

# REVISÃO DA LITERATURA SOBRE PROBLEMAS DE ESCALONAMENTO COM PENALIDADES DE ANTECIPAÇÃO E ATRASO

Rainer Xavier de Amorim

Instituto de Ciências Exatas e Tecnologia – Universidade Federal do Amazonas  
Rua Nossa Senhora do Rosário, 3683 – Tiradentes – Itacoatiara/AM

raineramorim@ufam.edu.br

**Resumo:** Esta pesquisa investiga problemas de escalonamento com penalidades de antecipação e atraso em ambiente mono e multiprocessado envolvendo máquinas paralelas idênticas. Este problema é também conhecido na literatura como escalonamento *Just-in-Time*, sistema amplamente utilizado em indústrias para reduzir estoques e os custos decorrentes, a fim de que o produto seja produzido de acordo com a demanda. Os principais resultados da literatura são apresentados e uma análise sobre as principais formulações matemáticas em programação inteira é também apresentada, que visa o desenvolvimento de estratégias algorítmicas exatas em programação inteira, programação por restrições e algoritmos híbridos exatos-heurísticos para a classe de problemas de escalonamento em investigação.

**Palavras-chave:** escalonamento *Just-in-Time*, máquinas paralelas idênticas, programação matemática.

## 1. INTRODUÇÃO

Os problemas de escalonamento em geral vêm sendo estudados desde a década de 1950 (DE FREITAS, 2009; BRUCKER, 2006), quando o ferramental matemático pôde ser usado para modelar problemas reais complexos com o auxílio do computador e questões econômicas motivaram cada vez mais o seu estudo em diversas áreas do conhecimento. Por isso, existe na literatura um vasto material sobre o assunto com inúmeras classes de complexidade com diferentes características, condições de execução, restrições e ambientes de processamento. Apesar do grande interesse de diversas áreas na investigação destes problemas, ainda existem muitos problemas em aberto, com pequenas diferenças em relação aos problemas já bem resolvidos ou já provados serem NP-Difíceis. Além disso, constantemente surgem novos problemas, conceitos, formas de modelagem, técnicas de resolução e aplicação, o que enriquece ainda mais a literatura e desperta cada vez mais o interesse em buscar novas e melhores soluções algorítmicas e novos modelos matemáticos cada vez mais eficientes para os problemas de escalonamento do mundo real (DE FREITAS, 2009).

Dentre os problemas de escalonamento existentes, os que consideram datas de término na execução de tarefas vêm sendo estudados desde a década de 1970 e constituem uma das principais vertentes de pesquisa sobre a classe geral de problemas de escalonamento (SOURD; KEDAD-SIDHOUM, 2008; JÓZEFOWSKA, 2007; PINEDO, 2012; TANAKA, 2012b; KRAMER, 2015; AMORIM, 2017), tanto pela grande representatividade de situações reais, quanto pela maior complexidade teórica envolvida. Especialmente, o estudo de problemas de escalonamento que consideram



simultaneamente penalidades de antecipação e atraso na execução de tarefas foi motivado pela adoção nas indústrias de processos produtivos com o conceito de produção sem folga (nem antes nem depois da data de término estipulada).

Esta ideia de produção sem folga ficou conhecida como *Just-in-Time* (JIT), tal termo surgiu no Japão na década de 70, na indústria automotiva, onde se buscava um sistema em que fosse possível coordenar uma determinada produção com a sua demanda específica e com o menor tempo de atraso possível. Este sistema tem como objetivo a melhoria do processo produtivo e fluxo de manufatura, eliminação de estoques e desperdícios. A aplicação deste sistema é muito ampla, envolvendo a produção de produtos perecíveis por exemplo, mas abrangendo qualquer sistema em que as tarefas devem ser finalizadas o mais próximo possível da data de término estipulada (LEUNG; KELLY; ANDERSON, 2004).

