



**Escuela Superior
de Ingeniería y Tecnología**
Universidad de La Laguna

Informe de Prácticas

Robótica Computacional

Grado en Ingeniería Informática

José Ramón Morera Campos

La Laguna, 30 de diciembre de 2024

Resumen

XXXXX

Palabras clave: XXXXXX, XXXX, XXXX

Índice general

1. Introducción	1
2. Cinemática Directa	2
2.1. Código Implementado	2
2.1.1. Análisis	2
2.1.2. Complejidad	3
2.2. Mejoras	4
2.3. Ejemplo	4
2.3.1. Código	4
2.3.2. Ejecución	4
2.4. Conclusiones	5
3. Cinemática Inversa	10
3.1. Código Implementado	10
3.1.1. Análisis	10
3.1.2. Complejidad	11
3.1.3. Fé de erratas	12
3.2. Mejoras	12
3.2.1. Lectura de JSON	13
3.2.2. Propuestas	13
3.3. Ejemplo	13
3.3.1. Ejecución 1	14
3.3.2. Ejecución 2	14
3.3.3. Ejecución 3	14
3.4. Conclusiones	15
4. Localización	20
4.1. Sección Uno	20
4.1.1. Apartado Uno	20
4.2. Sección Dos	20
4.3. Sección Tres	20
4.4. Sección Cuatro	20
5. Filtro de Partículas	22
6. Conclusiones y líneas futuras	23

Índice de Figuras

2.1. Porción del código que se debe modificar para cada manipulador	3
2.2. Manipulador 3	4
2.3. Código para el manipulador 3	6
2.4. Ejecución 1	7
2.5. Ejecución 2	7
2.6. Ejecución 2, perspectiva vertical	8
2.7. Ejecución 3	8
2.8. Ejecución 3, perspectiva vertical	9
3.1. Código del CCD para articulaciones prismáticas	11
3.2. Código del CCD para articulaciones de revolución	12
3.3. Código para la lectura de JSON	13
3.4. Ejemplo de fichero JSON para un robot de 3 articulaciones	14
3.5. Ejemplo de fichero JSON para un robot de 5 articulaciones	16
3.6. Primera iteración para objetivo 10,10	17
3.7. Última iteración para objetivo 10,10	17
3.8. Primera iteración para objetivo -20,-20	18
3.9. Última iteración para objetivo -20,-20	18
3.10 Última iteración para objetivo 10,10	19
3.11 Salida por consola cuando no converge	19
4.1. Ejemplo de figura	21

Índice de Tablas

Capítulo 1

Introducción

En este informe se analizan las cuatro prácticas realizadas a lo largo de la asignatura de Robótica Computacional.

Se estudia el comportamiento de los programas realizados, mostrando ejemplos con diversas configuraciones de parámetros. Adicionalmente, se explican las modificaciones realizadas, así como otras propuestas de mejora.

Finalmente, para cada práctica se exponen unas breves conclusiones sobre los resultados obtenidos. Dichas conclusiones se exponen en inglés, siguiendo los requisitos del informe.

Capítulo 2

Cinemática Directa

En esta práctica se calcula la cinemática directa para manipuladores tridimensionales. Esto es, a partir de la morfología del robot y de las variables articulares, se calculan las coordenadas de cada articulación.

En el código, se puede modificar la morfología del robot indicando la longitud de los elementos rígidos, así como la existencia de articulaciones de revolución o prismáticas. Al ejecutar el script se indican los valores de las variables articulares.

2.1. Código Implementado

2.1.1. Análisis

El script proporcionado contiene todo el código necesario para calcular la cinemática directa y visualizar los manipuladores. Solamente se deben modificar ciertos parámetros para adaptar el script a la morfología del robot:

- `nvar` Número de variables que se introduzcan al ejecutar el programa, correspondientes a las variables articulares.
- Parámetros de Denavit-Hartenberg son 4 vectores, uno para cada parámetro. El tamaño del vector se corresponde al número de articulaciones.
- Orígenes para cada articulación un vector con las coordenadas homogéneas de cada articulación.
- Matrices `T` son matrices que permiten realizar la transformación de un sistema de coordenadas a otro. Las matrices entre sistemas consecutivos son triviales, y se construyen con sus parámetros de Denavit-Hartenberg. Las matrices que describen la transformación entre sistemas no consecutivos se obtienen multiplicando las matrices de transformación de los sistemas intermedios. Por ejemplo, la matriz `T02`, que transforma el sistema de coordenadas 0 al 2, se obtiene realizando el producto de las matrices `T01` y `T12`.
- Coordenadas de cada articulación se calcula el origen de coordenadas del sistema de cada articulación mediante el producto de la matriz de transformación `T0X` y el origen de coordenadas `oXX`.

- Visualización del robot se deben modificar las instrucciones de visualización para adaptarlas a la morfología del robot, incluyendo los orígenes de coordenadas calculados que se quieren visualizar.

