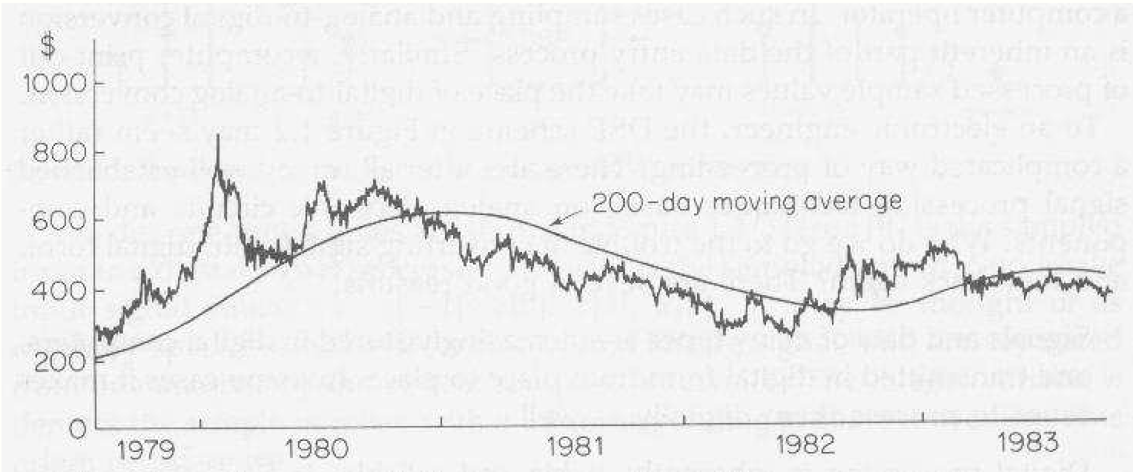
Aantal toepassingen

1. Laagdoorlaatfilter
2. Bandsperfilter
3. Banddoorlaatfilter

Toepassing 1: Laagdoorlaatfilter



Figuur 1: Goudkoers in dollars, uit Lynn en Fuerst

$$(x[n]) : \quad 240, \quad 242, \quad 237, \quad \ldots, \quad 400$$
$$n = 0,\ n = 1,\ n = 2,\ \ldots,\ n = 1563$$

Toepassing 1: Laagdoorlaatfilter

Deze ruwe gegevens fluctueren hevig. Wat is de onderliggende trend?

Voortschrijdend gemiddelde:
Gemiddelde van aantal voorafgaande ruwe waarden (voor elk van de 1563 dagen)

Toepassing 1: Laagdoorlaatfilter

$$y[n] = \frac{1}{200}\{x[n] + x[n-1] + \ldots + x[n-199]\}$$

Voor b.v. $n = 300$:

$$y[300] = \frac{1}{200}\{x[300] + x[299] + \ldots + x[101]\}$$

differentievergelijking: niet recursief

Toepassing 1: Laagdoorlaatfilter

Differentievergelijking

$y[n] = \frac{1}{200}\{x[n] + x[n-1] + \ldots + x[n-199]\}$

1. niet recursief: uitgangswaarde $y[n]$ berekend uit alleen ingangswaarden $x[n]$

2. digitaal filter (laagdoorlaatfilter) met egaliserende invloed

Toepassing 1: Laagdoorlaatfilter

$$y[n] = \frac{1}{200}\{x[n] + x[n-1] + \ldots + x[n-199]\}$$

$$y[n+1] = \frac{1}{200}\{x[n+1] + x[n] + \ldots + x[n-198]\}$$

$$= \frac{1}{200}\{x[n+1] + x[n] + \ldots + x[n-198] + x[n-199]$$

$$-x[n-199]\}$$

$$= y[n] + \frac{1}{200}\{x[n+1] - x[n-199]\}$$

$$y[n] = y[n-1] + \frac{1}{200}\{x[n] - x[n-200]\}$$

Toepassing 1: Laagdoorlaatfilter

$y[n] = y[n-1] + \frac{1}{200}\{x[n] - x[n-200]\}$

Deze differentievergelijking is recursief.

De nieuwe waarde $y[n]$ wordt verkregen door de oude waarde $y[n-1]$ aan te passen

Differentievergelijkingen

filter

$x[n]$ $\longrightarrow$ $\boxed{y[n] = 0.8y[n-1] + x[n]}$ $\longrightarrow$ $y[n]$

$$(x[n]) : \underset{\substack{\uparrow \\ n=0}}{1} \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 3$$