Este trabalho é organizado da seguinte forma: na Seção 2 serão apresentados os trabalhos relacionados da literatura que tratam do escalonamento de tarefas com penalidades de antecipação e atraso nos ambientes mono e multiprocessado. Na Seção 3 é apresentado um resumo sobre as estratégias propostas nesta pesquisa, juntamente com comentários sobre os resultados obtidos na Seção 4. E por fim, na Seção 5, são expostas as considerações finais deste trabalho.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção são apresentadas as principais abordagens da literatura sobre problemas de escalonamento de tarefas com penalidades de antecipação e atraso, com tempo ocioso e não-ocioso, juntamente com trabalhos relacionados que envolvem ambientes monoprocessados e máquinas paralelas idênticas. Também é apresentada uma aplicação na indústria automobilística localizada no Polo Industrial de Manaus.

### 2.1. Conceitos Relacionados

Os problemas de escalonamento com antecipação e atraso (escalonamento E/T) representam situações importantes do mundo real, principalmente com o surgimento motivado pela adoção nas indústrias de processos produtivos com o conceito de produção sem folga (nem antes nem depois da data de término sugerida), ou seja, de produtos com produção concluída no momento em que devem ser entregues (do inglês, *Just-in-Time* - JIT) (LEUNG; KELLY; ANDERSON, 2004).

O problema investigado é formalizado da seguinte forma: seja  $J = \{1, \dots, n\}$  um conjunto de tarefas que podem ser processadas em um ambiente monoprocessado ou em um conjunto de máquinas paralelas idênticas  $M = \{1, \dots, m\}$ , sem preempção. Cada tarefa deve ser processada em uma das máquinas, sendo que todas as tarefas devem ser processadas. Cada tarefa  $j$  possui um tempo de processamento positivo (*processing time*)  $p_j$ , um prazo de termino sugerido (*due date*)  $d_j$  e um peso positivo (*weight*)  $w_j$ . A antecipação de uma tarefa  $j$  é definida como  $E_j = \max\{0, d_j - C_j\}$ , por outro lado, o atraso de uma tarefa  $j$  é definido como  $T_j = \max\{0, C_j - d_j\}$ , onde  $C_j$  é o tempo de completude de cada tarefa (BRUCKER, 2006). O objetivo é minimizar  $\sum_{j=1}^n \alpha_j E_j + \sum_{j=1}^n \beta_j T_j$ , onde  $\alpha_j$  é a penalidade aplicada a antecipação e  $\beta_j$  é a penalidade de atraso.

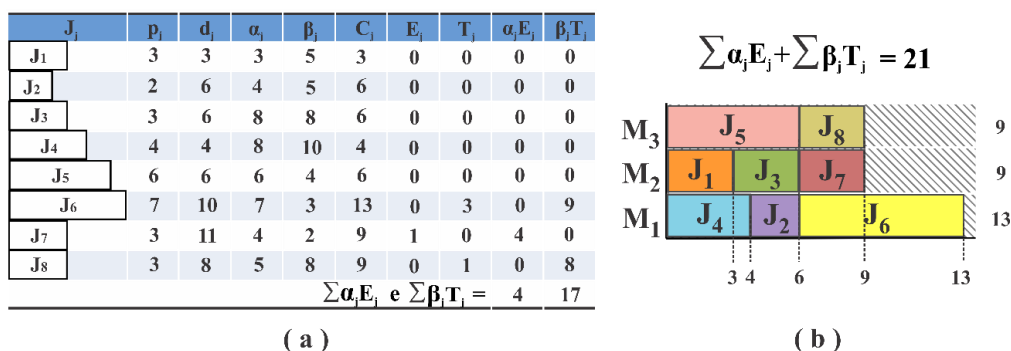
Do ponto de vista teórico, o problema de escalonamento em questão é NP-Difícil, pois faz parte de uma generalização do problema  $1 || \sum T_j$  (na notação de 3 campos de



Graham et al. (1979), provado ser NP-Difícil por Du e Leung (1990). Existem muitos esforços na literatura para solucionar o problema de forma exata, com inúmeros esforços para solucionar instâncias de tamanho maior para o problema.

Um exemplo teórico para o escalonamento com penalidades de antecipação e atraso em ambiente de máquinas paralelas idênticas é apresentado na Figura 1 onde, na Figura 1 (a) é apresentado um exemplo de instância com 8 tarefas para o problema com seus respectivos valores para tempos de processamento ( $p_j$ ), data de término sugerida ( $d_j$ ), penalidades de antecipação ( $\alpha_j$ ), penalidades de atraso ( $\beta_j$ ), tempo de completude ( $C_j$ ) das tarefas, valores de antecipação ( $E_j$ ) e atraso ( $T_j$ ) das tarefas, e os valores da antecipação ponderada ( $\alpha_j E_j$ ) e do atraso ponderado das tarefas ( $\beta_j T_j$ ) e na Figura 1 (b) pode-se observar como fica a representação do escalonamento em três máquinas paralelas idênticas para esta instância.