En la figura 2.1 se muestra el fragmento del script que se debe modificar.

```

95  # Introducción de los valores de las articulaciones
96  nvar=2 # Número de variables
97  if len(sys.argv) != nvar+1:
98      sys.exit('El número de articulaciones no es el correcto ('+str(nvar)+')')
99  p=[float(i) for i in sys.argv[1:nvar+1]]
100
101  # Parámetros D-H:
102  #      1      2
103  d = [ 0, 0]
104  th = [p[0],p[1]]
105  a = [ 10, 5]
106  al = [ 0, 0]
107
108  # Orígenes para cada articulación
109  o00=[0,0,0,1]
110  o11=[0,0,0,1]
111  o22=[0,0,0,1]
112
113  # Cálculo matrices transformación
114  T01=matriz_T(d[0],th[0],a[0],al[0])
115  T12=matriz_T(d[1],th[1],a[1],al[1])
116  T02=np.dot(T01,T12)
117
118  # Transformación de cada articulación
119  o10 =np.dot(T01, o11).tolist()
120  o20 =np.dot(T02, o22).tolist()
121
122  # Mostrar resultado de la cinemática directa
123  muestra_origenes([o00,o10,o20])
124  muestra_robot ([o00,o10,o20])
125  input()
126

```

Figura 2.1: Porción del código que se debe modificar para cada manipulador

Al ejecutar el código se deben proporcionar como parámetros los valores de las variables articulares: unidades de longitud en el caso de las articulaciones prismáticas, y grados de rotación en el caso de las articulaciones de revolución.

2.1.2. Complejidad

La complejidad del código depende del número de articulaciones del manipulador. Por cada nueva articulación, solamente es necesario realizar dos productos de matrices de transformación homogénea. Uno para obtener la matriz de transformación y otro para obtener las coordenadas de la articulación. Por tanto, la complejidad es lineal respecto al número de articulaciones.

2.2. Mejoras

En esta práctica no se han implementado mejoras, pero se proponen algunas que podrían ser interesantes.

- Lectura de JSON se podría implementar la lectura de la morfología del robot desde un fichero JSON, evitando tener que modificar el script para cada manipulador.
- Modificación de los parámetros en tiempo real Sería de gran utilidad poder modificar las variables articulares mientras se visualiza el manipulador, para poder estudiar fácilmente cómo lo afectan.

2.3. Ejemplo

Se emplea el Manipulador 3 de entre los propuestos para visualizar la cinemática directa. Se ha elegido puesto que tiene suficiente complejidad para ilustrar correctamente la práctica, pero sin ser excesiva.

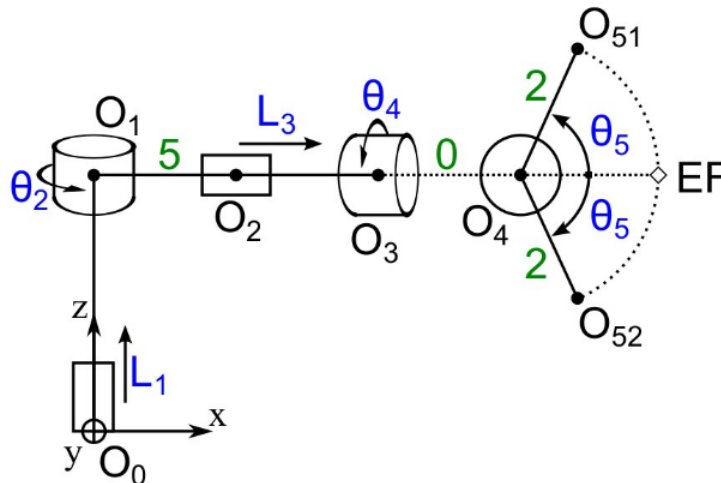


Figura 2.2: Manipulador 3

2.3.1. Código

La figura 2.3 muestra el código modificado para el manipulador 3. Cabe destacar que se necesita emplear un sistema de coordenadas auxiliar entre O1 y O2 para que el sistema sea dextrógiro y compatible Denavit-Hartenberg. También resulta reseñable que para la visualización del manipulador, en las 2 funciones pertinentes, los puntos O51 y O52 se agrupan en un mismo vector, para señalar que son 2 bifurcaciones desde el punto anterior.

2.3.2. Ejecución

En primer lugar, en la figura 2.4 se muestra un ejemplo de ejecución con todas las variables articulares a 0. Observamos que algunos orígenes se solapan, por ejemplo O0 y O1, o O51 y O52.

A continuación, probamos dando valor de 5 a las articulaciones prismáticas y 30° para la articulación O4. Dejamos el resto a 0. De esta forma, como observamos en la figura 2.5 el manipulador se asemeja al diagrama del ejercicio.

En último lugar, aplicamos una rotación de 30° en las articulaciones O1 y O3. Observamos el resultado en la figura 2.7.

De esta forma, hemos comprobado que el código funciona correctamente y que la descripción del manipulador realizada es correcta.

2.4. Conclusions

We have studied the forward kinematics of a 3D manipulator. We have seen that we can characterize any manipulator by its Denavit-Hartenberg parameters, and that it is easy and fast to calculate the coordinates of each joint. We have also seen that the visualization of the manipulator is very useful to understand its behavior and to check that the calculations made to obtain the parameters are correct.

