Capítulo 1

Introducción

Generalmente en los sistemas de control no todos los estados están disponibles para su medición, por ello es necesario diseñar observadores o estimadores para poder conocerlos. La tarea básica de un observador es estimar variables no medidas a partir de las mediciones y el conocimiento del modelo, esto es posible solo si hay suficiente información disponible, *i.e.* si el sistema es observable (o detectable).

En la actualidad el problema de diseño de observadores para sistemas lineales a sido ampliamente estudiado y existen diferentes métodos de diseño. Todo lo contrario con respecto al diseño de observadores para sistemas no lineales [4].

El diseño de Observadores parea sistemas no lineales ha sido estudiado por medio de la teoría de disipatividad, dicha técnica ha demostrado ser eficiente para ciertas clases de sistemas no lineales.

La disipatividad fue desarrollada en los 60's y 70's especialmente por J. C. Willeams [22], [23], para entender las propiedades de estabilidad de los sistemas interconectados. La teoría de disipatividad ha sido motivada por los trabajos sobre el problema de estabilidad absoluta, el criterio de Popov, el trabajo de Yakubovich, el lema Kalman-Yakubovichc y la pasividad.

La idea de utilizar conceptos de disipatividad para el diseño de observadores se ha utilizado en [12], [20], [13], [14], [18],[19], en los cuales se usa la teoría de disipatividad para contrarrestar los efectos de las no linealidades en el diseño de observadores lineales. Además, la clase de sistemas que son disipativos por naturaleza puede ser ampliada para otros sistemas mediante una retroalimentación del estado o de la salida, como ha se a mostrado en [5] y [17].

Los observadores con entradas desconocidas son una clase especial de estimadores que son capaces de reconstruir el estado de un sistema, a pesar de las entradas inciertas. El diseño de estos observadores puede ser basándose en un diseño disipativo o en un diseño por modos deslizantes.

En el caso de los sistemas lineales invariantes en el tiempo (LTI) con entradas desconocidas, la detectabilidad fuerte* (detectabilidad fuerte y grado relativo uno) es una condición necesaria y suficiente para asegurar la existencia de un observador [10]. El problema de existencia de un OUI para el sistema LTI con entradas desconocidas arbitrarias, ha sido analizado bajo un enfoque de disipatividad [12], donde la existencia de un observador es equivalente a la posibilidad de hacer que la planta sea disipativa por inyección de salida (ver Figura 1.1).

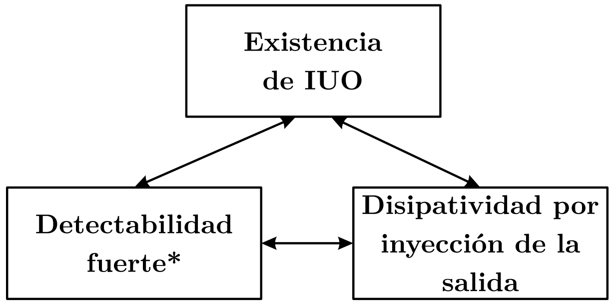

Figura 1.1: Condiciones de existencia para un UIO.

En sistemas no lineales con entradas desconocidas, las condiciones para la existencia de un UIO no están muy bien establecidas, como es el caso de los sistemas LTI. Un análisis similar al caso de los sistemas lineales presentado en [12], resultó en una propiedad disipativa incremental para los sistemas no lineales MIMO con entradas desconocidas, donde existe la posibilidad de hacer a la planta disipativa mediante una inyección de la salida, satisfaciendo la condición de grado relativo uno, la cual es necesaria para la existencia de un observador con entradas desconocidas ([18]). El enfoque disipativo también es aplicable a sistemas con no linealidades discontinuas o multivaluadas como se mostró en [16] y [8].

Una interpretación dinámica de los conceptos de observabilidad fuerte y detectabilidad para sistemas no lineales con perturbaciones inciertas fue hecha en [15], lo que permite tratar el problema de la existencia del observador para sistemas no lineales.