**Figura 1 – Escalonamento E/T: (a) Exemplo de uma instância de 8 tarefas para o problema investigado (b) representação da solução através do gráfico de Gantt.**



Fonte: O autor (2018).

## 2.2. Trabalhos Relacionados

Na literatura, os problemas de escalonamento E/T são classificados em duas categorias principais, segundo os tipos de datas de término sugeridas, de acordo como abordado em Hassin e Shani (2005):

- a) Problemas de escalonamento com datas de término iguais (*common due dates*),  $d_j = d$ , denotados como CDD. Estes problemas são divididos em datas de término restritas e datas de término irrestritas. O problema de escalonamento é restrito, quando nenhuma tarefa pode inicializar seu processamento antes do instante zero e o *due date*  $d$  é justo. O problema de escalonamento é irrestrito, quando a data de término sugerida  $d$  é suficientemente grande, por exemplo  $d \geq \sum_{j=1}^n p_j$ . Uma solução ótima para problemas de escalonamento com datas de término iguais deve satisfazer as seguintes propriedades (BAKER; SCUDDER, 1990; HASSIN; SHANI, 2005):
  - 1) não há tempo ocioso inserido (se a tarefa  $j$  segue imediatamente a tarefa  $i$  no escalonamento,  $C_j = C_i + p_j$ );
  - 2) a sequência deve possuir uma função de crescimento em forma de V (*V-shaped*), ou seja, tarefas antecipadas ( $C_j \leq d$ ) quando a solução possui uma sequência de tarefas em ordem não-crescente (em relação ao tempo de completude das tarefas) e tarefas atrasadas ( $C_j > d$ ) quando a solução possui



uma sequência de tarefas em ordem não-decrescente (em relação ao tempo de completude das tarefas), não permitindo tempo ocioso entre as tarefas;

- 3) a  $b$ -ésima tarefa da sequência é concluída precisamente em sua data de término sugerida, onde  $b$  é o menor valor inteiro que satisfaz a inequação  $\sum_{j=1}^b \alpha_j \geq \sum_{i=b+1}^n \beta_i$  ( $C_j = d$  para alguma tarefa  $j$ ).
- b) Problemas de escalonamento com datas de término distintas (*distinct due dates*),  $d_j$  - denotados como DDD e cujas três propriedades acima descritas, que definem uma solução ótima para problemas de escalonamento com datas de término iguais, não necessariamente podem ser utilizadas para problemas de escalonamento com datas de término distintas. Baker e Scudder (1990) afirmam que nenhuma das propriedades descritas para datas de término iguais pode ser aplicada a problemas com datas de término distintas, pois um escalonamento ótimo para datas de término distintas pode requerer tempo ocioso entre as tarefas.

Existem casos especiais de problemas irrestritos com penalidades de antecipação e atraso unitários, ou seja,  $\alpha = \beta = 1$ , para  $1 \leq j \leq n$ , onde deseja-se minimizar  $\sum_{j=1}^n (E_j + T_{-j})$ , dessa forma, o problema de escalonamento que envolve antecipação e atraso ponderados de tarefas é uma generalização desse problema, onde  $\alpha_j = \alpha$  e  $\beta_j = \beta$  para  $1 \leq j \leq n$  e deseja-se minimizar  $\sum_{j=1}^n (\alpha E_j + \beta T_{-j})$ . Revisões da literatura e uma classificação dos problemas de escalonamento com penalidades de antecipação e atraso com datas de término iguais podem ser consultados em Baker e Scudder (1990) e Gordon, Proth e Chu (2002).

Shabtay e Steiner (2012) apresentam uma revisão da literatura sobre problemas de escalonamento JIT, onde é apresentado o problema de maximização do número ponderado de tarefas que são finalizadas exatamente em suas datas de término sugeridas e também são apresentados vários ambientes de escalonamento com tempos de processamento fixos e variáveis. Mais revisões da literatura sobre o tema, envolvendo os ambientes mono e multiprocessado, casos especiais, provas e teoremas podem ser consultados nos trabalhos Chung e Choi (2013), Wan e Yuan (2013), Zhao et al. (2014), Janiak et al. (2015), e Shabtay (2016).