Although the script provided is very useful, it has room for improvements. Also, we still have to manually calculate the Denavit-Hartenberg parameters, which can be a tedious task for complex manipulators.

```

nvar=5 # Número de variables
if len(sys.argv) != nvar+1:
    sys.exit('El número de articulaciones no es el correcto ('+str(nvar)+')')
p=[float(i) for i in sys.argv[1:nvar+1]]

# Parámetros D-H:
#      1      2      aux      3      4      51      52      EF
d = [p[0],    0,    5, p[2],    0,    0,    0,    0]
th = [ -90, p[1],    0,    0, p[3]-90, p[4]-90, -p[4]-90, -90]
a = [    0,    0,    0,    0,    0,    2,    2,    2]
al = [    0, -90,    0,    0, -90,    0,    0,    0]

# Orígenes para cada articulación
o00=[0,0,0,1]
o11=[0,0,0,1]
oauxaux=[0,0,0,1]
o22=[0,0,0,1]
o33=[0,0,0,1]
o44=[0,0,0,1]
o5151=[0,0,0,1]
o5252=[0,0,0,1]
oefef=[0,0,0,1]

# Cálculo matrices transformación
T01=matriz_T(d[0],th[0],a[0],al[0])
T1aux=matriz_T(d[1],th[1],a[1],al[1])
Taux2=matriz_T(d[2],th[2],a[2],al[2])
T23=matriz_T(d[3],th[3],a[3],al[3])
T34=matriz_T(d[4],th[4],a[4],al[4])
T451=matriz_T(d[5],th[5],a[5],al[5])
T452=matriz_T(d[6],th[6],a[6],al[6])
T4ef=matriz_T(d[7],th[7],a[7],al[7])

T0aux=np.dot(T01, T1aux)
T02=np.dot(T0aux,Taux2)
T03=np.dot(T02,T23)
T04=np.dot(T03,T34)
T051=np.dot(T04,T451)
T052=np.dot(T04,T452)
T0ef=np.dot(T04,T4ef)

# Transformación de cada articulación
o10 =np.dot(T01, o11).tolist()
o20 =np.dot(T02, o22).tolist()
o30 =np.dot(T03, o33).tolist()
o40 =np.dot(T04, o44).tolist()
o510 =np.dot(T051, o5151).tolist()
o520 =np.dot(T052, o5252).tolist()
oef0 =np.dot(T0ef, oefef).tolist()

# Mostrar resultado de la cinemática directa
muestra_origenes([o00,o10,o20,o30, o40, [o510, o520], oef0])
muestra_robot   ([o00,o10,o20,o30, o40, [[o510], [o520]]], oef0)
input()