El grado relativo uno es una condición necesaria para la existencia de un observador con entradas desconocidas en sistemas lineales y no lineales con perturbaciones inciertas arbitrarias. Esto representa una restricción para la clase de sistemas que se pueden tratar, ya que la presencia de perturbaciones inciertas con un grado relativo mayor que uno se da en muchos sistemas, e.g. sistemas mecánicos y sistemas electromecánicos. Cuando el grado relativo es mayor que uno, es necesario conocer características de la perturbación incierta (por ejemplo su cota), para diseñar el observador.

Si la perturbación incierta es acotada, los observadores disipativos pueden proporcionar la convergencia del error de estimación a una región cercana al origen.

En los sistemas LTI con entradas desconocidas acotadas y bajo la condición de detectabilidad/observabilidad fuerte (ausencia de zeros invariantes), el diseño de observadores por modos deslizantes (SMO), para sistemas de grado relativo uno con respecto a la entrada desconocida, fue estudiado en [21].

Cuando el grado relativo de la entrada desconocida con respecto a la salida es más grande que uno, la diferenciación de la salida es necesaria. Sin embargo, un inconveniente de los observadores por modos deslizantes y su proceso de diferenciación, es que la mayoría de ellos, necesita que el vector de estado afectado por la entrada desconocida esté delimitado de manera uniforme, en este caso se requiere la propiedad BIBS.

El primer diferenciador por modos deslizantes que aparece en la literatura, es el basado en el Algoritmo Super-Twisting (STA) ([11]). Este diferenciador por modos deslizantes se define como

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -1.5L^{\frac{1}{2}}|z_1 - f(t)|^{\frac{1}{2}} sign(z_1 - f(t)) + z_2 \\ \dot{z}_2 &= -1.1L\, sign(z_1 - f(t)) \end{aligned} \tag{1.1}$$

el cual garantiza una estimación en tiempo finito, de la derivada del tiempo de f(t) cuando $|\dot{f}(t)| \leq L$, donde $z_1 - f(t)$ y $z_2 - \dot{f}(t)$ son llevados a cero en tiempo finito. El uso del diferenciador de Levant se encuentra ampliamente reportado *i.e.* [6],[7], [3].

Para superar la necesidad de la propiedad BIBS en los sistemas LTI con entradas desconocidas en el diseño de UIO, en el trabajo de [9] se propone la conexión en cascada de dos observadores (ver Figura 1.2); un observador de Luenberger, el cual lleva al error de estimación a una región cerca de origen, y un diferenciador por modos deslizantes de orden superior (HOSM), el cual permite una estimación teóricamente global y en tiempo finito a los estados del sistema.

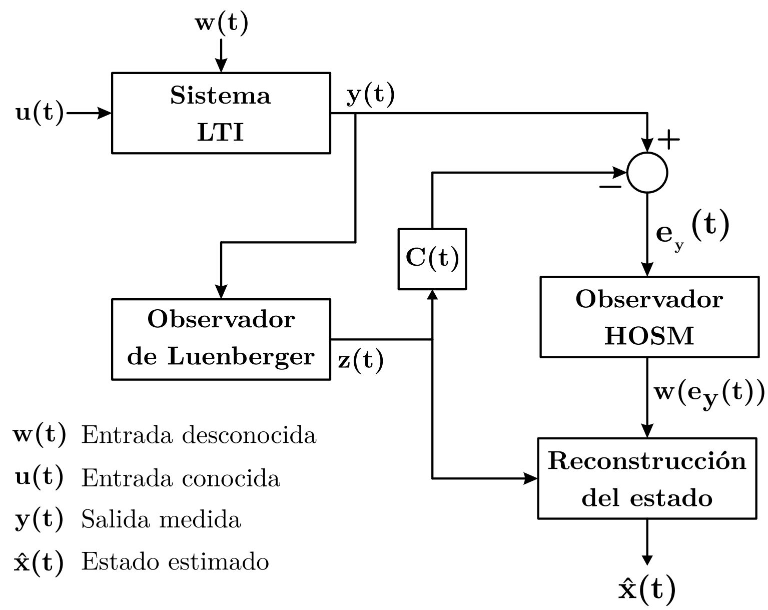

Figura 1.2: Observador en cascada.