Bereken $y[n]$ voor $n = 0$ t/m 4

Differentievergelijkingen

$$y[n] = 0.8y[n-1] + x[n] \quad (x[n]) : 1 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 3$$

$$y[0] = 0.8y[-1] + x[0] = 0 + 1 = 1$$

$$y[1] = 0.8y[0] + x[1] = 0.8 + 1 = 1.8$$

$$y[2] = 0.8y[1] + x[2] = 0.8 * 1.8 + 2 = 3.44$$

$$y[3] = 0.8y[2] + x[3] = 0.8 * 3.44 + 1 = 3.75$$

$$y[4] = 0.8y[3] + x[4] = 0.8 * 3.75 + 3 = 5.2$$

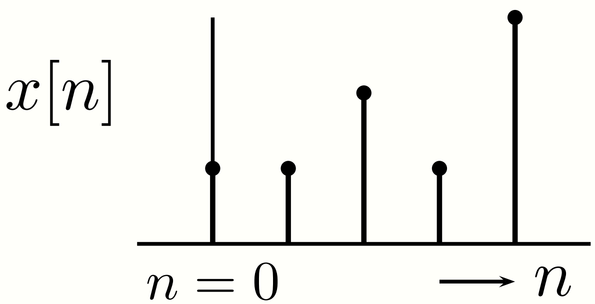
Differentievergelijkingen

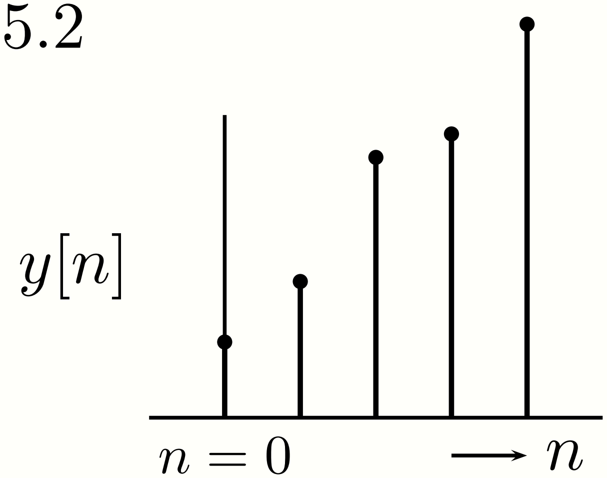
filter

$$x[n] \longrightarrow \boxed{y[n] = 0.8y[n-1] + x[n]} \longrightarrow y[n]$$

$$(x[n]) : 1 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 3$$

$$(y[n]) : 1 \quad 1.8 \quad 3.44 \quad 3.75 \quad 5.2$$





Opgave

filter

$$x[n] \longrightarrow \boxed{y[n] = -0.8y[n-1] + x[n]} \longrightarrow y[n]$$

$$(x[n]) : 1 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 3$$

$$\uparrow$$

$$n = 0$$

Bereken $y[n]$ voor $n = 0$ t/m 4

Antwoord opgave

$$y[n] = -0.8y[n-1] + x[n] \quad (x[n]) : 1 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 3$$

$$y[0] = -0.8y[-1] + x[0] = 0 + 1 = 1$$

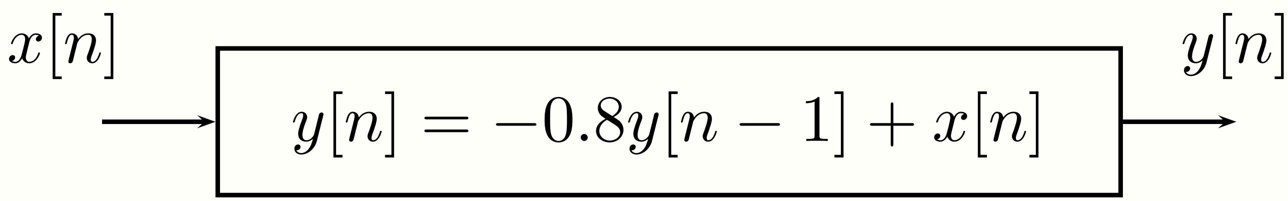
$$y[1] = -0.8y[0] + x[1] = -0.8 + 1 = 0.2$$

$$y[2] = -0.8y[1] + x[2] = -0.8 * 0.2 + 2 = 1.84$$

$$y[3] = -0.8y[2] + x[3] = -0.8 * 1.84 + 1 = -0.47$$

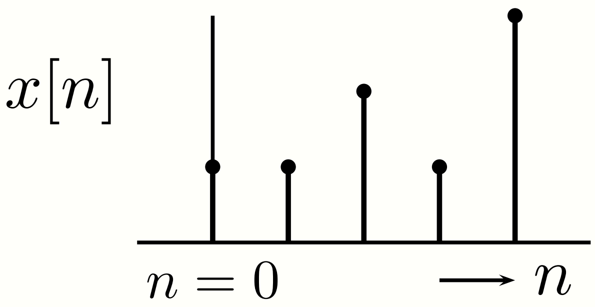
$$y[4] = -0.8y[3] + x[4] = -0.8 * -0.47 + 3 = 3.38$$