```

Figura 2.3: Código para el manipulador 3

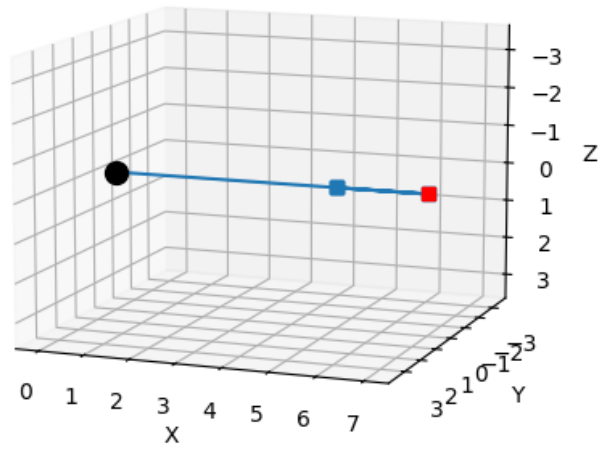


Figura 2.4: Ejecución 1

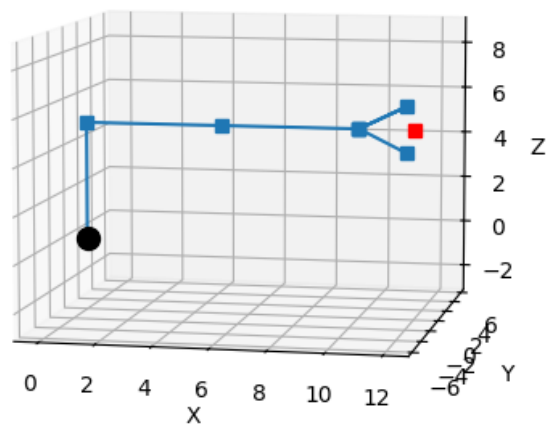


Figura 2.5: Ejecución 2

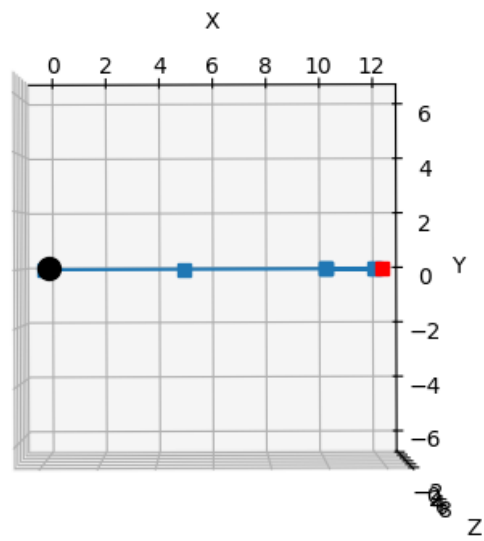


Figura 2.6: Ejecución 2, perspectiva vertical

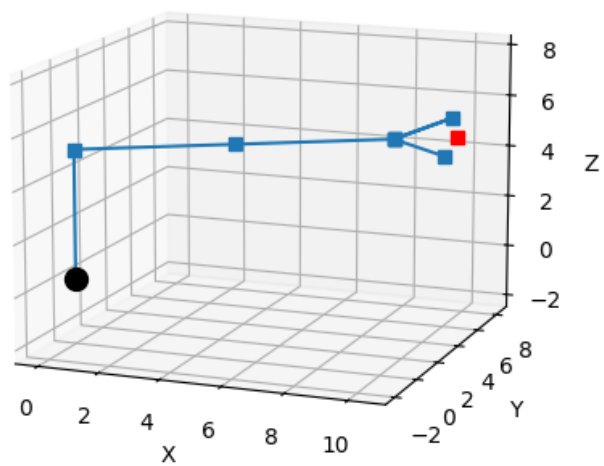


Figura 2.7: Ejecución 3

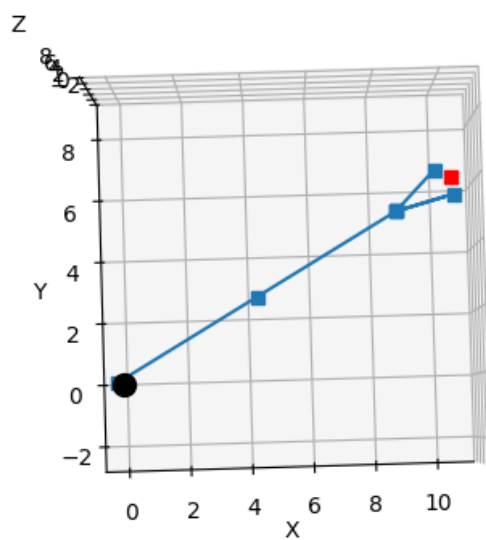


Figura 2.8: Ejecución 3, perspectiva vertical

Capítulo 3

Cinemática Inversa

En esta práctica se calcula la cinemática inversa para manipuladores bidimensionales. Es decir, se obtienen las variables articulares necesarias para alcanzar un punto objetivo en el plano. Para ello, se emplea el algoritmo iterativo *Cyclic Coordinate Descent* (CCD).

Se caracteriza el robot mediante sus articulaciones, prismáticas o de revolución, y sus parámetros de Denavit-Hartenberg θ y a (al encontrarnos en 2D solo hay 2 parámetros). Al ejecutar el script se indica las coordenadas del punto objetivo para el extremo del robot, y se obtienen las variables articulares necesarias para alcanzar dicho punto.

3.1. Código Implementado

3.1.1. Análisis

El script proporcionado contiene muchas de las funciones necesarias, sin embargo, se deben implementar varias funciones para poder calcular la cinemática inversa. Principalmente, se debe implementar la lógica del CCD. Se realiza un cálculo para cada articulación desde el extremo final (EF) hasta el origen del robot, actualizando su valor y recalculando la cinemática directa. Al finalizar, se comprueba la distancia al punto objetivo, si es menor a la tolerancia indicada (umbral de convergencia epsilon), se finaliza. En caso contrario, se itera hasta conseguir una aproximación tolerable, o que se detecte la imposibilidad de convergencia.

- Detección del tipo de articulación se distingue entre articulaciones prismáticas y de revolución.
- Cálculo de las articulaciones prismáticas Para calcular la distancia que se incrementa o decrementa la articulación, se calcula la distancia entre el extremo del robot y el punto objetivo, proyectada sobre la recta de movimiento de la articulación prismática. Esto se consigue realizando el producto del vector unitario \vec{u} , que representa la dirección de la variable prismática, y el vector \vec{v} , que une el extremo del robot y el punto objetivo. El vector \vec{u} se obtiene sumando los ángulos de todas las articulaciones previas a la actual, y calculando el seno y coseno del resultado.
- Cálculo de las articulaciones de revolución se calcula el ángulo en el que se debe modificar la articulación calculando la diferencia entre el vector \vec{v} , que une la articulación de rotación y el punto extremo EF, y el vector \vec{w} , que une la

articulación de rotación y el punto objetivo. Para ello, se normalizan ambos vectores y se calcula la diferencia entre sus arcotangentes. En la práctica, se emplea la función `math.atan2` ya que se encarga de realizar las comprobaciones necesarias de cuadrantes.

- Corrección de ángulo de rotación se corrige el ángulo calculado para que se encuentre en el rango $[-\pi, \pi]$.
- Límites se implementan límites inferiores y superiores para cada articulación. En caso de que el nuevo valor de las variables articulares este por debajo, se emplea el límite inferior, y si está por encima, el superior.

En las figuras 3.1 y 3.2 se muestra el código implementado para el CCD.

```

iteracion = 1
while (dist > EPSILON and abs(prev-dist) > EPSILON/100.):
    prev = dist
    O=[cin_dir(th,a)]

    # Para cada combinación de articulaciones:
    for i in range(len(th)):
        indice_actuador = len(th)-(i+1)
        EF = O[i][len(th)] # Punto final del brazo; Actualizacion con los calculos de cinematica directa de cada iteración

        # cálculo de la cinemática inversa:
        # O[0] son las posiciones de cada origen antes de la primera iteracion
        # alinear O[0][len(th)-(i+2)], O[0][len(th)-(i+1)]
        print("objetivo", [x for x in objetivo])
        o_rotacion = O[0][len(th)-(i+1)]
        print("O-1", [x for x in o_rotacion])

    if (art_types[indice_actuador]): # Articulación prismática
        w = 0
        for x in range(i):
            w += th[x]

        u = [math.cos(w), math.sin(w)]
        v = [objetivo[0]-EF[0], objetivo[1]-EF[1]]
        d = np.dot(u,v)

        print ("d", d);
        new_a = a[len(th)-(i+1)] + d

        # límites
        if (new_a < limit_inf[indice_actuador]):
            new_a = limit_inf[indice_actuador]
        elif (new_a > limit_sup[indice_actuador]):
            new_a = limit_sup[indice_actuador]

        a[len(th)-(i+1)] = new_a

