



**UNIVERSIDAD EAFIT**  
**Maestría en Ciencias de los Datos y Analítica**  
**Taller de Matemáticas**  
**Matemáticas**

NOTA: \_\_\_\_\_

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CÓDIGO: \_\_\_\_\_

GRUPO: \_\_\_\_\_ PROFESOR: Henry Laniado y José Solano FECHA: Julio 17 de 2019

---

1. **Teorema del Valor Medio.** Si  $f(x)$  es continua y diferenciable en el intervalo  $[a, b]$ , entonces existe  $c$ ,  $a \leq c \leq b$  tal que

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Explique con sus palabras el mensaje del teorema y utilícelo para probar que existe  $0 \leq c \leq x$  tal que  $x \cos(c) = \sin(x)$ . Verifique que se cumple el Teorema del Valor medio para

- a)  $f(x) = 2x^2 - 7x + 10$ , en el intervalo  $[2, 5]$
- b)  $f(x) = x^3 + x - 1$ , en el intervalo  $[0, 2]$
- c)  $f(x) = 5 - \frac{4}{x}$ , en el intervalo  $[1, 4]$
- d) Verifique que se cumplen las condiciones del Teorema en el intervalo  $[2, 6]$ , para:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x < 4 \\ -x^2 + 10x - 19 & \text{si } x \geq 4. \end{cases}$$

- e) Utilice el Teorema del valor medio para explicar que si una función es continua y diferenciable en un intervalo  $[a, b]$  y además  $f(b) = f(a)$ , entonces existe al menos un punto donde la función tiene una recta tangente horizontal.

2. [40 %] Realice los siguientes ejercicios

- a) Utilice multiplicadores de Lagrange para encontrar un vector del primer cuadrante cuya norma 1 sea igual a 10 y que su norma 2 sea máxima.
- b) Utilice multiplicadores de Lagrange para encontrar un vector del primer cuadrante cuya norma 2 sea igual a 10 y que su norma 1 sea máxima.
- c) Utilice multiplicadores de Lagrange para encontrar la distancia mas corta del punto  $(1, 3, 0)$  al plano  $4x + 2y - z = 5$
- d) Utilice multiplicadores de Lagrange para encontrar tres números positivos cuya suma sea 24 y que el producto sea máximo.
- e) Utilice multiplicadores de Lagrange para encontrar tres números positivos cuyo producto sea 24 y que la suma sea mínima.
- f) Pruebe que para un vector en  $\mathbb{R}^2$ , su norma 2 es máximo su norma 1. Ilustre varios caso donde ambas coincidan.

g) Estudiar el documento <https://pfortuny.net/calculo/practica3.pdf> que adjunto.

h) Estudie derivación con el software y sus gráficas

$$a) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{i}{5^i} \qquad b) \lim_{z \rightarrow 0} (1 + zx)^{\frac{1}{z}}$$

3. Dada la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

a) Calcule los vectores y valores propios de  $A$

b) Calcular el determinante y la traza  $A$

c) Qué operaciones, entre los valores propios, asocias con el determinante y la traza de  $A$ ?

d) Realice el mismo ejercicio anterior para las siguientes matrices

$$A^2, \quad A^3 \quad AA^T, \quad A^T A, \quad A^{-1} \quad A^T$$

$A^T$  significa la Transpuesta de  $A$