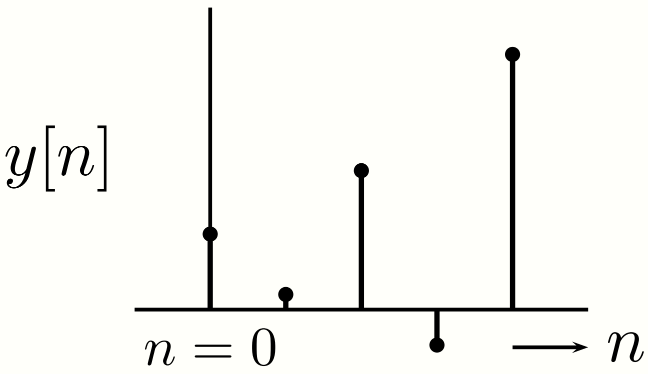
Antwoord opgave

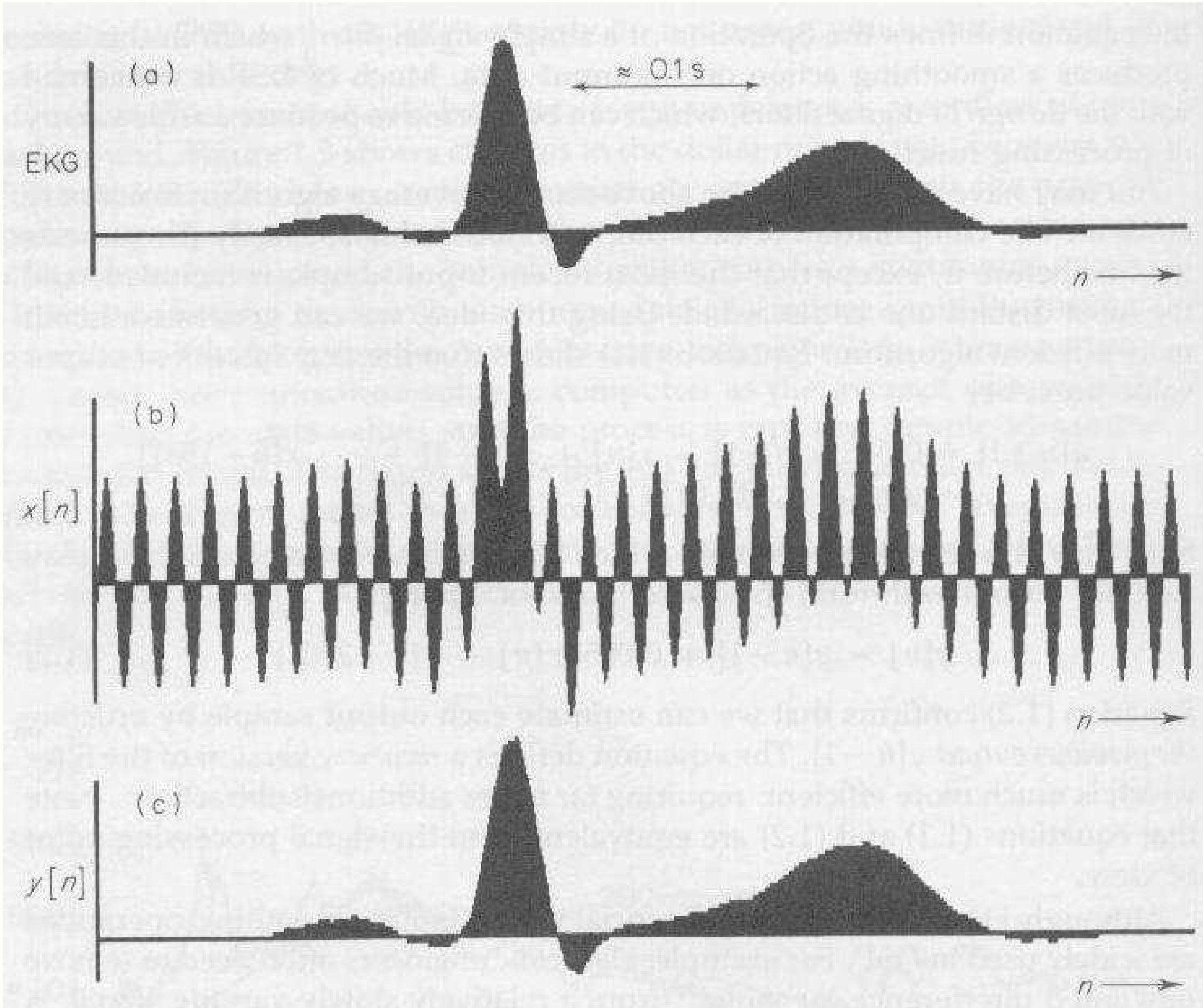


$(x[n]) : 1 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 3$

$(y[n]) : 1 \quad 0.2 \quad 1.84 \quad -0.47 \quad 3.38$







Figuur 2: Bandsperfilter voor ECG, uit Lynn en Fuerst

Toepassing 2: Bandsperfilter

Filter nodig dat frequenties rondom 50Hz onderdrukt:

