ToMATo algoritam za segmentaciju slika

Jovan Vukićević Nemanja Janković

Jun 2024

Sadržaj

1 Uvod **3**

2 Algoritam **4**

2.1 Preprocesiranje 4

2.2 Opšti algoritam 6

2.3 Segmentacija slika 7

3 Zaključak **10**

4 Literatura **11**

1 Uvod

ToMATo algoritam je jedan od modernijih algoritama koji se koristi za klasterovanje podataka upotrebom perzistentne homologije. Ovaj rad se specifično bavi korišćenjem ToMATo algoritma za segmentaciju slika. Kako se ceo rad zasniva na master radu Vildane Bakarević, u ovom radu ćemo se isključivo fokusirati na sam algoritam, dok se njegovo teorijsko pokriće može naći u pomenutom radu.

2 Algoritam

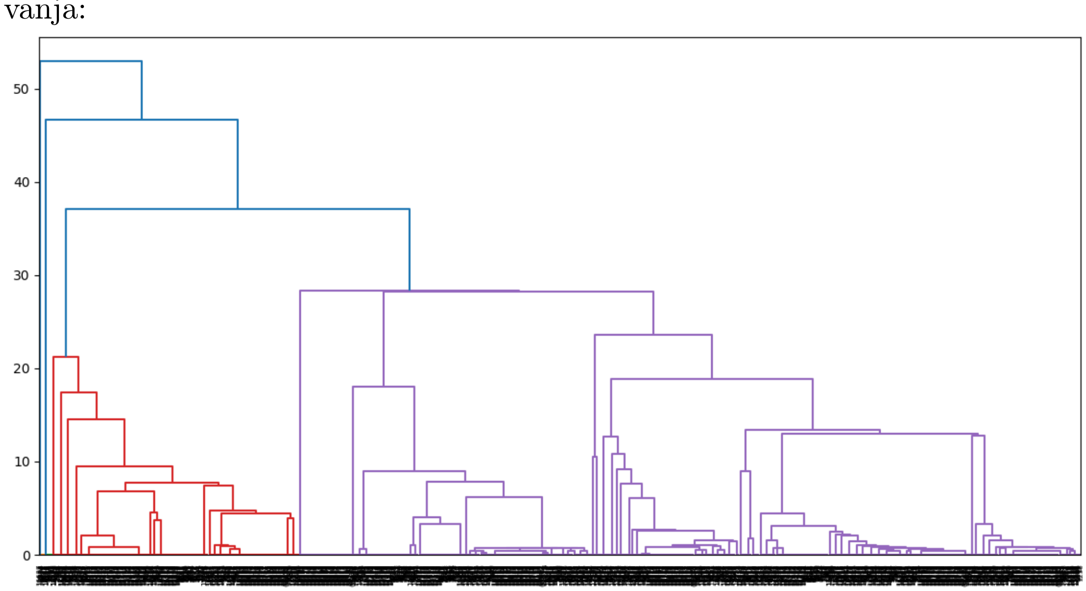
Prvo ćemo objasniti opšti ToMATo algoritam, a nakon toga njegove modifikacije zarad segmentacije slika.

