Universidad Mayor de San Andrés

Facultad de Ciencias Puras y Naturales Carrera: Informática

DESAFÍO RAÍCES DE ECUACIONES

Nombre:
José Alejandro Fernandez Sanchez

Materia: INF-373 Análisis Numérico

II/2025

La Paz – Bolivia

Método de Bisección

El Método de Bisección es el más robusto y confiable de los tres. Comienza con un intervalo [a, b] donde la función cambia de signo, lo que garantiza que existe al menos una raíz en ese rango. En cada iteración, calcula el punto medio m = (a+b)/2 y evalúa la función en ese punto. Si el signo de f(c) coincide con f(a), la raíz debe estar en [c, b], por lo que actualiza a = c; de lo contrario, la raíz está en [a, c] y actualiza b = c. Este proceso se repite sucesivamente, reduciendo el intervalo a la mitad en cada paso hasta que se alcanza la tolerancia deseada. Su principal ventaja es que siempre converge cuando hay cambio de signo, pero su desventaja es la convergencia lenta, requiriendo entre 12-15 iteraciones para alcanzar alta precisión.

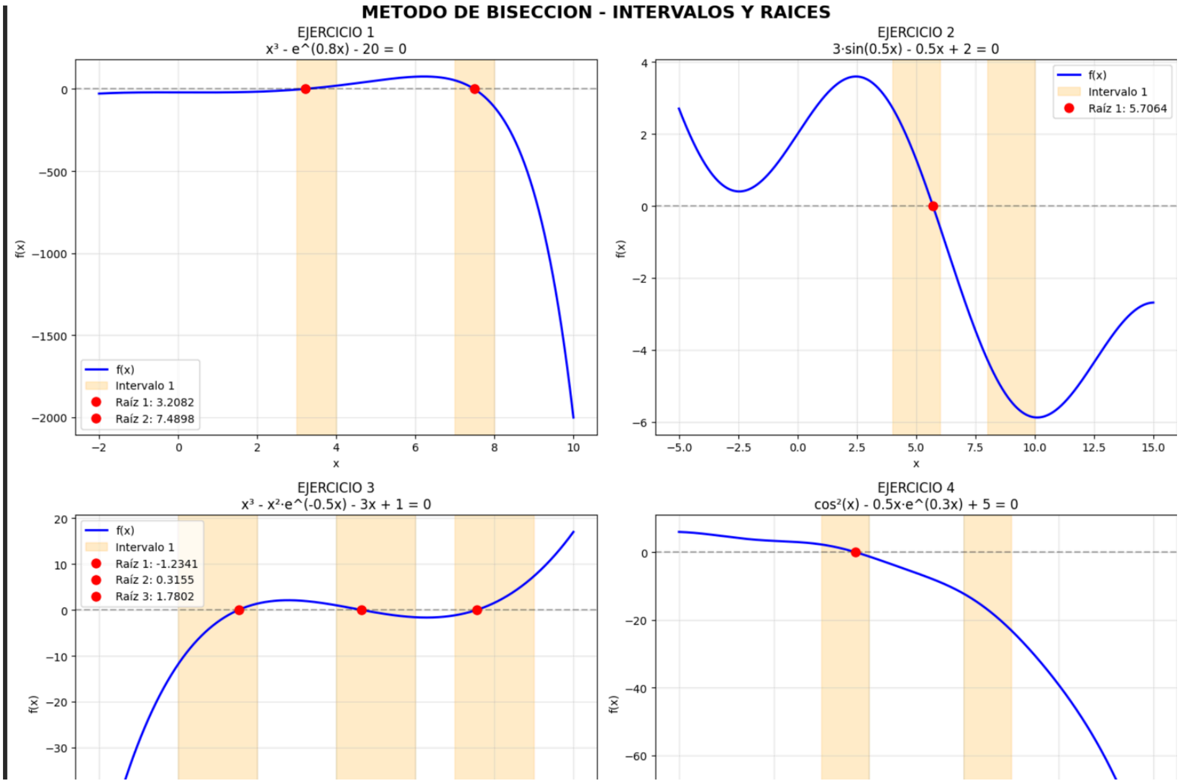
Método de Newton-Raphson

El Método de Newton-Raphson destaca por su velocidad de convergencia excepcional. Parte de una estimación inicial x_0 y utiliza información de la derivada para "predecir" dónde la función cruza el eje x. En cada iteración, calcula $x_1 = x_0 - f(x_0)/f'(x_0)$, lo que geométricamente equivale a trazar la tangente en el punto actual y encontrar donde intersecta el eje x. Este método converge cuadráticamente, esto significa que el número de dígitos correctos se duplica aproximadamente en cada iteración, requiriendo solo 3-4 iteraciones para la mayoría de funciones. Sin embargo, su éxito depende críticamente de una buena estimación inicial y puede fallar si la derivada es cercana a cero o si la función tiene comportamientos problemáticos cerca del punto inicial.