Para el caso de sistemas no lineales, en [1] se propone un observador por modos deslizantes de orden superior con estabilizadores disipativos escalados (ver Figura 1.3); en dicho trabajo se muestra y se prueba que la conexión en cascada directa, de un observador disipativo con un diferenciador HOSM proporciona una estimación teóricamente exacta en tiempo finito de los estados reales. Dicha conexión directa presenta algunos inconvenientes debido a que las ganancias del diferenciador HOSM crecen junto con las ganancias disipativas del observador. Es por tal motivo, que en el mismo trabajo se propone un Estabilizador Disipativo a Escala (EDE). Este EDE garantiza que las ganancias del diferenciador HOSM se puedan elegir, de acuerdo con el límite superior de la entrada desconocida. Además, las ganancias del estabilizador disipativo escalado pueden crecer y no afectar las ganancias del diferenciador HOSM. En consecuencia, se puede lograr la convergencia exacta en el tiempo finito global del observador de diferenciador HOSM disipativo escalado en cascada. La principal desventaja de los dos métodos mencionados tanto para sistemas lineales como no lineales es que el orden de los observadores es dos veces el orden del sistema, además del difícil calculo de las ganancias.

Un observador del mismo orden del sistema, que combina propiedades disipativas con modos deslizantes fue propuesto en [2], la idea consiste en construir un observador que estabilice el error de observación con ayuda de propiedades disipativas, y que asegure la convergencia del error de estimación de manera exacta y en tiempo finito mediante modos deslizantes. En dicho trabajo, la dinámica del error de observación es localmente homogénea. Por lo tanto, en torno al origen, el observador tiene las mismas propiedades que el diferenciador de Levant [11]. Sin embargo, éste enfoque fue desarrollado para sistemas mecánicos con grado relativo dos, y en la actualidad no existe una metodología para extender este resultado a sistemas con grado relativo mayor a dos. Además, el diseño de las ganancias es complejo.

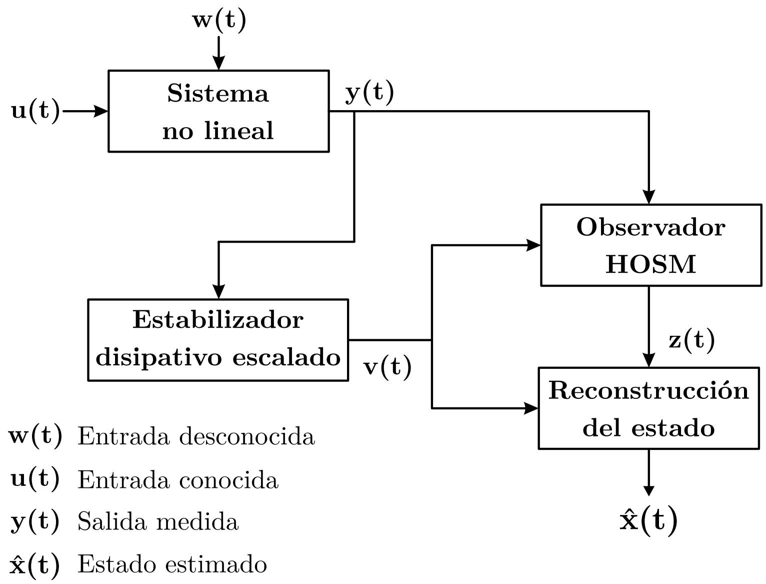

Figura 1.3: HOSM y observadores disipativos bajo un esquema en cascada.

En resumen, los observadores en cascada y escalados, presentan un difícil diseño de ganancias y los observadores disipativos y los observadores por modos deslizantes requieren condiciones restrictivas para su buen desempeño en presencia de UP: la condición BIBS para los observadores por modos deslizantes y grado relativo uno para los observadores disipativos (ver Tabla 1.1).