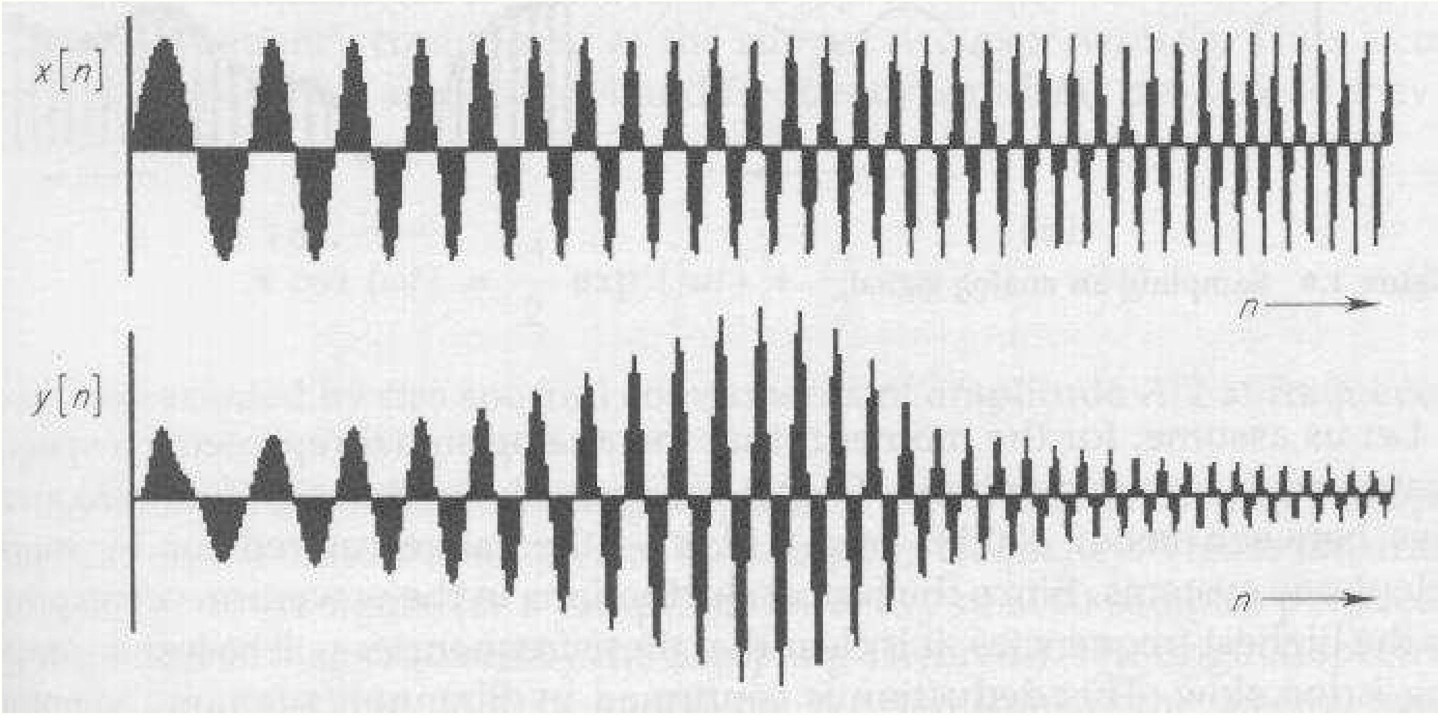
bandsperfilter

$$y[n] = 1.85y[n-1] - 0.95y[n-2] + x[n] - 1.9x[n-1] + x[n-2]$$

$$x[n] \longrightarrow \boxed{\; y[n] = 1.85y[n-1] + \ldots + x[n-2] \;} \longrightarrow y[n]$$

Dit filter spert een band rondom 50Hz

Toepassing 3: Banddoorlaatfilter



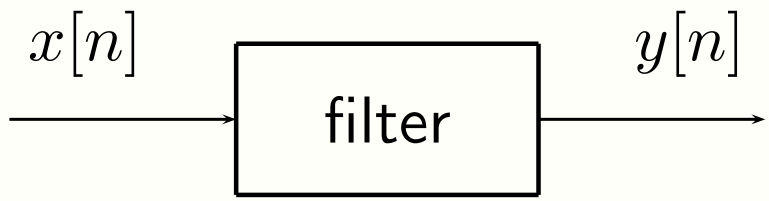
Figuur 3: Verschillende frequenties, uit Lynn en Fuerst