Método de la Secante

El Método de la Secante ofrece un equilibrio ideal entre velocidad y practicidad. Al no requerir el cálculo de derivadas, utiliza dos puntos iniciales $[x_0, x_1]$ y aproxima la derivada mediante diferencias finitas. En cada paso, calcula $x_2 = x_1 - f(x_1)\cdot(x_1-x_0)/(f(x_1)-f(x_0))$, que representa la intersección de la recta secante que pasa por los dos puntos con el eje x. Este método converge superlinealmente, más rápido que la bisección pero ligeramente más lento que Newton, requiriendo 4-6 iteraciones. Su principal ventaja es que evita el cálculo de derivadas analíticas mientras mantiene una buena velocidad de convergencia, aunque puede ser menos estable que la bisección en algunos casos.

Corrida programa Python:




```
================================================================================
MÉTODO DE BISECCIÓN - ANÁLISIS COMPLETO
================================================================================

EJERCICIO 1
Función: x³ - e^(0.8x) - 20 = 0
------------------------------------------------------------

Raíz 1 - Intervalo [3, 4]:
Raíz encontrada: 3.20822048
f(3.208220) = 1.39e-05
Iteraciones realizadas: 20

Primeras iteraciones:
+--------+-----+------+-------+--------+---------+
|   Iter |   a |    b |     c |   f(c) |   Error |
+========+=====+======+=======+========+=========+
|      1 |   3 | 4    | 3.5   |  6.43  |   0.5   |
+--------+-----+------+-------+--------+---------+
|      2 |   3 | 3.5  | 3.25  |  0.864 |   0.25  |
+--------+-----+------+-------+--------+---------+
|      3 |   3 | 3.25 | 3.125 | -1.66  |   0.125 |
+--------+-----+------+-------+--------+---------+

Últimas iteraciones:
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
|   Iter |       a |       b |       c |      f(c) |    Error |
+========+=========+=========+=========+===========+==========+
|     18 | 3.20821 | 3.20822 | 3.20822 | -4.46e-05 | 3.81e-06 |
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
|     19 | 3.20822 | 3.20822 | 3.20822 | -5.6e-06  | 1.91e-06 |
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
|     20 | 3.20822 | 3.20822 | 3.20822 |  1.39e-05 | 9.54e-07 |
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
----------------------------------------
```

```
Raíz 2 - Intervalo [7, 8]:
Raíz encontrada: 7.48983860
f(7.489839) = 1.97e-05
Iteraciones realizadas: 20

Primeras iteraciones:
+--------+------+-----+-------+--------+---------+
|   Iter |    a |   b |     c |   f(c) |   Error |
+========+======+=====+=======+========+=========+
|      1 | 7    | 8   | 7.5   |  -1.55 |   0.5   |
+--------+------+-----+-------+--------+---------+
|      2 | 7    | 7.5 | 7.25  |  30.8  |   0.25  |
+--------+------+-----+-------+--------+---------+
|      3 | 7.25 | 7.5 | 7.375 |  16.1  |   0.125 |
+--------+------+-----+-------+--------+---------+

Últimas iteraciones:
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
|   Iter |       a |       b |       c |      f(c) |    Error |
+========+=========+=========+=========+===========+==========+
|     18 | 7.48984 | 7.48984 | 7.48984 | -0.000415 | 3.81e-06 |
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
|     19 | 7.48984 | 7.48984 | 7.48984 | -0.000125 | 1.91e-06 |
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
|     20 | 7.48984 | 7.48984 | 7.48984 |  1.97e-05 | 9.54e-07 |
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
----------------------------------------

EJERCICIO 2
```

```
EJERCICIO 2
Función: 3·sin(0.5x) - 0.5x + 2 = 0
------------------------------------------------------------

Raíz 1 - Intervalo [4, 6]:
Raíz encontrada: 5.70641804
f(5.706418) = -7.79e-08
Iteraciones realizadas: 21

Primeras iteraciones:
+--------+-----+-----+------+---------+---------+
|   Iter |   a |   b |    c |    f(c) |   Error |
+========+=====+=====+======+=========+=========+
|      1 | 4   |   6 | 5    |  1.3    |    1    |
+--------+-----+-----+------+---------+---------+
|      2 | 5   |   6 | 5.5  |  0.395  |    0.5  |
+--------+-----+-----+------+---------+---------+
|      3 | 5.5 |   6 | 5.75 | -0.0847 |    0.25 |
+--------+-----+-----+------+---------+---------+

Últimas iteraciones:
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
|   Iter |       a |       b |       c |      f(c) |    Error |
+========+=========+=========+=========+===========+==========+
|     19 | 5.70641 | 5.70642 | 5.70642 |  1.77e-06 | 3.81e-06 |
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
|     20 | 5.70642 | 5.70642 | 5.70642 | -1.93e-06 | 1.91e-06 |
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
|     21 | 5.70642 | 5.70642 | 5.70642 | -7.79e-08 | 9.54e-07 |
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
----------------------------------------

Raíz 2 - Intervalo [8, 10]:
No se encontró raíz en el intervalo (no hay cambio de signo)
```

```
EJERCICIO 3
Función: x³ - x²·e^(-0.5x) - 3x + 1 = 0
------------------------------------------------------------

Raíz 1 - Intervalo [-2, -1]:
Raíz encontrada: -1.23409367
f(-1.234094) = -2.95e-06
Iteraciones realizadas: 20

Primeras iteraciones:
+--------+-------+-----+--------+--------+---------+
|   Iter |     a |   b |      c |   f(c) |   Error |
+========+=======+=====+========+========+=========+