Tabla 1.1: Características de los observadores por modos deslizantes y los basados en disipatividad.

Observador	UP	Grado relativo	Propiedad BIBS	Estimación	Tipo de observador
Disipativo	Arbitraria	uno	no requiere	asintotica	global
Modos deslizantes	acotada	más grande que uno	requiere	en tiempo finito	local

1.1. Planteamiento del problema

Se aborda el problema del diseño de observadores con entradas desconocidas para sistemas no lineales que no poseen la propiedad BIBS. En este sentido, se consideran las siguientes clases de sistemas no lineales.

1.1.1. Primera clase de sistemas no lineales

Considere el sistema de segundo orden no lineal con entradas desconocidas

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \psi(x_1, x_2), \\ \dot{x}_1 &= u - w(t), \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{1.2}$$

donde $x_1,\ x_2 \in \mathbb{R}$ son los estados, y la salida medida , u la entrada conocida, $w(t)$ la entrada desconocida y ψ es una no linealidad del sistema.

Para (1.2) considere el siguiente observador de estados,

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + \psi(y, x_2 + (\hat{x}_2 - x_2) + k_3\phi_3) - k_1\phi_1,\\ \dot{\hat{x}}_2 &= -k_2\phi_2 + u,\end{aligned} \tag{1.3}$$

donde $\hat{x}_1$, $\hat{x}_2$ son lo estados estimados del sistema, k_1, k_2, k_3 son ganancias de diseño y ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 representa términos de corrección.

El objetivo es diseñar a los términos de corrección de tal manera que (1.3) sea homogéneo y que sus estados converjan de forma global, exacta y en tiempo finito a los estados del sistema (1.2).

1.1.2. Segunda clase de sistemas no lineales

Considere el sistema de segundo orden no lineal con entradas desconocidas

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2,\\ \dot{x}_1 &= \varphi(x_1, x_2) + u - w(t),\\ y &= x_1\end{aligned} \tag{1.4}$$

donde $x_1,\ x_2 \in \mathbb{R}$ son los estados, y la salida medida , u la entrada conocida, $w(t)$ la entrada desconocida y φ es una no linealidad del sistema.

Para (1.4) considere el siguiente observador de estados,

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 - k_1\phi_1(\hat{x}_1 - x_1),\\ \dot{\hat{x}}_2 &= \varphi(x_1, (\hat{x}_2 - k_3\phi_3(\hat{x}_1 - x_1))) - k_2\phi_2(\hat{x}_1 - x_1) + u,\end{aligned} \tag{1.5}$$

donde $\hat{x}_1$, $\hat{x}_2$ son lo estados estimados del sistema, k_1, k_2, k_3 son ganancias de diseño y ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 representa términos de corrección.

El objetivo es diseñar a los términos de corrección de tal manera que los estados de (1.5), converjan de forma global, exacta y en tiempo finito a los estados del sistema (1.4).

1.2. Objetivo general

El objetivo es diseñar un observador que combine las propiedades de los observadores basados en disipatividad y las propiedades de los observadores por modos deslizantes, para sistemas no lineales de orden dos, que no posean la propiedad BIBS y cuyo grado relativo de la salida con respecto a la entrada desconocida sea dos (Ver Tabla 1.2).

Tabla 1.2: Características deseadas del observador deseado.

Observador	UP	Grado relativo	Propiedad BIBS	Estimación	Tipo de observador
Disipativo	Arbitraria	uno	no requiere	asintotica	global
Modos deslizantes	Acotada	más grande que uno	requiere	en tiempo finito	local
Propuesto	Acotada	más grande que uno	no requiere	en tiempo finito	global

1.3. Contribuciones

En el presente trabajo se consideran dos clases de sistemas no lineales, con entradas desconocidas las cuales no necesariamente se desvanecen. Los observadores propuestos son globales y conservan las propiedades que brindan los modos deslizantes. Este trabajo considera además sistemas no lineales con grado relativo igual a dos, donde por medio de propiedades disipativas se contrarrestan los efectos de las no linealidades del sistema, tal como se usa en el observador disipativo para sistemas no lineales con grado relativo igual a uno [19].