2.1 Preprocesiranje

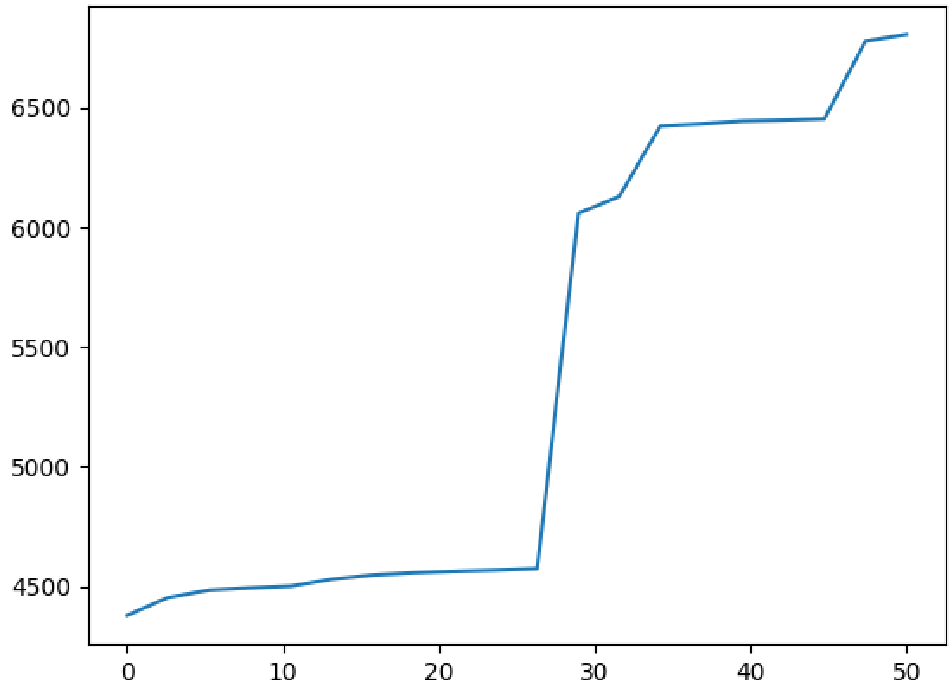
Sam algoritam klasterovanja kao ulazne parametre uzima funkciju ocene gustine $\tilde{f}$, radijus Vietoris-Rips kompleksa σ i parametar spajanja τ.

Ocenu funkcije gustine $\tilde{f}$ se određuje korišćenjem metode zasnovane na kernelima. Kernel predstavlja funkciju sličnosti, što je vrednost kernela veća za neke dve tačke, to se one mogu smatrati sličnijim. Za potrebe klasterovanja mogu da se koriste različiti kerneli koji pružaju različite rezultate, a mi smo kao jedan od njih odabrali Gausov kernel: $Kh(x) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi h})^n} exp(-\frac{|x|^2}{2h^2})$, gde je h parametar razmere. Nakon odabira kernela, za svaku tačku naših ulaznih podataka ocenu funkcije gustine računamo na sledeći način: $\tilde{f} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Kh(x - xi)$.

U odnosu na klasične algoritme klasterovanja, u ToMATo algoritmu kao graf suseda koristimo Ripsov graf, za koji je radijus σ parametar koji moramo da odredimo. Prvo konstruišemo dendrogram hijerarhijskog klasterovanja:

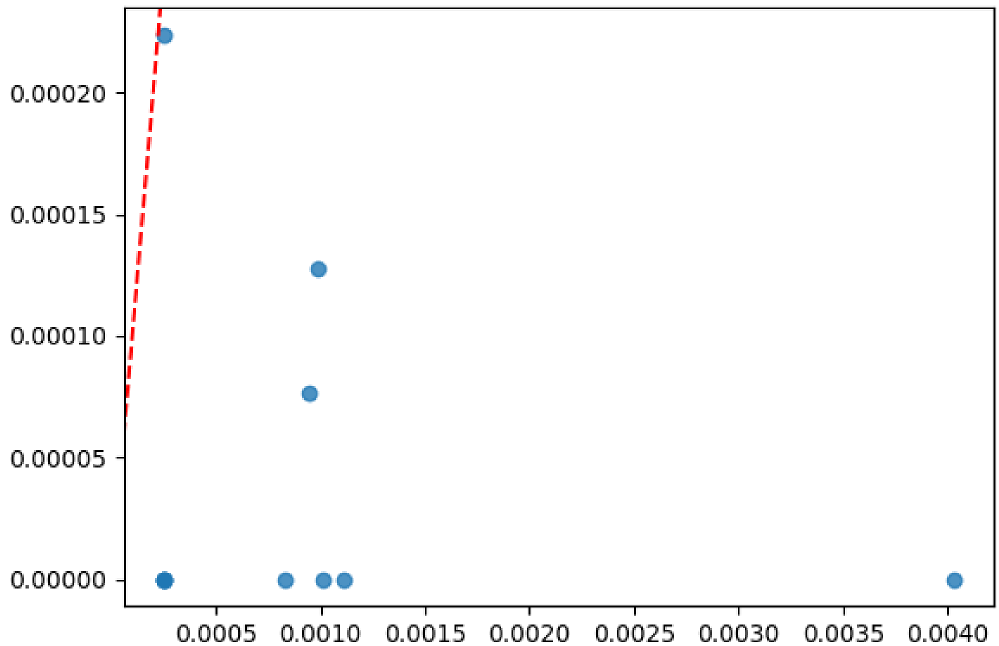


On nam daje skalu za posmatranje rastojanja tačaka podataka i njihovo grupisanje. Na osnovu njega konstruišemo grafik zavisnosti prosečnog broja suseda od izbora radijusa σ u Ripsovom grafu suseda:



Parametar radijusa σ dalje određujemo korišćenjem pravila lakta na prethodnom grafiku.

Parametar spajanja τ nam omogućava da odredimo manje bitne klastere i spojimo ih sa bitnijim, čime možemo ukloniti probleme šuma u podacima. On se određuje pokretanjem algoritma klasterovanja sa njim samim postavljenim kao beskonačnost. Algoritam će nam tada, između ostalog, vratiti 0-ti perzistentni dijagram polja $\tilde{f}$ nad grafom suseda:



Za vrednost parametra τ uzimamo udaljenost neke od bliskih tačaka pravoj $y = x$, jer su to tačke manje važnosti, pa najverovatnije pripadaju šumu.

2.2 Opšti algoritam

Sam algoritam se sastoji iz dve faze, koje u zavisnosti od implementacije mogu da se izvršavaju simultano.

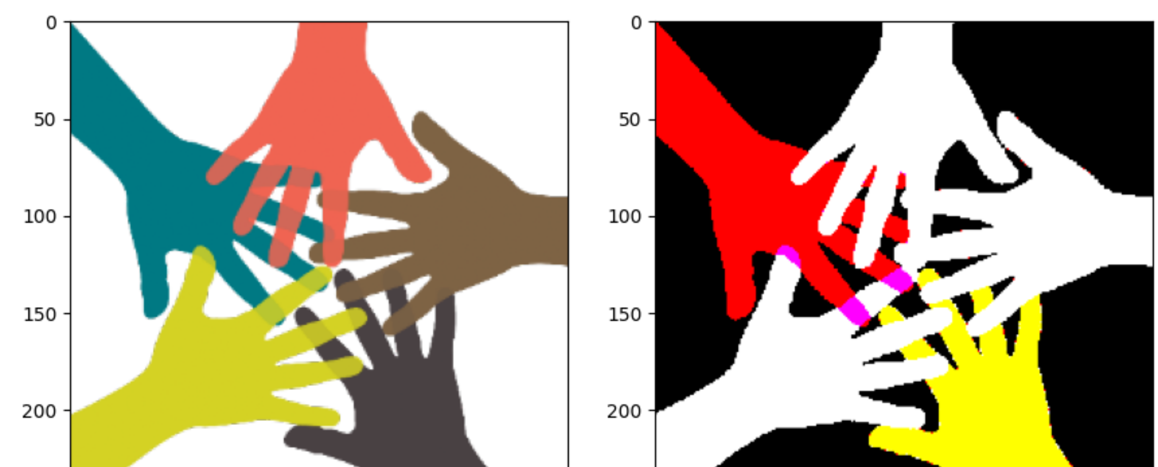
U prvoj fazi, prvo sortiramo tačke ulaznih podataka prema opadajućim vrednostima funkcije $\tilde{f}$. Za svaki indeks i ocenjujemo gradijent funkcije gustine povezivanjem čvora i sa susedom na Ripsovom grafu kome je najveća vrednost funkcije $\tilde{f}$. Ako takav sused ne postoji, tada i predstavlja mod funkcije $\tilde{f}$. Nakon prolaska kroz sve tačke dobijamo razapinjuću šumu Ripsovog grafa.