### 2.2.1. Ambiente Monoprocessado

O problema de Escalonamento E/T em máquina única consiste em encontrar uma sequência ótima de um conjunto de  $n$  tarefas a serem escalonadas em uma única máquina. Cada tarefa  $J_j$  possui um tempo de processamento inteiro  $p_j$  e uma data de término sugerida inteira  $d_j$ . Caso as tarefas estejam prontas para serem executadas a partir do instante zero e não houver preempção das tarefas, não é permitido tempo ocioso porque a capacidade da máquina é limitada, comparada à demanda, e não é tecnologicamente viável deixar a máquina parada por um longo tempo (M'HALLAH, 2007).

A literatura apresenta uma série de trabalhos com estratégias heurísticas/metaheurísticas e exatas. Dentre elas destacam-se as pesquisas baseadas em estratégias exatas de Tanaka, Sasaki e Araki (2009), Tanaka (2012a), Tanaka e Fujikuma (2008) e Kianfar e Moslehi (2012). Entre as estratégias heurísticas/aproximadas da literatura, a que se destaca é a proposta de Sourd (2006), com o método de busca em vizinhança chamado de *dynasearch* ou busca em vizinhança muito grande, onde a vizinhança de soluções é obtida através da composição de várias operações de troca de



posições do escalonamento e, como a vizinhança é exponencial, um algoritmo de programação dinâmica foi proposto a fim de se obter a solução ótima da vizinhança. A

### 2.2.2. Ambiente de Máquinas Paralelas Idênticas

Os problemas de escalonamento que envolvem restrições de antecipação e atraso consistem em achar a sequência ótima para um dado conjunto de  $n$  tarefas  $N = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$  com tempos de processamento  $p_j (j = 1, 2, \dots, n)$  a serem processadas em: máquinas paralelas idênticas  $P$  (cada máquina possui a mesma velocidade, e tempo de processamento para a tarefa  $j$  é  $p_j$ ); máquinas paralelas uniformes  $Q$  (cada máquina  $i$  possui a sua própria velocidade  $s_i$ , e o tempo de processamento da tarefa  $j$  nessa máquina será  $p_{ij} = p_j/s_i$ ) ou máquinas paralelas não-relacionadas  $R$  (a velocidade da máquina é dependente da tarefa a ser executada, e o tempo de processamento da tarefa  $j$  na máquina  $i$  é  $p_{ij} = p_j/s_{ij}$ ). Os casos de *job shop* (máquinas diferentes e em ordem diferente para cada tarefa), *flow shop* (onde se tem uma sequência de máquinas para cada tarefa) e *open shop*, similar ao *flow shop*, diferenciando-se pelo fato de que cada tarefa com múltiplas operações tem associada qualquer ordem de processamento (cada máquina opera exatamente uma vez em cada sequência de tarefas, diferentes para cada tarefa) também são detalhados na literatura (LAUFF; WERNER, 2001).

Kravchenko e Werner (2011) apresentam uma revisão da literatura envolvendo problemas de escalonamento em máquinas paralelas. Existem na literatura abordagens para o ambiente de máquinas paralelas idênticas, mas que também consideram o ambiente monoprocessado, como pode ser observado em deFreitas et al. (2008), onde foi proposto um algoritmo heurístico para o problema  $P || \sum w_j T_j$  em que o escalonamento tanto em uma máquina quanto em máquinas paralelas é representado por uma lista sequencial de tarefas.

Para este mesmo problema de escalonamento (considerando somente máquinas paralelas idênticas), Croce et al. (2012) apresentaram uma heurística de melhoria cujos resultados computacionais apresentados são melhores que os resultados existentes na literatura, incluindo os apresentados por deFreitas et al. (2008). Um algoritmo exato pode ser consultado em Pessoa et al. (2010), onde foi proposto um método *branch-cut-and-price* para o problema  $P || \sum w_j T_j$ , considerando o ambiente monoprocessado, além de máquinas paralelas idênticas.