|      1 | -2    |  -1 | -1.5   | -2.64  |   0.5   |
+--------+-------+-----+--------+--------+---------+
|      2 | -1.5  |  -1 | -1.25  | -0.122 |   0.25  |
+--------+-------+-----+--------+--------+---------+
|      3 | -1.25 |  -1 | -1.125 |  0.73  |   0.125 |
+--------+-------+-----+--------+--------+---------+

Últimas iteraciones:
+--------+----------+----------+----------+-----------+----------+
|   Iter |        a |        b |        c |      f(c) |    Error |
+========+==========+==========+==========+===========+==========+
|     18 | -1.2341  | -1.23409 | -1.2341  | -2.46e-05 | 3.81e-06 |
+--------+----------+----------+----------+-----------+----------+
|     19 | -1.2341  | -1.23409 | -1.23409 | -1.02e-05 | 1.91e-06 |
+--------+----------+----------+----------+-----------+----------+
|     20 | -1.23409 | -1.23409 | -1.23409 | -2.95e-06 | 9.54e-07 |
+--------+----------+----------+----------+-----------+----------+
----------------------------------------

Raíz 2 - Intervalo [0, 1]:
Raíz encontrada: 0.31546593
f(0.315466) = 2.36e-07
Iteraciones realizadas: 19

Primeras iteraciones:
+--------+------+-----+-------+--------+---------+
|   Iter |    a |   b |     c |   f(c) |   Error |
+========+======+=====+=======+========+=========+
|      1 | 0    | 1   | 0.5   | -0.57  |   0.5   |
+--------+------+-----+-------+--------+---------+
|      2 | 0    | 0.5 | 0.25  |  0.21  |   0.25  |
+--------+------+-----+-------+--------+---------+
|      3 | 0.25 | 0.5 | 0.375 | -0.189 |   0.125 |
+--------+------+-----+-------+--------+---------+
```

```
f(0.315466) = 2.36e-07
Iteraciones realizadas: 19

Primeras iteraciones:
+--------+------+-----+-------+--------+---------+
|   Iter |    a |   b |     c |   f(c) |   Error |
+========+======+=====+=======+========+=========+
|      1 | 0    | 1   | 0.5   | -0.57  |   0.5   |
+--------+------+-----+-------+--------+---------+
|      2 | 0    | 0.5 | 0.25  |  0.21  |   0.25  |
+--------+------+-----+-------+--------+---------+
|      3 | 0.25 | 0.5 | 0.375 | -0.189 |   0.125 |
+--------+------+-----+-------+--------+---------+

Últimas iteraciones:
+--------+----------+----------+----------+-----------+----------+
|   Iter |        a |        b |        c |      f(c) |    Error |
+========+==========+==========+==========+===========+==========+
|     17 | 0.31546  | 0.315475 | 0.315468 | -5.86e-06 | 7.63e-06 |
+--------+----------+----------+----------+-----------+----------+
|     18 | 0.31546  | 0.315468 | 0.315464 |  6.33e-06 | 3.81e-06 |
+--------+----------+----------+----------+-----------+----------+
|     19 | 0.315464 | 0.315468 | 0.315466 |  2.36e-07 | 1.91e-06 |
+--------+----------+----------+----------+-----------+----------+
----------------------------------------

Raíz 3 - Intervalo [1.5, 2.5]:
Raíz encontrada: 1.78024006
f(1.780240) = -2.52e-06
Iteraciones realizadas: 20

Primeras iteraciones:
+--------+------+-----+-------+--------+---------+
|   Iter |    a |   b |     c |   f(c) |   Error |
+========+======+=====+=======+========+=========+
|      1 | 1.5  | 2.5 | 2     |  1.53  |   0.5   |
+--------+------+-----+-------+--------+---------+
|      2 | 1.5  | 2   | 1.75  | -0.167 |   0.25  |
+--------+------+-----+-------+--------+---------+
|      3 | 1.75 | 2   | 1.875 |  0.59  |   0.125 |
+--------+------+-----+-------+--------+---------+

Últimas iteraciones:
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
|   Iter |       a |       b |       c |      f(c) |    Error |
+========+=========+=========+=========+===========+==========+
|     18 | 1.78024 | 1.78024 | 1.78024 | -7.95e-06 | 3.81e-06 |
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
|     19 | 1.78024 | 1.78024 | 1.78024 |  2.92e-06 | 1.91e-06 |
+--------+---------+---------+---------+-----------+----------+
|     20 | 1.78024 | 1.78024 | 1.78024 | -2.52e-06 | 9.54e-07 |
```

```
EJERCICIO 4
Función: cos²(x) - 0.5x·e^(0.3x) + 5 = 0
------------------------------------------------------------

Raíz 1 - Intervalo [3, 4]:
Raíz encontrada: 3.72560215
f(3.725602) = 1.10e-07
Iteraciones realizadas: 20

Primeras iteraciones:
+--------+-----+------+-------+--------+---------+
|   Iter |   a |    b |     c |   f(c) |   Error |
+========+=====+======+=======+========+=========+
|      1 | 3   | 4    | 3.5   |  0.876 |   0.5   |
+--------+-----+------+-------+--------+---------+
|      2 | 3.5 | 4    | 3.75  | -0.102 |   0.25  |
+--------+-----+------+-------+--------+---------+
|      3 | 3.5 | 3.75 | 3.625 |  0.407 |   0.125 |
+--------+-----+------+-------+--------+---------+

Últimas iteraciones:
+--------+--------+---------+--------+-----------+----------+
|   Iter |      a |       b |      c |      f(c) |    Error |
+========+========+=========+========+===========+==========+
|     18 | 3.7256 | 3.72561 | 3.7256 | -1.18e-05 | 3.81e-06 |
+--------+--------+---------+--------+-----------+----------+
|     19 | 3.7256 | 3.7256  | 3.7256 | -3.85e-06 | 1.91e-06 |
+--------+--------+---------+--------+-----------+----------+
|     20 | 3.7256 | 3.7256  | 3.7256 |  1.1e-07  | 9.54e-07 |
+--------+--------+---------+--------+-----------+----------+
----------------------------------------

Raíz 2 - Intervalo [6, 7]:
No se encontró raíz en el intervalo (no hay cambio de signo)
```