```

Figura 3.1: Código del CCD para articulaciones prismáticas

3.1.2. Complejidad

Para la cinemática inversa, se realiza una aproximación iterativa, en la que en cada iteración se debe calcular cada articulación. Tras actualizar cada articulación, se debe recalcular la cinemática directa. Es decir, para N articulaciones en una iteración se debe calcular N veces la cinemática directa. Como se dijo en el anterior capítulo, la cinemática directa es lineal respecto al número de articulaciones, por lo que la complejidad de la cinemática inversa es cuadrática $\sim O(N^2)$.


```

else:
    # vector del punto de rotacion al punto objetivo
    w = [a - b for a, b in zip(objetivo, o_rotacion)]
    w_magnitude = sqrt( w[0]**2+ w[1]**2)
    w = [x/w_magnitude for x in w]

    # vector del punto de rotacion al punto extremo EF
    v = [a - b for a, b in zip(EF, o_rotacion)]
    v_magnitude = sqrt( v[0]**2+ v[1]**2)
    v = [x/v_magnitude for x in v]

    # arcotangente
    alpha1 = math.atan2(w[1], w[0])
    alpha2 = math.atan2(v[1], v[0])

    delta = alpha1-alpha2
    new_th = delta + th[len(th)-(i+1)]

    # corrección del ángulo (-pi <= delta <= pi)
    while new_th > math.pi:
        new_th -= 2*math.pi
    while new_th < -math.pi:
        new_th += 2*math.pi

    # límites
    if (new_th < limit_inf[indice_actuador]):
        new_th = limit_inf[indice_actuador]
    elif (new_th > limit_sup[indice_actuador]):
        new_th = limit_sup[indice_actuador]

    th[len(th)-(i+1)] = new_th # actualizamos th

# Calculamos cinemática directa
O.append(cin_dir(th,a))

```

Figura 3.2: Código del CCD para articulaciones de revolución

3.1.3. Fé de erratas

El código entregado en prácticas contenía un pequeño pero importante error. En la detección del tipo de articulación, se estaba empleando un índice incorrecto: se recorría en el orden inverso, de origen a extremo. Esto provocaba que se detectaran las articulaciones de forma incorrecta. No se había detectado en la entrega ya que los ejemplos probados eran simétricos en ese sentido. Se ha corregido este problema, y como se puede observar más adelante, el programa funciona correctamente en todos los casos.

3.2. Mejoras

Se ha implementado una sola mejora, la lectura de JSON.

3.2.1. Lectura de JSON

Se leen las características de cada articulación desde un fichero JSON. Cada articulación se caracteriza por su tipo (rotación o prismática), sus parámetros de Denavit-Hartenberg (th y a), y sus límites inferiores y superiores, expresados en unidades de longitud o radianes.

En el fichero, las articulaciones se indican en orden desde el origen hasta el extremo, siendo la primera la más cercana al origen.

En la figura 3.3 se muestra el código implementado para la lectura de JSON. En la figura 3.4 se observa un ejemplo de fichero JSON para un robot con una articulación de rotación, otra prismática, y otra de revolución.

```
# Variables del manipulador

art_types = [] # Tipos de articulación; 1 = prismatica, 0 = rotacion
# valores articulares arbitrarios para la cinemática directa inicial
th=[]
a=[]
# límites superiores e inferiores
limit_sup=[]
limit_inf=[]

# Lectura de fichero
with open("robot.json", "r") as file:
    data = json.load(file)

for articulacion in data:
    if (articulacion['type'] == "rotacion"):
        art_types.append(0)
    elif (articulacion['type'] == "prismatica"):
        art_types.append(1)
    th.append(articulacion['th'])
    a.append(articulacion['a'])
    limit_sup.append(articulacion['limit_sup'])
    limit_inf.append(articulacion['limit_inf'])
```

Figura 3.3: Código para la lectura de JSON

3.2.2. Propuestas

Actualmente solo se consideran las dimensiones iniciales del robot para la visualización. Sería interesante considerar también las coordenadas del punto objetivo para garantizar que se visualiza correctamente.

3.3. Ejemplo

En la figura 3.5 se muestra un ejemplo de fichero JSON con las características de un robot de 5 articulaciones.

```

1  [
2    {
3      "type": "rotacion",
4      "th": 0,
5      "a": 5,
6      "limit_inf": 0,
7      "limit_sup": 0.4
8    },
9    {
10     "type": "prismatica",
11     "th": 0,
12     "a": 5,
13     "limit_inf": 0,
14     "limit_sup": 2
15   },
16   {
17     "type": "rotacion",
18     "th": 0,
19     "a": 5,
20     "limit_inf": 0,
21     "limit_sup": 2
22   }
23 ]

```

Figura 3.4: Ejemplo de fichero JSON para un robot de 3 articulaciones

3.3.1. Ejecución 1

En la figura 3.6 se muestra la primera iteración del algoritmo sobre el robot descrito considerando como objetivo el punto 10,10. En la figura 3.7 se muestra la última iteración del algoritmo, en la que se ha alcanzado el umbral de convergencia. En este caso, se consigue converger en solo 2 iteraciones.

3.3.2. Ejecución 2

En la figura 3.8 se muestra la primera iteración del algoritmo sobre el robot descrito considerando como objetivo el punto -20,-20. En la figura 3.9 se muestra la última iteración del algoritmo, en la que se ha alcanzado el umbral de convergencia. En este caso, se consigue converger en 5 iteraciones.