### 2.2.3. Aplicações do Escalonamento *Just-in-Time*

De acordo com Józefowska (2007), a filosofia *Just-in-Time* para processos produtivos foi inicialmente proposta pelos japoneses em 1950. Esta filosofia pode ser brevemente definida como a eliminação de desperdícios e contínua melhoria da produção. Existem muitas fontes diferentes de desperdício em um sistema de manufatura. Por isso, muitas atividades necessitam ser realizadas na fábrica a fim de efetivamente implementar a filosofia *Just-in-Time*. Tempo de espera, superprodução e inventário são as fontes de desperdícios que podem ser eliminadas pelo planejamento e escalonamento de produção apropriado. Esta seção baseia-se nos trabalhos de Józefowska (2007) e Moraes e Nogueira (2014).

Problemas de escalonamento com duas funções objetivo, ou seja, a minimização de variação de produção e custos de antecipação e atraso, o que são considerados no





planejamento e controle de produção *Just-in-Time*, possuem enormes aplicações em sistemas computacionais. A classe mais importante de tais sistemas, que trabalham no ambiente *Just-in-Time*, são os denominados sistemas de tempo real. O requisito principal de um sistema de tempo real está no tempo de resposta a uma dada entrada, que não deve ultrapassar um determinado intervalo de tempo. Sistemas que operam com restrições de tempo são aplicáveis em diversas áreas como sistemas embarcados, controle de veículos, automação de instalações industriais, robótica, áudio e vídeo, monitoramento e bolsa de valores.

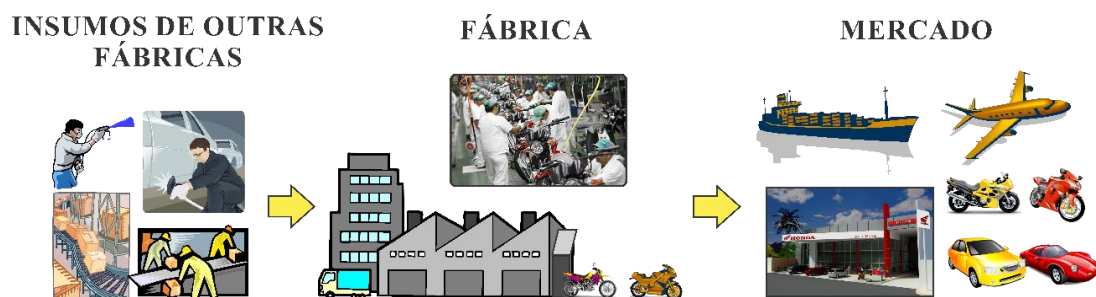
Outra variação do escalonamento *Just-in-Time* é a que considera a possibilidade de reduzir o tempo de processamento das tarefas a fim de atender as datas de término sugeridas, esta variação do problema é a considerada nesta pesquisa. Reduzir o tempo de processamento das tarefas pode adicionar custos adicionais, por exemplo, mais recursos devem ser requeridos. Este custo é adicionado à função de antecipação e atraso, e o objetivo é a minimização do custo total.

Os problemas de minimização do custo total de antecipação/atraso ocorrem em muitas áreas, não apenas nos sistemas de produção *Just-in-Time*. Muitas atividades como compras, transporte, manutenção ou operações militares requerem o controle *Just-in-Time*. Uma das áreas mais importantes que esta abordagem lida é a redução significativa de custos de logística.

Seguindo esta filosofia, de acordo com Moraes e Nogueira (2014), a Moto Honda da Amazônia, no Polo Industrial de Manaus, teve o seu desempenho de atividade aumentado por conta das formas de organização da produção e reestruturação empresarial. Em sua prática de produção e no relacionamento com seus fornecedores, a Honda adotou o sistema *Just-in-Time*. Este sistema, introduzido inicialmente pela Toyota, no Japão, foi criado especialmente para reduzir estoques e custos decorrentes. Com o *Just-in-Time*, o produto ou matéria prima chega ao local de utilização somente no momento exato em que for necessário, com exceção dos insumos nacionais e internacionais.

A Figura 2 apresenta uma aplicação do conceito JIT, muito utilizada na Moto Honda da Amazônia, a principal empresa do polo de duas rodas, dentre os vinte polos de produção do distrito industrial da Zona Franca de Manaus - ZFM. Pois a empresa necessita que os produtos sejam fabricados ou entregues a tempo de serem montados, para assim atender aos mercados nacional e internacional (MORAES; NOGUEIRA, 2014).