U drugoj fazi, koristimo disjunktni-set strukturu za spajanje stabala u šumi. Jedan podskup e takve strukture predstavlja uniju odgovarajućih stabala u šumi. Koren podskupa, $r(e)$, je njegov element koji ima najveću vrednost funkcije $\tilde{f}$. Kako je $r(e)$ koren nekog od stabala sadržanih u e, onda je on i koren moda funkcije $\tilde{f}$ u Ripsovom grafu. Podskupove spajamo u skadu sa hijerarhijom određenom perzistencijom. Još jednom prolazimo kroz tačke i sortirane prema opadajućim vrednostima funkcije $\widetilde{f}$. Za svaki čvor i posmatramo tačke nadnivoa od i u Ripsovom grafu. Ako bilo koja tačka nadnivoa povezuje ei sa nekim drugim podskupom ej, čiji koren $r(ej)$ ima manju vrednost funckije $\widetilde{f}$ od korena $r(ei)$, tada treba da spojimo skupove ei i ej, ako je perzistencija korena $r(ei)$ manja od zadatog praga τ. Posle spajanja svih neznačanjih suseda sa ei proveravamo da li sam ei treba spojiti sa susedom koji ima najveću vrednost korena ako takav sused postoji i nije isti skup.

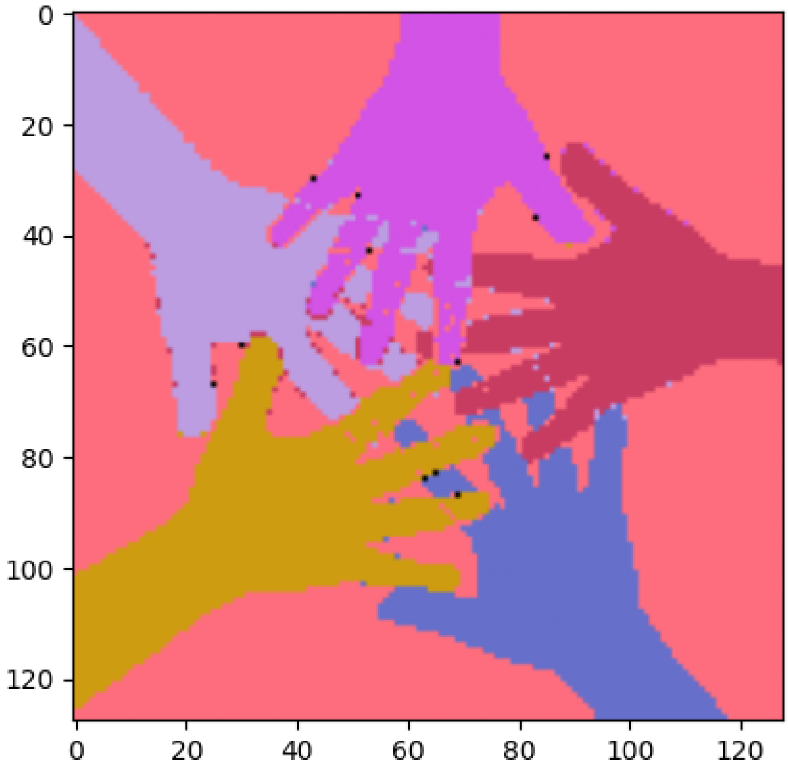
Izlaz algoritma je disjunktni-set struktura, praćena skupovima rođenja i umiranja klasa perzistencije.