En este trabajo se presentan dos estructuras de observadores:

- La primera preserva la homogeneidad del diferenciador de Levant, es decir, los términos de corrección no lineales dentro y fuera de la no linealidad, mantiene el grado -1 del difereciador. Mantener la homogeneidad del diferenciador implica que en el segundo canal, solo puede existir funciones o entradas desconocidas, las cuales puedan ser acotadas con una constante.
- La segunda no mantiene la homogeneidad diferenciador de Levant debido a los términos de corrección, pero amplia la clase de sistemas a los que se les puede diseñar un observador global con entradas desconocidas, ya que en el segundo canal pueden existir no linealidades, las cuales no necesariamente necesitan ser acotadas por una constante.

1.4. Estructura de la tesis

La organización del documento es la siguiente: En el capítulo 2 se presentan las definiciones y conceptos básicos que serán utilizados durante el trabajo, así como las dos metodologías en las que se basada el diseño de los observadores propuestos. El capitulo 3 muestra la primera clase de sistemas que se consideran, un ejemplo motivacional y el observador propuesto, así como un conjunto de ganancias las cuales aseguran la convergencia del observador a los estados del sistema. El capitulo 4 propone un observador para la segunda clase de sistemas y el conjunto de ganancias que aseguran la convergencia global a los estados verdaderos del sistema. Finalmente, el Capítulo 5 presenta algunas conclusiones y ciertas direcciones de trabajo a futuro.

Bibliografía

[1] W. A. Apaza-Perez, L. Fridman, and J. A. Moreno. Higher order sliding-mode observers with scaled dissipative stabilisers. *International Journal of Control*, 91(11):2511–2523, 2018. doi: 10.1080/00207179.2016.1269951. 3

[2] W. Alejandro Apaza-Perez, Jaime A. Moreno, and Leonid M. Fridman. Dissipative approach to sliding mode observers design for uncertain mechanical systems. *Automatica*, 87:330 – 336, 2018. ISSN 0005-1098. doi: https://doi.org/10.1016/j.automatica.2017.10.016. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109817305162. 3

[3] F. J. Bejarano, L. Fridman, and A. Poznyak. Output integral sliding mode control based on algebraic hierarchical observer. *International Journal of Control*, 80(3):443–453, 2007. doi: 10.1080/00207170601080205. URL https://doi.org/10.1080/00207170601080205. 2

[4] G. Besançon. *Nonlinear Observers and Applications*. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer Berlin Heidelberg, 2007. 1

[5] C. I. Byrnes, A. Isidori, and J. C. Willems. Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36(11):1228–1240, Nov 1991. ISSN 0018-9286. doi: 10.1109/9.100932. 1

[6] J. Davila, L. Fridman, and A. Levant. Second-order sliding-mode observer for mechanical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(11):1785–1789, Nov 2005. ISSN 0018-9286. doi: 10.1109/TAC.2005.858636. 2

[7] J. Davila, L. Fridman, and A. Poznyak. Observation and identification of mechanical systems via second order sliding modes. In *International Workshop on Variable Structure Systems, 2006. VSS'06.*, pages 232–237, June 2006. doi: 10.1109/VSS.2006.1644523. 2

[8] E.Guzmán-Baltazar and J. A. Moreno. Dissipative design of adaptive observers for systems with multivalued nonlinearities. In *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pages 2625–2630, Dec 2010. doi: 10.1109/CDC.2010.5717230. 2

[9] Leonid Fridman, Arie Levant, and Jorge Davila. Observation of linear systems with unknown inputs via high-order sliding-modes. *International Journal of Systems Science*, 38(10):773–791, 2007. doi: 10.1080/00207720701409538. 3

