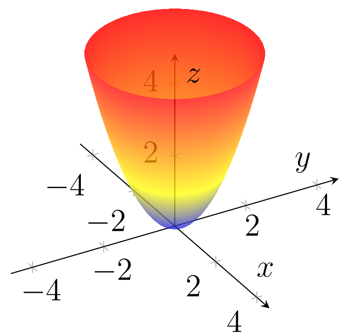
São funções do tipo: $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$.

Superfícies de nível são um conjunto de pontos no espaço tridimensional onde uma função de três variáveis atinge um valor constante. Elas são obtidas ao igualar a função a uma constante, como $f(x, y, z) = k$. Essa visualização tridimensional é análoga às curvas de nível usadas em mapas topográficos para representar a altitude.



1. **Equação do Plano:**

$$z = ax + by + c$$

$$\Big\{(x, y, z) \in \mathrm{Dom}(f) \;\Big|\; f(x, y, z) = k\Big\}$$

2. **Paraboloide Elíptico.** Para $a, b > 0$:

$$z = ax^2 + by^2$$

3. **Paraboloide Hiperbólico.**

$$z = ax^2 - by^2$$

4. **Cilindros.**

   (a) **Cilindro Parabólico.** Cada corte $y = c$ é uma parábola.

   $$z = x^2$$

   (b) **Cilindro Elíptico.**

   $$x^2 + y^2 = 1$$

5. **Superfícies Quádricas.**

   (a) **Elipsoide.**

   $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

   (b) **Hiperboloide de uma folha.**

   $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

   (c) **Hiperboloide de duas folhas.**

   $$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Tabela 1: Sinais dos coeficientes das superfícies quádricas usuais

Superfície	**a**	**b**	**c**
Elipsoide	+	+	+
Hiperboloide 1 folha	+	+	-
Hiperboloide 2 folhas	-	-	+

6. **Superfícies Esféricas.** A esfera não é uma função de (x, y).

7. **Superfícies Compostas.**

   (a) **Cone.**

   $$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

   (b) **Superfície Helicoidal.**

   $$\begin{cases} x = r\cos(\theta) \\ y = r\sin(\theta) \\ z = c\,\theta \end{cases}$$

   onde: r é o raio; θ é o parâmetro angular (rad); c controla o passo da hélice.

Para funções de uma variável $y = f(x)$, temos:

$$\lim_{x \to x_0} f(x)$$

Exemplo.

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

Domínio: $D(f) = \mathbb{R}^3$ e Imagem: $I(f) = [0, \infty)$.

As **superfícies de nível** são dadas por:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c$$

- Se $c > 0$: esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio $\sqrt{c}$.
- Se $c = 0$: reduz-se ao ponto $(0, 0, 0)$.
- Se $c < 0$: não existe superfície de nível (conjunto vazio).

Exemplo. Seja a equação $z^2 - 3(x^2 + y^2) = 0$. Isolando os termos:

$$\frac{z^2}{3} = x^2 + y^2$$

Isso representa um **cone circular duplo**.

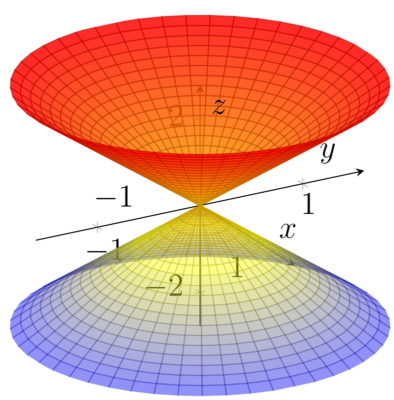


Figura 1: Cone circular duplo: $z^2 - 3(x^2 + y^2) = 0$.

Se $c = 1$ na equação $\frac{z^2}{3} - x^2 - y^2 = c$, temos um **hiperboloide de duas folhas**. Se $c = -1$, o gráfico será um **hiperboloide de uma folha**.