**Figura 2 – Aplicação do conceito JIT em uma empresa automotiva do Pólo Industrial de Manaus.**



Fonte: O autor (2018).



#### 2.2.4. Formulações Matemáticas

Nesta seção serão citadas as principais formulações matemáticas existentes na literatura para o problema de escalonamento E/T clássico (tarefas independentes, com tempos arbitrários de processamento, sem preempção permitida, com datas de chegada iguais e datas de término distintas). Sendo assim, duas questões ajudam na classificação das formulações matemáticas existentes:

- a) permitem tempo ocioso no escalonamento ou não;
- b) consideram escalonamento em máquinas paralelas ou somente em uma única máquina.

Kanet e Sridharan (2000) apresentaram uma revisão da literatura sobre problemas de escalonamento com tempos ociosos inseridos, com resultados gerais sobre quando considerar ou não tempo ocioso em problemas de escalonamento no geral. Assim, afirmam que não é necessário considerar ou tratar tempo ocioso nos dois seguintes casos:

- a) problemas de escalonamento em ambiente monoprocessado;
- b) problemas de escalonamento em máquinas paralelas, quando todas as tarefas do problema estão simultaneamente disponíveis (quando se tem datas de chegadas iguais) e quando o problema de escalonamento apresentar medidas regulares de performance.

Variações de formulações de programação inteira para o escalonamento E/T com e sem tratamento de tempo ocioso pode ser consultada em detalhes em Amorim e DeFreitas (2014) e Amorim (2017).

### 3. MATERIAIS E MÉTODOS

A revisão da literatura apresentada serviu de base para a proposição de estratégias algorítmicas baseadas em Algoritmo Genético, Reconexão de Caminhos e Busca Local Iterada. Meta-heurísticas amplamente exploradas e testadas pelo autor e comparadas com *benchmarks* bem conhecidos da literatura. Obtendo assim soluções ótimas para instâncias de até 100 tarefas, além da proposição de uma formulação matemática para o problema para os ambientes mono e multiprocessado (AMORIM; DEFREITAS; UCHOA, 2013).

Além de meta-heurísticas, também foi proposto uma estratégia híbrida, exato-heurística, para o problema investigado nesta revisão da literatura. Essa estratégia permitiu a obtenção de soluções para até 500 tarefas, soluções ainda não existentes na literatura, tanto para os ambientes de uma máquina e de máquinas paralelas idênticas (AMORIM, 2017).

### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados obtidos nesta pesquisa podem ser consultados em detalhes na pesquisa de Amorim (2017). Onde é apresentada a sumarização do estado da arte sobre problemas de escalonamento ET, ou escalonamento *Just-in-Time*. Além disso, também é apresentada uma adaptação das formulações matemáticas da literatura para o problema investigado. A pesquisa de Tanaka (2012a) apresenta ótimos para instâncias do problema para até 300 tarefas, considerando o ambiente de uma máquina ou monoprocessado.

Esta pesquisa apresenta soluções ótimas tanto para o ambiente de uma máquina, quando para o ambiente de máquinas paralelas idênticas, as instâncias testadas foram



criadas, a partir das instâncias de Tanaka (2012b), para máquinas paralelas idênticas. Os resultados também puderam ser comparados com os ótimos obtidos da implementação da formulação matemática proposta pelo autor, mostrando assim que a estratégia híbrida proposta é competitiva e consegue atingir soluções ótimas para uma grande quantidade de instâncias.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa considerou problemas de escalonamento com penalidades de antecipação e atraso em ambiente monoprocesso e ambiente de máquinas paralelas idênticas, com tarefas independentes, de tempos de processamento arbitrários e pesos distintos. Na fundamentação teórica foram apresentadas as definições, conceitos e notação clássica da literatura. Assim como as principais formulações matemáticas para os problemas de escalonamento E/T, incluindo a formulação para o problema de escalonamento com antecipação e atraso em ambientes mono e multiprocessado sem tempo ocioso entre as tarefas apresentada em Amorim (2013). Esta formulação foi baseada na formulação clássica geral indexada pelo tempo de Dyer e Wolsey (1990) e em um modelo de fluxo em redes.