3.3.3. Ejecución 3

Empleando el robot de la figura 3.4 se comprueba que se detectan los casos en los que no se converge, esto es, no existe solución para alcanzar el punto objetivo con el robot dado.

La figura 3.10 muestra la última iteración para el punto objetivo 10,10. Por los límites establecidos, el robot solo puede alcanzar puntos a un radio de 12 unidades, por lo que no puede llegar al punto 10,10. En la figura 3.11 se muestra la salida por consola indicando que no se ha podido converger, ya que se detecta que la distancia al objetivo ha disminuido menos de $\epsilon/100$.

3.4. Conclusions

Umbral de convergencia

```

1  [
2    {
3      "type": "rotacion",
4      "th": 0,
5      "a": 5,
6      "limit_inf": -5,
7      "limit_sup": 5
8    },
9    {
10     "type": "prismatica",
11     "th": 0,
12     "a": 5,
13     "limit_inf": 0,
14     "limit_sup": 1000
15   },
16   {
17     "type": "rotacion",
18     "th": 0,
19     "a": 5,
20     "limit_inf": -5,
21     "limit_sup": 5
22   },
23   [
24     {
25       "type": "rotacion",
26       "th": 0,
27       "a": 5,
28       "limit_inf": -5,
29       "limit_sup": 5
30     },
31     {
32       "type": "prismatica",
33       "th": 0,
34       "a": 5,
35       "limit_inf": 0,
36       "limit_sup": 1000
37     }
38   ]
39 ]

