuito Euleriano. En caso afirmativo, escribirlo.



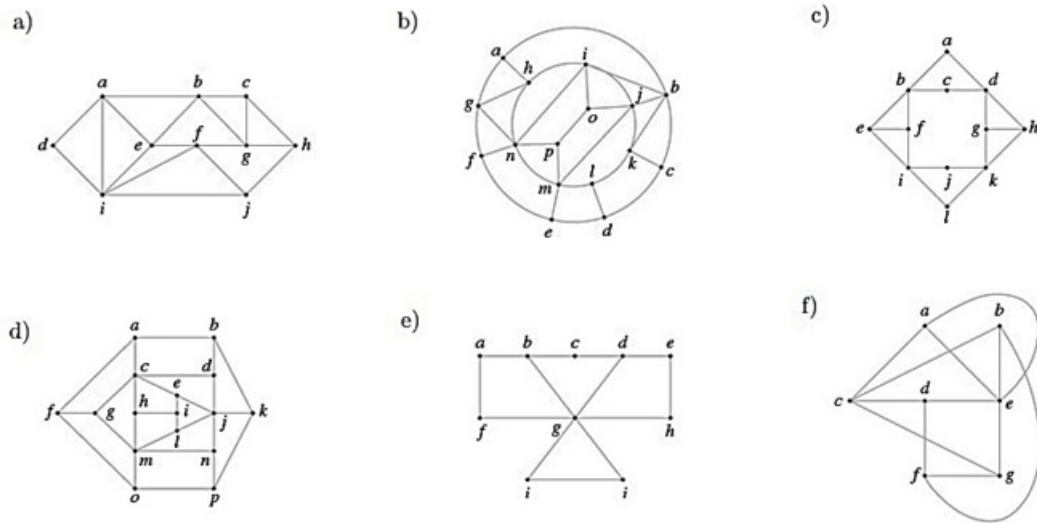
23. Un grafo completo K_n ¿cuándo contiene un circuito Euleriano?
24. Un grafo bipartito $K_{m,n}$ ¿cuándo contiene un circuito Euleriano?
25. Determinar si el siguiente grafo tiene un circuito euleriano. En caso contrario, ¿posee un recorrido euleriano? Hallar el mínimo número de subgrafos tales que cada uno contenga un recorrido o ciclo euleriano. Justificar adecuadamente.



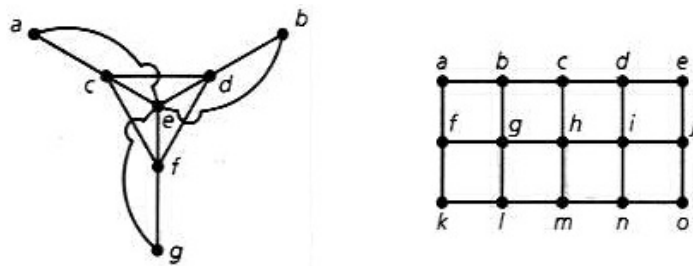
26. a) Hallar un circuito Euleriano para el grafo anexo.
- b) Si se elimina la arista $\{d, e\}$ del grafo, encontrar un recorrido Euleriano para el subgrafo resultante.



27. Sea G un grafo no dirigido sin lazos con $n \geq (3)$ vértices. Si G tiene un solo vértice de grado par, ¿cuántos vértices de \overline{G} tiene grado par?
28. Dar un ejemplo de un grafo conexo tal que:
- no tenga circuitos eulerianos ni ciclos hamiltonianos;
 - tenga un circuito euleriano pero no tenga ciclos hamiltonianos;
 - tenga un ciclo hamiltoniano pero no un circuito euleriano;
 - tenga un ciclo hamiltoniano y un circuito euleriano.
29. Para los siguientes grafos determinar si tiene o no un ciclo Hamiltoniano.



30. Para los siguientes grafos, ¿es posible eliminar un vértice de modo que los subgrafos resultantes tengan un ciclo hamiltoniano?



31. ¿Cuándo contiene un ciclo hamiltoniano el grafo bipartito completo $K_{m,n}$?