d'information et $N-K$ bits *gelés*[2] fixés à 0. Ce vecteur est construit de telle manière que les bits d'information soient localisés sur les indices les plus fiables correspondant aux K lignes de $\kappa^{\otimes n}$ sélectionnées précédemment. Le mot de code correspondant, X, peut ensuite être calculé simplement tel que $X = U \times \kappa^{\otimes n}$.

Exemple 1.4.1. *Pour un code CP(8,4) et un message $U = [0,0,0,u_3,0,u_5,u_6,u_7]$, avec la position des bits gelés arbitraire, le mot de code est obtenu par la multiplication matricielle suivante :*

0, u1, 0, U3, 0, u5, u6, u7

$$\begin{array}{ccc} U & & \mathscr{F} \\ [0,0,0,u_3,0,u_5,u_6,u_7] & \times & \begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&1&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&1&0&0&0&0&0\\ 1&1&1&1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&1&0&0&0\\ 1&1&0&0&1&1&0&0\\ 1&0&1&0&1&0&1&0\\ 1&1&1&1&1&1&1&1 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{bmatrix} u_3+u_5+u_6+u_7\\ u_3+u_5+u_7\\ u_3+u_6+u_7\\ u_3+u_7\\ u_5+u_6+u_7\\ u_5+u_7\\ u_6+u_7\\ u_7 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$$

Un code en bloc peut-être représenté sous la forme d'un *factor graph* comme expliqué dans la section 1.3.2.3. Dans le cas des Codes Polaires, nous avons vu que la construction de la matrice génératrice est récursive. Il est alors possible de montrer que la construction du graphe est également récursive.

Exemple 1.4.2. *Dans cet exemple, deux matrices génératrices ainsi que leur représentation graphique sont présentées. Dans la figure 1.16 la matrice génératrice et le graphe de codage d'un Code Polaire de taille $N = 2$ et de message $U = [u_0, u_1]$ sont présentés.*

$CP(2,2)$

$$U \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

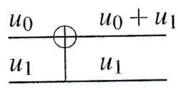

FIGURE 1.16 – Matrice génératrice et graphe de codeur de Code Polaire CP(2,2).

De même dans la figure 1.17, la matrice génératrice et le graphe de codage d'un Code Polaire de taille $N = 4$ et de message $U = [u_0, u_1, u_2, u_3]$ sont donnés.

$CP(4,4)$

$$U \times \begin{bmatrix} 1&0&0&0\\ 1&1&0&0\\ 1&0&1&0\\ 1&1&1&1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

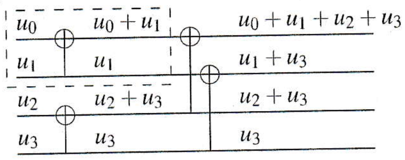

FIGURE 1.17 – Matrice génératrice et graphe de codeur de Code Polaire CP(4,4).

Les nœuds de parités ($\oplus$) se comportent comme des XOR et les nœuds de variables ($\perp$) font simplement passer la valeur binaire à l'étage suivant. On peut remarquer alors qu'un code de

[2] Ces bits gelés, forcés à 0, sont placés aux indices les moins fiables.

$$[0, u1, 0, u3, 0, u5, u6, u7] \times \begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{matrix} u1 + u3 + u5 + u6 + u7 \\ u1 + u3 + u5 + u7 \\ u3 + u6 + u7 \\ u3 + u7 \\ u5 + u6 + u7 \\ u5 + u7 \\ u6 + u7 \\ u7 \end{matrix}$$