```

Figura 3.5: Ejemplo de fichero JSON para un robot de 5 articulaciones

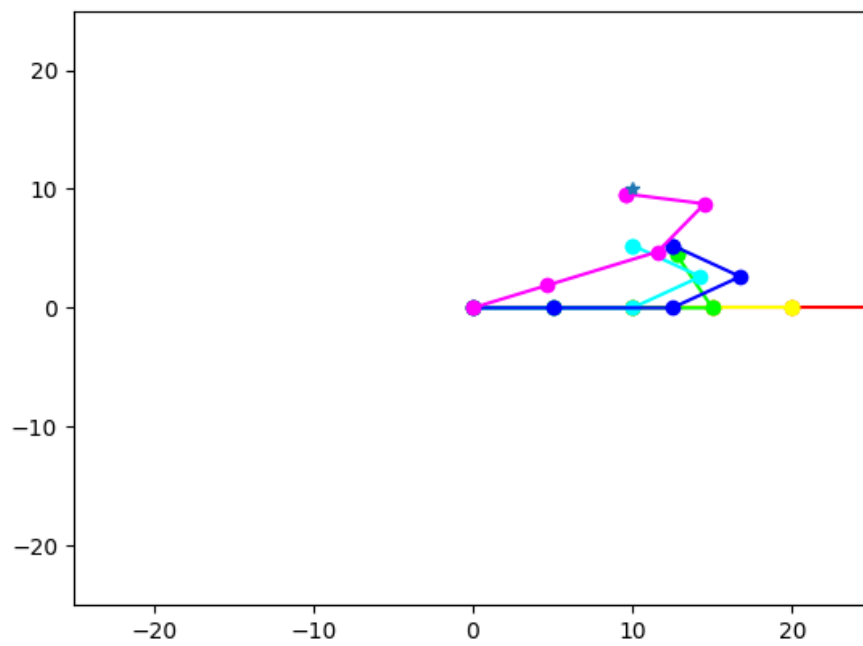


Figura 3.6: Primera iteración para objetivo 10,10

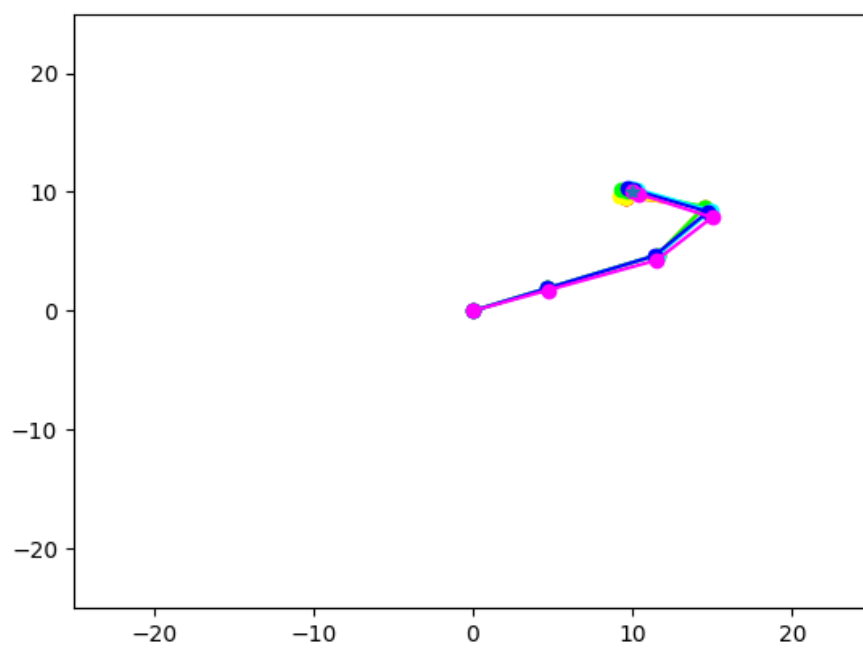


Figura 3.7: Última iteración para objetivo 10,10

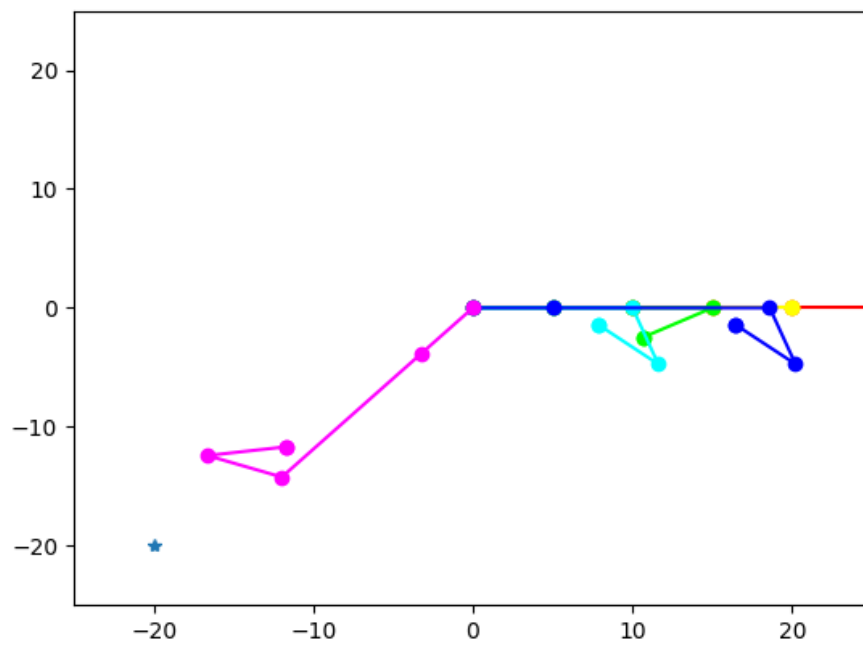


Figura 3.8: Primera iteración para objetivo -20,-20

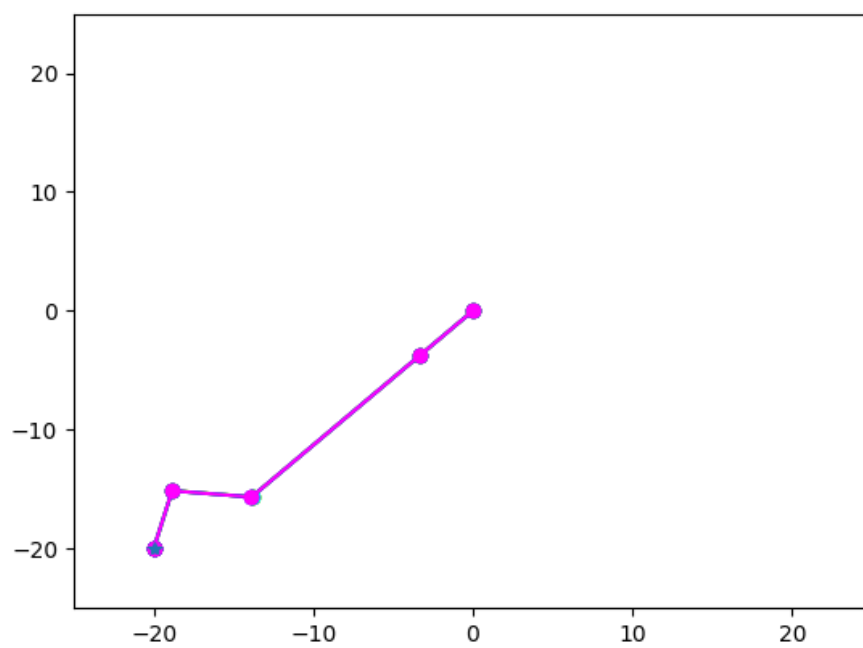


Figura 3.9: Última iteración para objetivo -20,-20

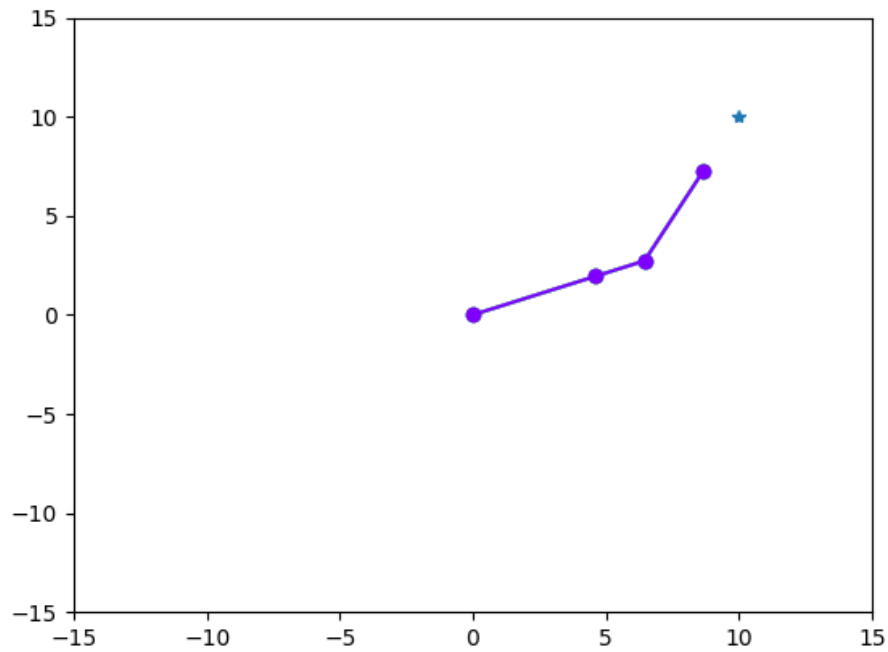


Figura 3.10: Última iteración para objetivo 10,10

```
- Iteracion 5:  
Origenes de coordenadas:  
(00)0 = [0, 0]  
(01)0 = [4.605, 1.947]  
(02)0 = [6.447, 2.726]  
(03)0 = [8.642, 7.219]  
  
Distancia al objetivo = 3.09524  
  
No hay convergencia tras 6 iteraciones.  
- Umbral de convergencia epsilon: 0.01  
- Distancia al objetivo: 3.09524  
- Valores finales de las articulaciones:  
  theta1 = 0.4  
  theta2 = 0  
  theta3 = 0.716  