[10] M.L.J. Hautus. Strong detectability and observers. *Linear Algebra and its Applications*, 50: 353 – 368, 1983. ISSN 0024-3795. doi: https://doi.org/10.1016/0024-3795(83)90061-7. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0024379583900617. 1

[11] Arie Levant. Robust exact differentiation via sliding mode technique**this paper was recommended for publication in final form by associate editor hassan khalil under the direction of editor tamer basar. *Automatica*, 34(3):379 – 384, 1998. ISSN 0005-1098. doi: https://doi.org/10.1016/S0005-1098(97)00209-4. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109897002094. 2, 3

[12] J. Moreno. Existence of unknown input observers and feedback passivity for linear systems. In *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.01CH37228)*, volume 4, pages 3366–3371 vol.4, Dec 2001. doi: 10.1109/CDC.2001.980353. 1, 2

[13] Jaime A. Moreno. Observer design for nonlinear systems: A dissipative approach. *IFAC Proceedings Volumes*, 37(21):681 – 686, 2004. ISSN 1474-6670. doi: https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)30549-9. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017305499. 2nd IFAC Symposium on System Structure and Control, Oaxaca, Mexico, December 8-10, 2004. 1

[14] Jaime A. Moreno. *Approximate Observer Error Linearization by Dissipativity Methods*, pages 35–51. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2005. ISBN 978-3-540-31573-5. doi: 10.1007/11529798_3. URL https://doi.org/10.1007/11529798_3. 1

[15] Jaime A. Moreno, Edmundo Rocha-Cózatl, and Alain Vande Wouwer. A dynamical interpretation of strong observability and detectability concepts for nonlinear systems with unknown inputs: application to biochemical processes. *Bioprocess and Biosystems Engineering*, 37(1):37–49, Jan 2014. ISSN 1615-7605. doi: 10.1007/s00449-013-0915-5. URL https://doi.org/10.1007/s00449-013-0915-5. 2

[16] M. Osorio and J. A. Moreno. Dissipative design of observers for multivalued nonlinear systems. In *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 5400–5405, Dec 2006. doi: 10.1109/CDC.2006.377335. 2

[17] E. Rocha-Cozatl and J. Moreno. Passification by output injection of nonlinear systems. In *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications (CCA'01) (Cat. No.01CH37204)*, pages 1141–1146, Sep. 2001. doi: 10.1109/CCA.2001.974025. 1

[18] Edmundo Rocha-Cózat and Jaime A. Moreno. Dissipativity and design of unknown input observers for nonlinear systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 37(13):471 – 476, 2004. ISSN 1474-6670. doi: https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)31268-5. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017312685. 6th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems 2004 (NOLCOS 2004), Stuttgart, Germany, 1-3 September, 2004. 1, 2

[19] Edmundo Rocha-Cózatl and Jaime A. Moreno. Dissipative design of unknown input observers for systems with sector nonlinearities. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 21(14):1623–1644, 2011. doi: 10.1002/rnc.1656. URL https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/rnc.1656. 1, 6

[20] H. Shim, J.H. Seo, and A.R. Teel. Nonlinear observer design via passivation of error dynamics. *Automatica*, 39(5):885 – 892, 2003. ISSN 0005-1098. doi: https://doi.org/10.1016/S0005-1098(03)00023-2. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109803000232. 1

[21] B. L. Walcott and S. H. Zak. Observation of dynamical systems in the presence of bounded nonlinearities/uncertainties. In *1986 25th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 961–966, Dec 1986. doi: 10.1109/CDC.1986.267514. 2

[22] Jan C. Willems. Dissipative dynamical systems part i: General theory. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 45(5):321–351, Jan 1972. ISSN 1432-0673. doi: 10.1007/BF00276493. URL https://doi.org/10.1007/BF00276493. 1

[23] Jan C. Willems. Dissipative dynamical systems part ii: Linear systems with quadratic supply rates. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 45(5):352–393, Jan 1972. ISSN 1432-0673. doi: 10.1007/BF00276494. URL https://doi.org/10.1007/BF00276494. 1