Numerical experiments in the determination of regression ellipses

Jonas Schrage

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Equations of higher degree

1.1 3 Gleichungen 3. Grades in 3 Variablen

1.2 Aufteilen der Variablen

1.2.1 Satz: Für eine Matrix $A \in K^{m \times n}$ gilt:

- A besitzt eine linke Inverse genau dann, wenn $Rang(A) = n$
- A besitzt eine rechte Inverse genau dann, wenn $Rang(A) = m$

Insbesondere existiert im Falle $n < m$ keine linke Inverse und im Falle $n > m$ existiert keine rechte Inverse.

Analog zu dem Vorgehen in **??** lassen wir x erstmal außen vor und teilen die verbleibenden Kombinationen der Unbestimmten $Y,\ Z$ in zwei Gruppen auf. Dies führt zu den 10 Kandidaten

$$\{Y^3, Z^3, Y^2Z, YZ^2, Y^2, Z^2, YZ, Y, Z, 1\}, \tag{1.1}$$

welche wir nun in zwei Gruppen aufteilen wollen.

Für m Elemente in der ersten Gruppe und $n := 10 - m$ ergibt sich das Gleichungssystem in Matrixform als

$$-\underset{3\times m}{A} \cdot (\mu_1, \ldots, \mu_m)^\intercal = \underset{3\times n}{P} \cdot (\eta_1, \ldots, \eta_n)^\intercal \tag{1.2}$$

Im nächsten Schritt isolieren wir die μ_k's indem wir beide Seiten mit der linksinversen Matrix zu A multiplizieren. Laut Satz 1.2.1 existiert diese aber nur im Falle $m \leq 3$.

Für $m \leq 3$ erhält man also

$$(\mu_1, \ldots, \mu_m)^\intercal = -\underset{m\times 3}{A^{-1}} \cdot \underset{3\times n}{P} \cdot (\eta_1, \ldots, \eta_n)^\intercal \tag{1.3}$$

Um das Vorgehen weiter übertragen zu können müssen wir m Gleichungen bei denen wir μ_1, mu_2 und mu_3 verwenden um diese mithilfe von (1.3) zu substituieren.

Damit die Substitution zur Elimination der Unbestimmten μ_1, mu_2, mu_3 führt, darf es nach dem Einsetzen nur noch Terme in $\mu_1, \ldots, mu_m$ und $\eta_1, \ldots, \eta_n$ geben. Es dürfen dabei keine neuen Kombinationen aus den Unbestimmten Y, Z entstehen.

1.2.1 Fall 1 $m = 3, n = 7$

Literaturverzeichnis

[1] Z. Kukelova, J. Heller, and A. Fitzgibbon, “Efficient intersection of three quadrics and applications in computer vision,” in *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 1799–1808, 2016.

[2] S. Bai, M. R. Hansen, and T. O. Andersen, “Modelling of a special class of spherical parallel manipulators with euler parameters,” *Robotica*, vol. 27, no. 2, pp. 161–170, 2009.

[3] C. M. Gosselin and E. Lavoie, “On the kinematic design of spherical three-degree-of-freedom parallel manipulators,” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 12, no. 4, pp. 394–402, 1993.

[4] C. Gosselin, J. Sefrioui, and M. J. Richard, “On the direct kinematics of spherical three-degree-of-freedom parallel manipulators of general architecture,” 1994.

[5] R. I. Alizade, N. R. Tagiyev, and J. Duffy, “A forward and reverse displacement analysis of an in-parallel spherical manipulator,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 29, no. 1, pp. 125–137, 1994.