  L1 = 5  
  L2 = 2  
  L3 = 5  
(base) jr@jr-All-Series:~/Downloads$
```

Figura 3.11: Salida por consola cuando no converge

Capítulo 4

Localización

Los capítulos intermedios servirán para cubrir los siguientes aspectos: antecedentes, problemática o estado del arte, objetivos, fases y desarrollo del proyecto.

4.1. Sección Uno

4.1.1. Apartado Uno

Texto del apartado uno

- Item 1
- Item 2
- Item 3
- Item 4

4.2. Sección Dos

- Item 1
- Item 2
- Item 3

4.3. Sección Tres

Bla, bla, bla.

4.4. Sección Cuatro

Bla, bla, bla.

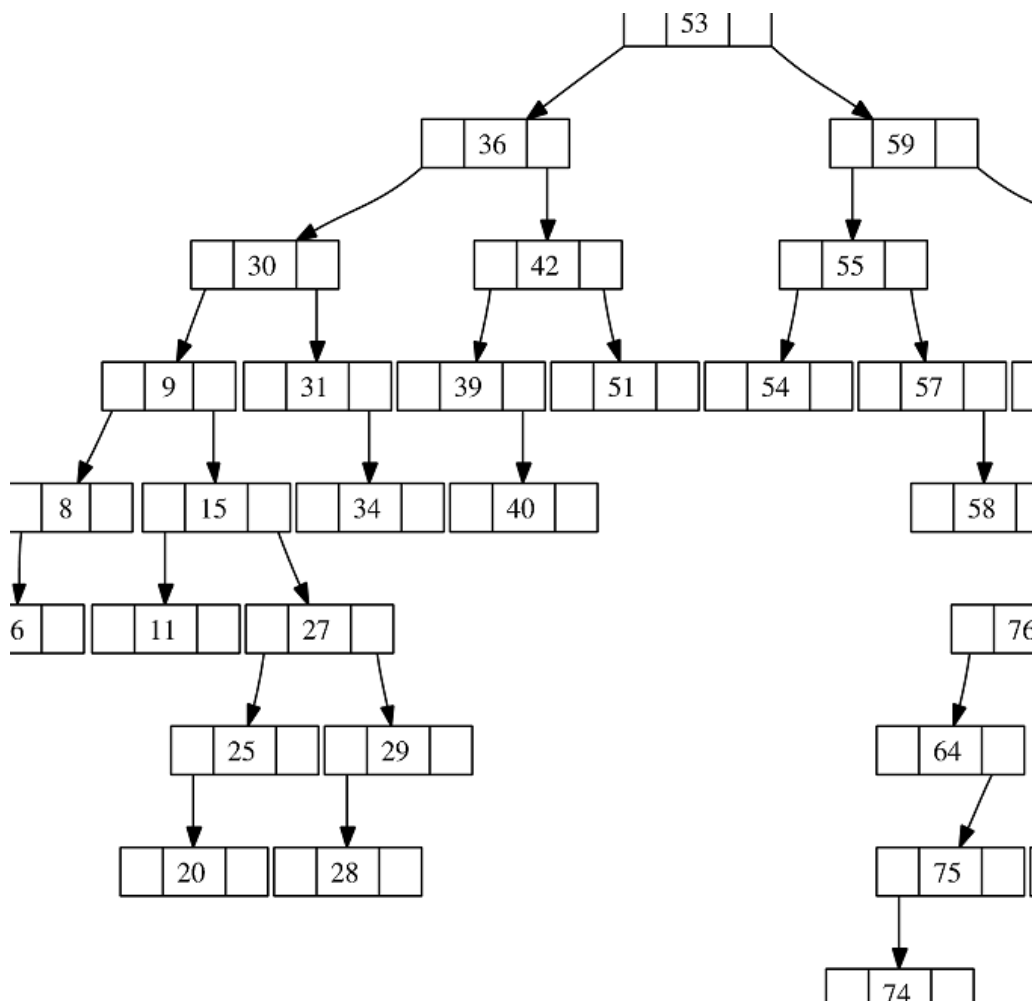


Figura 4.1: Ejemplo de figura

Capítulo 5

Filtro de Partículas

Este capítulo es obligatorio. Toda memoria de Trabajo de Fin de Grado debe incluir unas conclusiones y unas líneas de trabajo futuro

Capítulo 6

Conclusiones y líneas futuras

This chapter is compulsory. The memory should include an extended summary and conclusions in english.

Bibliografía