Toepassing 3: Banddoorlaatfilter

Bepaalde frequentieband sterker doorlaten dan andere frequentiebanden

$y[n] = 1.5y[n-1] - 0.85y[n-2] + x[n]$

Filters

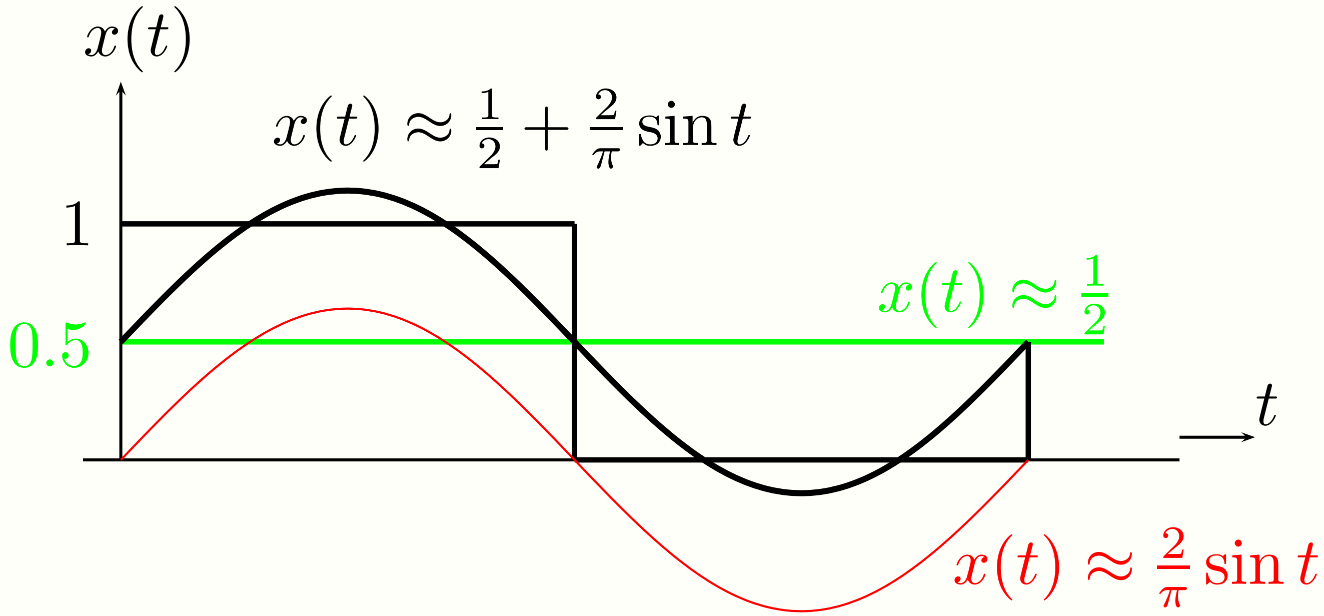


1. Laagdoorlaatfilter
2. Bandsperfilter
3. Banddoorlaatfilter
4. Hoogdoorlaatfilter

Continue Fourier-transformatie

Bloksignaal is (oneindige) som van sinusoiden

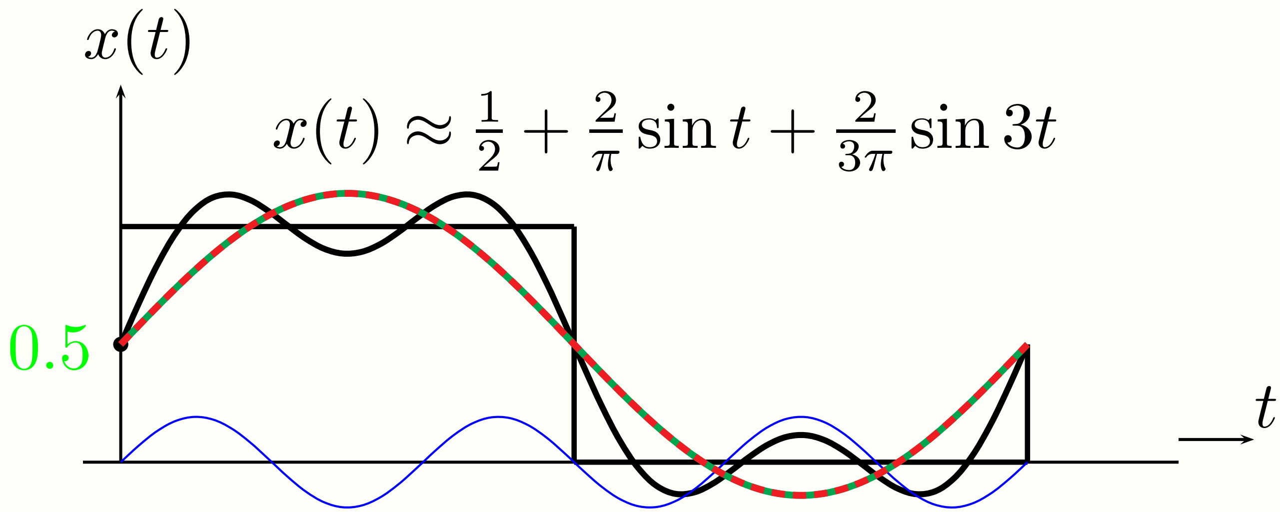
$$x(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sin t + \frac{2}{3\pi}\sin 3t + \ldots$$