2.3 Segmentacija slika

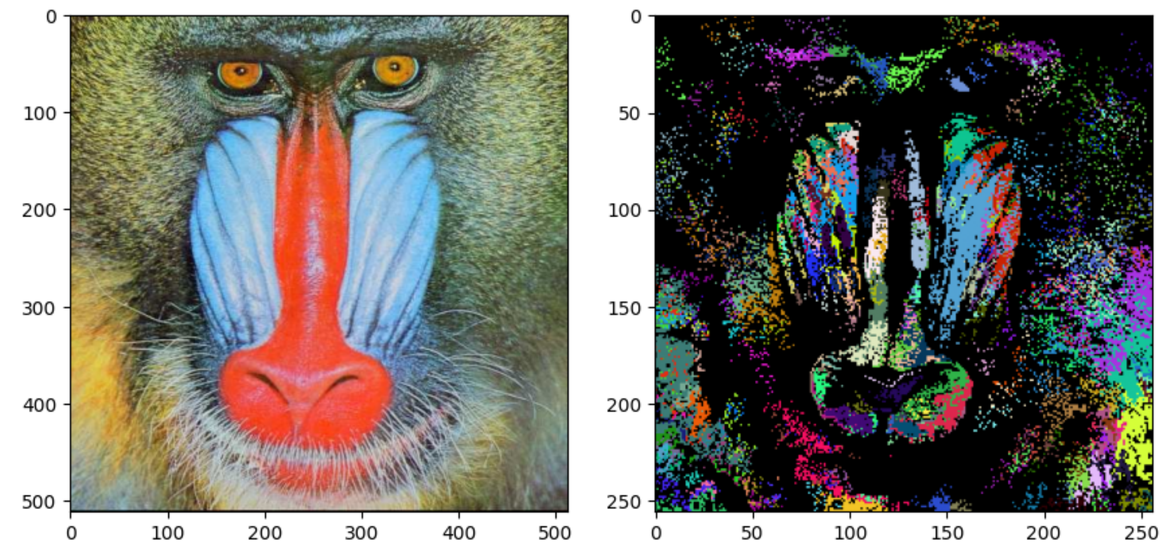
Kada je u pitanju problem segmentacije slika, moramo napraviti nekoliko modifijakcija opšteg algoritma. Prvo, sliku koju želimo da segmentiramo prebacujemo iz RGB u LUV prostor boja, jer je euklidska distanca u njemu prirodna metrika.



Nakon toga, budući da treba praviti računice za svaki piksel, smanjujemo dimenzije slike bez velikog gubljenja informacija o klasterima. Nakon standardnog određivanja parametra σ, da bi smanjili broj tačaka koji učestvuju u algoritmu, obeležavamo manji broj tačaka koji će da učestvuju u njemu, a susede tih tačaka obeležavamo da će pripadati istom klasteru kao i one. Za pogodno odabrane parametre, dobija se veoma verna segmentacija slike. Pre samog iscrtavanja slike biramo određenu granicu broja elemenata klastera, gde će klaster dobiti nasumičnu boju jedino ako je iznad te granice, dok u suprotnom dobija crnu boju.



Još jedna modifikacija koju možemo napraviti, koja je veoma korisna u slučaju segmentacije kompleksnijih slika, je uvođenje prostornih informacija u obzir. Ovom modifikacijom uvodimo ograničenje: da bi dve tačke bile povezane u Ripsovom grafu, one moraju biti blizu i prostorno. Prvo standardno povezujemo susedne piksele, a zatim brišemo tačke koje su udaljene u LUV prostoru.



0
100
200
300
400
500
0
100
200
300
400
500
0
50
100
150
200
250
0
50
100
150
200
250

3 Zaključak

ToMATo algoritam predstavlja jedan noviji način za pristup problemu klasterovanja podataka. Jedna od njegovih velikih prednosti je njegova fleksibilnost odabira parametara, odnosno odabira ocena funkcija gustine i načina prikazivanja podataka. Iako su u ovoj implementaciji korišćeni Vietoris-Rips kompleksi i Gausovi kerneli, oni mogu biti zamenjeni nekim drugim pristupima koji mogu doći sa drugim prednostima ili manama.

4 Literatura

[1] Vildana Bakarević. *Osnove topološke analize podataka sa primenom*. Avgust 2021

[2] Github link