Uma sumarização completa dos resultados da revisão da literatura desta pesquisa pode ser consultada em Amorim (2017), juntamente com o detalhamento das formulações matemáticas investigadas e estratégias algorítmicas propostas para o problema. A literatura referente ao escalonamento de tarefas com penalidades de antecipação e atraso é muito ampla, incluindo os mais diversos ambientes de processamento e estratégias de resolução. Esta pesquisa se focou nos problemas que abordam os ambientes de uma máquina e máquinas paralelas idênticas. Para pesquisas futuras, as formulações matemáticas investigadas podem servir para o desenvolvimento de estratégias algorítmicas mais robustas para o problema, incluindo bons limites inferiores, estratégias de cortes eficientes e tratamento de soluções simétricas.

## REFERÊNCIAS

- AMORIM, R. Estratégias Algorítmicas Exatas e Híbridas para Problemas de Escalonamento em Máquinas Paralelas com Penalidades de Antecipação e Atraso. 113 p. Tese (Doutorado em Informática) — Universidade Federal do Amazonas, Manaus - AM, 2017.
- AMORIM, R. X. d.; DEFREITAS, R.; UCHOA, E. A network flow IP formulation and exact/heuristics approaches for just-in-time scheduling problems on parallel machines without idle times. Anais do XLV SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - XLV SBPO, v. 45, p. 1835–1846, 2013. ISSN 1518-1731.
- AMORIM, R. X. d.; FREITAS, R. de. Um estudo sobre formulações matemáticas para um problema clássico de escalonamento com antecipação e atraso em máquinas paralelas. v. 46, p. 2514–2525, 2014. ISSN 1518-1731.
- ARENALES, M. et al. Pesquisa Operacional: As Disciplinas da Execução da Estratégia. Elsevier, 2007. ISBN 9788535251937.
- BAKER, K. R.; SCUDDER, G. D. Sequencing with earliness and tardiness penalties: a review. Oper. Res., INFORMS, Institute for Operations Research and the Management Sciences (INFORMS), Linthicum, Maryland, USA, v. 38, p. 22–36, Fevereiro 1990. ISSN 0030-364X.





BRUCKER, P. Scheduling Algorithms. 5th. ed. Secaucus, NJ, USA: Springer-Verlag New York, 2006. ISBN 3540415106.

CHUNG, D.-Y.; CHOI, B.-C. Just-in-time scheduling under scenario-based uncertainty. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, v. 30, n. 2, 2013.

CROCE, F. D.; GARAIX, T.; GROSSO, A. Iterated local search and very large neighborhoods for the parallel-machines total tardiness problem. *Computers & Operations Research*, v. 39, p. 1213–1217, 2012.

DEFREITAS, R. Caracterizações e algoritmos para problemas clássicos de escalonamento. 83 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Sistemas e Computação) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, 2009.

DEFREITAS, R. et al. Heuristic algorithm for the parallel machine total weighted tardiness scheduling problem. *Relatórios de pesquisa em engenharia de produção*, v. 8, p. 1–12, 2008.

DU, J.; LEUNG, J. Y. Minimizing total tardiness on one machine is NP-Hard. *Mathematics of Operations Research*, v. 15, p. 483–495, 1990.

GORDON, V.; PROTH, J.-M.; CHU, C. A survey of the state-of-the-art of common due date assignment and scheduling research. *European Journal of Operational Research*, v. 139, n. 1, p. 1–25, 2002.

GRAHAM, R. L. et al. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. *Annals of Discrete Mathematics*, v. 5, p. 287–326, 1979.

HASSIN, R.; SHANI, M. Machine scheduling with earliness, tardiness and nonexecution penalties. *Computers & Operations Research*, v. 32, n. 3, p. 683 – 705, 2005. ISSN 0305 0548.

JANIÁK, A. et al. A survey on scheduling problems with due windows. *European Journal of Operational Research*, v. 242, n. 2, p. 347–357, 2015.

JÓZEFOWSKA, J. Just-in-Time Scheduling: Models and Algorithms for Computer and Manufacturing Systems. Springer, 2007. (International Series in Operations Research & Management Science). ISBN 9780387717173.