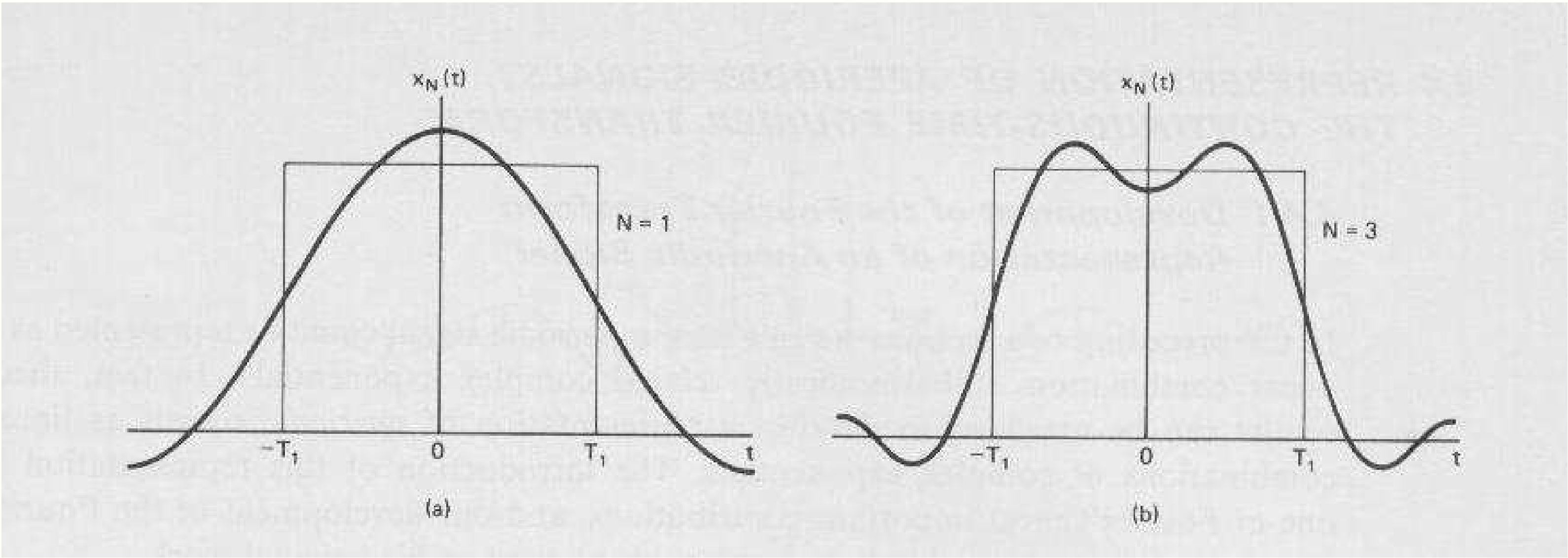


Continue Fourier-transformatie

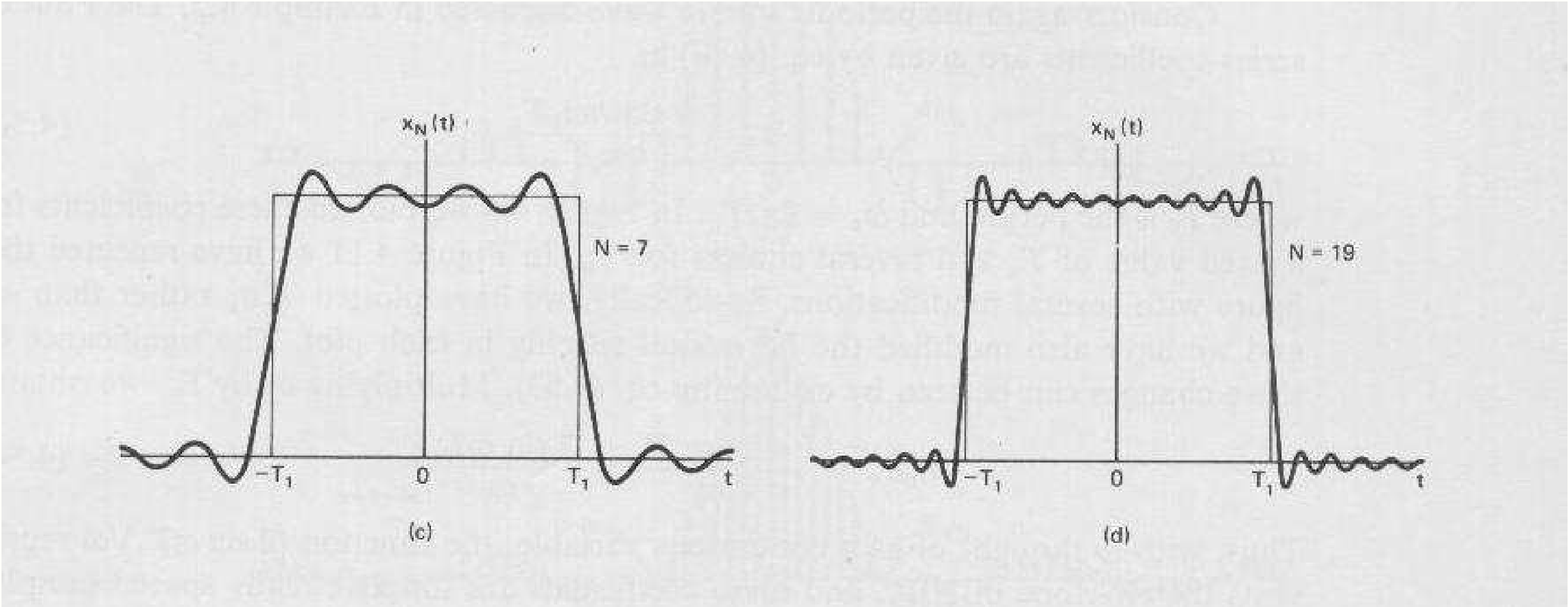
Bloksignaal is (oneindige) som van sinusoiden

$$x(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sin t + \frac{2}{3\pi}\sin 3t + \ldots$$