COMPARACIÓN Y ERRORES

Velocidad de Convergencia

- Newton-Raphson: Exhibe la convergencia más rápida (convergencia cuadrática) cuando la estimación inicial es buena
- Secante: Velocidad intermedia (convergencia superlineal, aproximadamente 1.618)
- Bisección: Convergencia más lenta pero garantizada (convergencia lineal).

Número de Iteraciones

En todos los ejercicios se observa un patrón consistente:

- **Bisección**: Mayor número de iteraciones (10-20 iteraciones)
- **Newton-Raphson**: Menor número de iteraciones (3-6 iteraciones)
- **Secante**: Número intermedio de iteraciones (5-8 iteraciones)

Precisión y Error

Todos los métodos alcanzan la tolerancia especificada (0.0001), pero:

- **Newton-Raphson** generalmente produce errores absolutos más pequeños
- **Bisección** tiene un error predecible que se reduce a la mitad en cada iteración
- **Secante** muestra un comportamiento de error variable dependiendo de las aproximaciones iniciales

Ventajas y Desventajas

- **Bisección**: Robusto pero lento, no requiere derivadas
- **Newton-Raphson**: Rápido pero sensible a la estimación inicial, requiere cálculo de derivadas
- **Secante**: Balance entre velocidad y robustez, no requiere derivadas explícitas

En conclusión, para problemas donde se puede calcular fácilmente la derivada y se tiene una buena estimación inicial, Newton-Raphson es el más eficiente. Cuando no se dispone de la derivada, el método de la secante ofrece un buen equilibrio entre velocidad y confiabilidad, mientras que la bisección representa la opción más conservadora y garantizada.