KANET, J. J.; SRIDHARAN, V. Scheduling with inserted idle time: problem taxonomy and literature review. *Operations Research*, v. 48, p. 99–110, 2000.

KIANFAR, K.; MOSLEHI, G. A branch-and-bound algorithm for single machine scheduling with quadratic earliness and tardiness penalties. *Computers and Operations Research*, v. 39, n. 12, p. 2978–2990, 2012.

KRAMER, A. H. F. Um método heurístico para a resolução de uma classe de problemas de sequenciamento da produção envolvendo penalidades por antecipação e atraso. 144 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) — Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa - PB, 2015.

KRAVCHENKO, S. A.; WERNER, F. Parallel machine problems with equal processing times: a survey. *J. Scheduling*, v. 14, n. 5, p. 435–444, 2011.

LAUFF, V.; WERNER, F. Scheduling with common due date, earliness and tardiness penalties for multimachine problems: a survey. *Mathematical and Computer Modelling*, v. 40, n. 5-6, p. 637 – 655, 2004.



LEUNG, J.; KELLY, L.; ANDERSON, J. H. Handbook of Scheduling: Algorithms, Models, and Performance Analysis. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, Inc., 2004. ISBN 1584883979.

M'HALLAH, R. Minimizing total earliness and tardiness on a single machine using a hybrid heuristic. Computers and Operations Research, v. 34, n. 10, p. 3126–3142, 2007.

MORAES, E. d. O.; NOGUEIRA, R. J. B. Corporação em rede: um estudo sobre a empresa moto honda da amazônia. CaderNAU – Cadernos do Núcleo de Análises Urbanas, v. 7, p. 112–129, 2014.

PESSOA, A.; UCHOA, E.; POGGI, M.; DEFREITAS, R. Exact algorithm over an arc time-indexed formulation for parallel machine scheduling problems. Mathematical Programming Computation, Springer-Verlag, v. 2, n. 3-4, p. 259–290, 2010. ISSN 1867 2949.

PINEDO, M. L. Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems. 4th. ed. [S.l.]: Springer Publishing Company, 2012. ISBN 0387789340, 9780387789347.

SHABTAY, D. Optimal restricted due date assignment in scheduling. European Journal of Operational Research, v. 252, n. 1, p. 79 – 89, 2016. ISSN 0377-2217.

SHABTAY, D.; STEINER, G. Scheduling to maximize the number of just-in-time jobs: A survey. Springer Optimization and Its Applications, v. 60, p. 3–20, 2012.

SOURD, F. Dynasearch for the earliness-tardiness scheduling problem with release dates and setup constraints. Operations Research Letters, v. 34, n. 5, p. 591 – 598, 2006.

SOURD, F.; KEDAD-SIDHOUM, S. A faster branch-and-bound algorithm for the earliness-tardiness scheduling problem. Journal of Scheduling, v. 11, n. 1, p. 49–58, 2008.

TANAKA, S. An exact algorithm for the single-machine earliness-tardiness scheduling problem. Springer Optimization and Its Applications, v. 60, p. 21–40, 2012.

TANAKA, S. Benchmark instances for the single-machine total weighted earliness tardiness problem. 2012. Disponível em: <http://turbine.kuee.kyoto-u.ac.jp/~tanaka/index-e.html>.

TANAKA, S.; FUJIKUMA, S. An efficient exact algorithm for general single-machine scheduling with machine idle time. 4th IEEE Conference on Automation Science and Engineering, CASE 2008, p. 371–376, 2008.

TANAKA, S.; FUJIKUMA, S.; ARAKI, M. An exact algorithm for single-machine scheduling without machine idle time. Journal of Scheduling, v. 12, n. 6, p. 575–593, 2009.

TSAI, C.-Y.; WANG, Y.-C. The sum of earliness and tardiness minimization on unrelated parallel machines with inserted idle time. Latest Advances in Information Science and Applications, WSEAS Press, p. 125–130, Maio 2012.

WAN, L.; YUAN, J. Single-machine scheduling to minimize the total earliness and tardiness is strongly NP-hard. Operations Research Letters, v. 41, n. 4, p. 363–365, 2013.

ZHAO, C. et al. Single-machine scheduling and due date assignment with rejection and position-dependent processing times. Journal of Industrial and Management Optimization, v. 10, n. 3, p. 691–700, 2014.