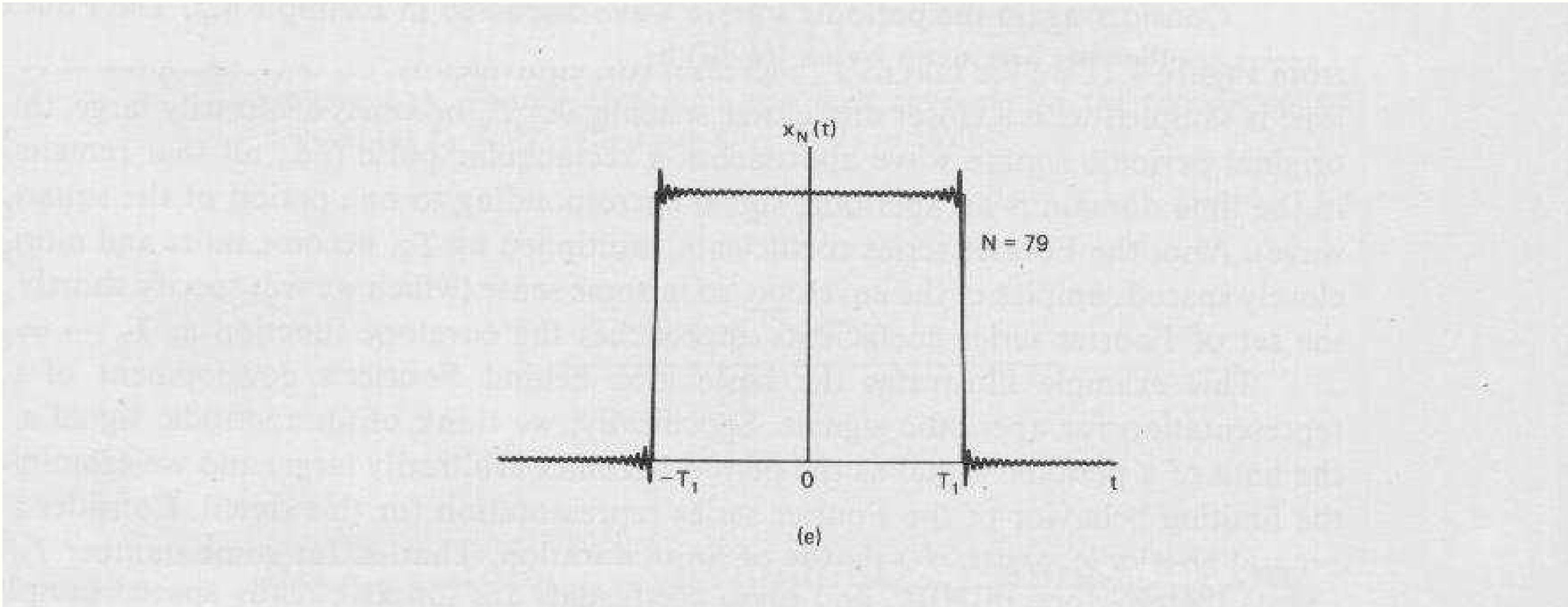




Figuur 4: $N = 1$ en $N = 3$, uit Oppenheim en Willsky



Figuur 5: $N = 7$ en $N = 19$, uit Oppenheim en Willsky



Figuur 6: $N = 79$, uit Oppenheim en Willsky

Continue Fourier-transformatie

Een bloksignaal kun je schrijven als de (oneindige) som van sinusoiden:

$x(t) = \frac{1}{2} + \ldots \sin t + \ldots \sin 3t + \ldots \sin 5t + \ldots$

Dit zijn sinussen met frequenties:

$1 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 9 \quad \ldots$

De amplitudes zijn de vermenigvuldigingsfactoren voor de sinus

Hoekfrequentie

$x(t) = \sin \omega_o t \Rightarrow \quad \omega_o$ noem je hoekfrequentie

Voorbeelden

$x(t) = \sin t \Rightarrow$ hoekfrequentie $\omega_o = 1$

$x(t) = \sin 3t \Rightarrow \omega_o = 3$

$x(t) = \sin 2\pi t \Rightarrow \omega_o = 2\pi$

$x(t) = \sin 200\pi t \Rightarrow \omega_o = 200\pi$

Hoekfrequentie

Welke hoekfrequenties zitten er in het bloksignaal?

$x(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sin t + \frac{2}{3\pi}\sin 3t + \frac{2}{5\pi}\sin 5t + \ldots$

$\omega_o = 1$

$3 \times \omega_o = 3$

$5 \times \omega_o = 5$

$7 \times \omega_o = 7$

enz.

