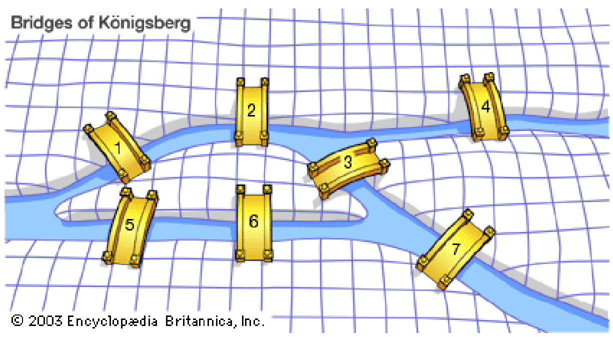
Parcial

Jorge Luis Ortíz

August 2018

1 Pregunta #1

El famoso matematico Euler hizo la siguiente pregunta: ¿Es possible curzar todos los puentes de Königsberg sin pasar dos veces por el mismo puente? A continuación se muestra un mapa de los puentes de Königsberg:



- Definir el conjunto de nodos
  - C: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
- Definir el conjunto de vertices

$$C : \left\{ \begin{array}{l} \langle 1,5\rangle, \langle 5,6\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 1,4\rangle, \langle 1,3\rangle, \langle 1,6\rangle \\ \langle 2,3\rangle, \langle 2,5\rangle, \langle 2,4\rangle, \langle 2,6\rangle, \langle 3,6\rangle, \langle 3,4\rangle \\ \langle 3,7\rangle, \langle 5,7\rangle, \langle 6,7\rangle, \langle 7,4\rangle, \langle 3,5\rangle \end{array} \right\}$$

2 Pregunta #2

Demostrar utilizando inducción que la formula de Gauss para sumatorias es correcta:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

donde $\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + 3 + 4 + \ \ldots \ + n$.

- Utilizamos el caso base (n=1):

$$\sum_{i=1}^{1} i = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{1} i = \frac{1(2)}{2}$$

$$1 = \frac{1(2)}{2}$$

$$1 = 1$$

- Ahora demostrarlo para n+1

$$\sum_{i=1}^{n+1} i = \frac{(n+1)(n+1+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i + (n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

Sabemos que: $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ entonces...

$$\frac{n(n+1)}{2} + (n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$$\frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$$\frac{(n+1)(n+2)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

Al operarlo, nos damos cuenta que queda lo mismo en ambas partes, por lo que queda demostrado

3 Pregunta #3

Definir inductivamente la funcion $\sum(n)$ para numeros naturales unarios la cual tiene el efecto de calcular la suma de 1 hasta n. En otras palabras:

$$\sum(n) = 1 + 2 + 3 + 4 + \ \dots \ + n$$

Puede apoyarse de la suma $\oplus$ de numeros naturales unarios para su definición:

$$a \oplus b = \begin{cases} b & \text{si } a = 0 \\ s(i \oplus b) & \text{si } a = s(i) \end{cases}$$

$$\sum(s(n)) = s(0) + (s(0) + s(0)) + (s(s(0)) + s(0)) \ \ldots \ + (s(n) - s(0)) + s(n)$$

$$\sum(s(n)) = s(n) + (s(n) - s(0)) + (s(n) - s(s(0))) \ \ldots \ + (s(0) + s(0)) + s(0)$$

$$2\sum(s(n)) = (s(n) + s(0)) + (s(n) + s(0)) + (s(n) + s(0))...$$

$$\sum(s(n)) = \frac{n(s(n) + s(0))}{2}$$

4 Pregunta #4

Demostrar por medio de inducción la comutatividad de la suma de numeros naturales unarios: $a \oplus b = b \oplus a$

- Caso base a=0

$$0 \oplus b = b \oplus 0$$
$$b = b$$

- Ahora por induccion s(a)

$$s(a) \oplus b = b \oplus s(a)$$

$$s(a) \oplus b = s(b \oplus a)$$
$$s(a) \oplus b = s(a \oplus b)$$

Pero tambien aplicamos s(b)

$$s(a) \oplus s(b) = s(a \oplus s(b))$$

$$s(a) \oplus s(b) = s(s(a \oplus b))$$
$$s(a) \oplus s(b) = s(s(a) \oplus b)$$
$$s(a) \oplus s(b) = s(a) \oplus s(b)$$

Queda demostrado.