Veelvouden van frequenties

Gegeven het volgende signaal:

$$x(t) = 2\sin\omega_o t - \sin 2\omega_o t + \frac{2}{3}\sin 3\omega_o t - \frac{1}{2}\sin 4\omega_o t + \ldots$$

ω_o fundamentele frequentie of 1ste harmonische

$2\omega_o$ 2de harmonische

$3\omega_o$ 3de harmonische

$4\omega_o$ 4de harmonische

enz.

Periodiek signaal

Als een periodiek signaal periode T heeft, dan is de fundamentele frequentie of 1ste harmonische:

$\omega_o = \frac{2\pi}{T}$

Voorbeelden

Periodiek signaal $x(t)$ met periode $T = 2\pi$, dan fundamentele frequentie $\omega_o = 1$

Periodiek signaal $x(t)$ met periode $T = 4\pi$, dan $\omega_o = 0.5$

Periodiek signaal

Een periodiek signaal $x(t)$ met periode T heeft fundamentele frequentie $\omega_o = \frac{2\pi}{T}$ en bevat alleen veelvouden van deze fundamentele frequentie, dus alleen harmonischen

Dit betekent dat het zo geschreven kan worden:

$x(t) = c_0 + c_1 \sin \omega_o t + c_2 \sin 2\omega_o t + c_3 \sin 3\omega_o t + \ldots$

Wat is periode van $\sin 2\omega_o t$ en van $\sin 3\omega_o t$?

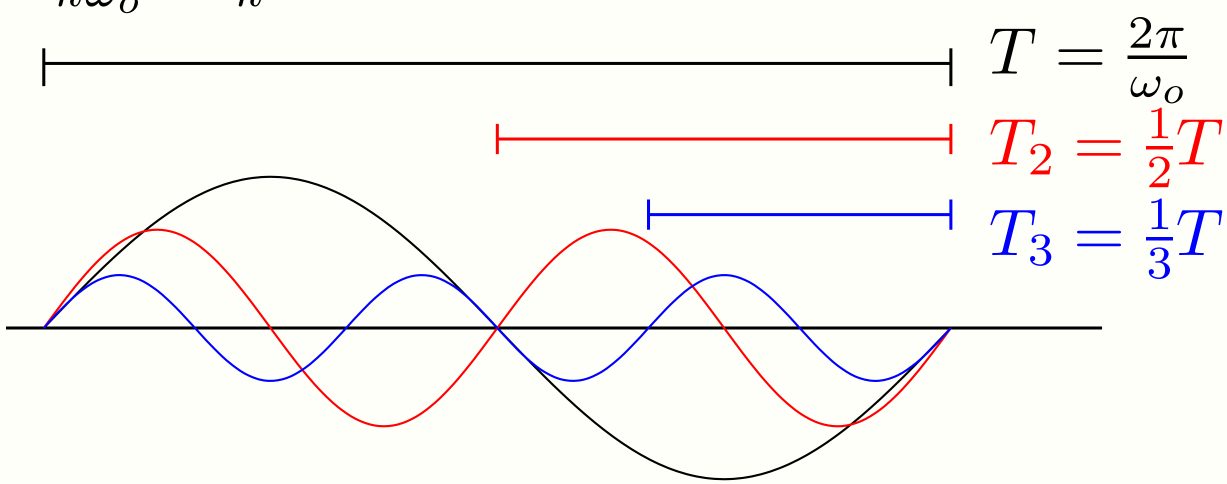
$T_2 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\omega_o} = \frac{1}{2}T$ en $T_3 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3\omega_o} = \frac{1}{3}T$

Periodiek signaal

$$x(t) = c_0 + c_1 \sin \omega_o t + c_2 \sin 2\omega_o t + c_3 \sin 3\omega_o t + \ldots$$

Wat is periode van $\sin k\omega_o t$?

$$T_k = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{k\omega_o} = \frac{1}{k}T$$



Frequentie in Hertz

Frequentie f in Hertz: $\omega = 2\pi f$

$x(t) = \sin \omega t = \sin 2\pi f t$

Voorbeelden

$x(t) = \sin 2\pi t \Rightarrow \omega = 2\pi,\ f = 1Hz$

$x(t) = \sin \frac{\pi}{3} t \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{3},\ f = \frac{1}{6}Hz$

$x(t) = \sin 200\pi t \Rightarrow \omega = 200\pi,\ f = 100Hz$

$x(t) = \sin 1000\pi t \Rightarrow \omega = 1000\pi,\ f = 500Hz$

Overzicht frequenties

Signaal met periode T: Fundamentele frequentie $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$x(t) = \sin \omega t$: Periode $T = \frac{2\pi}{\omega}$

Hoekfrequentie ω: Frequentie in Hertz $f = \frac{\omega}{2\pi}$

Frequentie in Hertz f: Hoekfrequentie $\omega = 2\pi f$

Hoefrequentie ω of frequentie in Hz f: Periode $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$