dademuchconnection

- Sistemas de Control – Análisis de Señales y Sistemas – Procesamiento de Señales – Ingeniería Eléctrica -

Sistemas de segundo orden – Sistemas de control

7 May, 202022 septiembre, 2023 carakenio73

La forma estándar de la función de transferencia de un sistema de 2do orden es:

$$\frac{C_{(s)}}{R_{(s)}} = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

Dónde:

$$k\text{: } ganancia\ estática$$

$$\omega_n\text{: } frecuencia\ natural\ no\ amortiguada$$

$$\zeta\text{: } coeficiente\ de\ amortiguamiento$$

La ganancia estática k , el coeficiente de amortiguamiento ζ, y la frecuencia natural ω_n, ***son los parámetros de un sistema de segundo orden.*** En comparación con la simplicidad de un sistema de primer orden (Sistemas de primer orden (https://dademuchconnection.wordpress.com/2020/09/04/sistemas-de-primer-orden-respuesta-transitoria/)), un sistema de segundo orden exhibe una amplia gama de respuestas que deben analizarse y describirse. Mientras que variar el parámetro de un sistema de primer orden *(constante de tiempo)* simplemente cambia la velocidad de la respuesta, los cambios en los parámetros de un sistema de segundo orden pueden cambiar la forma total de la respuesta.

```
INTRODUCCIÓN: ¿De dónde proviene la ecuación (1)?
```

El diagrama de bloques de la Figura 1 representa a un sistema de segundo orden de tipo cero. Físicamente, este diagrama puede ser el modelo de un motor DC, el modelo de una red eléctrica o de un mecanismo con resorte, amortiguador y masa. Por ello, el sistema de segundo orden es de gran interés académico, industrial y tecnológico, de los más importantes para el estudio.

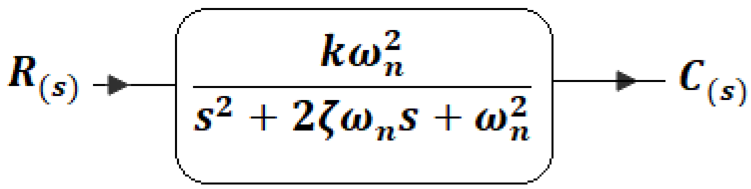


Figura 1.

Los sistemas de segundo orden son esenciales en el diseño de sistemas de control. En consecuencia, es de gran utilidad entender que el modelo de la Figura 1 suele provenir de un sistema realimentado como el de la Figura 2:

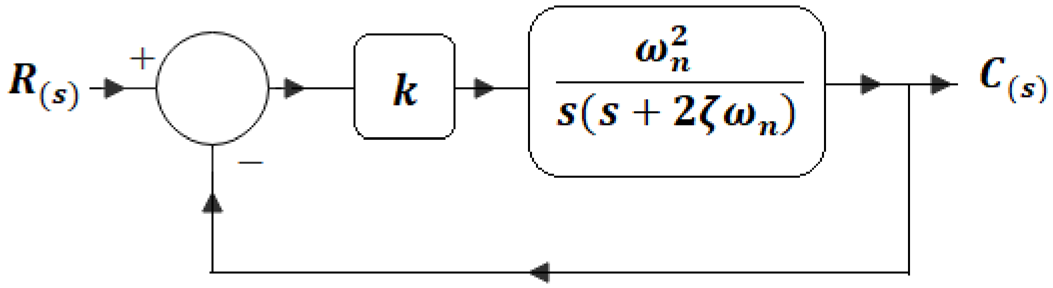


Figura 2.

El sistema de la Figura 2 se puede ver como un sistema de control básico. Una planta de segundo orden de tipo 1, con un polo en **s=-2**$\zeta\omega_n$, en serie con un controlador proporcional, y realimentación unitaria. Para diseñar un sistema de control, por excelencia se utiliza principalmente la ***entrada escalón unitario*** como señal de prueba. Es así porque a partir de ella, derivando podemos hallar la respuesta al impulso unitario, e integrando, la respuesta a la rampa unitaria. El comportamiento del sistema de control ante una entrada escalón unitario depende de estos tres factores: la ganancia k , el coeficiente de amortiguamiento ζ, y la frecuencia natural ω_n. Con solo conocer el valor del coeficiente de amortiguamiento ζ, podemos determinar la forma de la respuesta del sistema. Por otra parte, en ocasiones podremos cumplir con los requerimientos de diseño de un sistema de control con sólo variar el valor de la ganancia k, como veremos en el caso siguiente, cuya respuesta aparece más adelante: **Ejemplo 1**:

1. Para la planta de la Figura 88, diseñar un sistema de control que cumpla con los siguientes requerimientos ante una entrada escalón unitario: una salida $c_{(t)}$ con *Sobrepaso máximo* (M_p) igual al 5%, tiempo de establecimiento (t_s) de 2.1 segundos, y error en estado estable a la entrada escalón unitario (e_p) menor o igual al 50%:

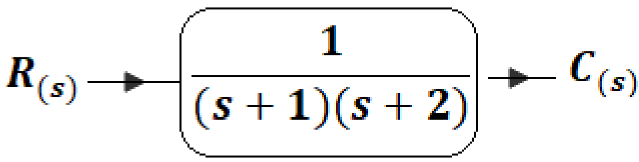


Figura 88

La función de transferencia estándar (1) se deriva tanto del diagrama de bloques de la Figura 1, como del de la Figura 2, diseñada en función de estos parámetros (*ganancia, frecuencia natural y coeficiente de amortiguamiento*) que están ligados al comportamiento físico de la respuesta y a la situación de ***sus polos en el plano*** *"s"*.

TIPOS DE SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN: según ubicación de los polos.

Un sistema de segundo orden es aquel que posee dos polos. La ecuación (1) tiene dos polos:

$$\frac{C_{(s)}}{R_{(s)}} = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

Las raíces del polinomio del denominador de la ecuación (1) son los polos del sistema. A continuación se muestra la clasificación general de la respuesta de sistemas de segundo orden a la entrada escalón unitario, determinada por la posición de sus polos en el plano "*s*":

- Subamortiguado (***polos complejos conjugados con parte real negativa***)
- Críticamente amortiguado (***polos reales puros – negativos e iguales –*** *llamado polo doble*)
- Sobreamortiguado (***polos reales puros – negativos y diferentes***)
- Oscilatorio (***polos imaginarios puros***)
- Inestable (***polos complejos conjugados con parte real positiva***)

El tipo «Subamortiguado» es el más utilizado para el diseño de sistemas de control. Por ello analizamos el caso Subamortiguado en primer lugar y con mayor énfasis que en el resto de los casos.

TIPOS DE SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN: según el valor de*ζ (factor de amortiguamient*

Como se dijo anteriormente, ***con solo conocer el valor del coeficiente de amortiguamiento ζ, podemos determinar la forma de la respuesta del sistema:***

- Subamortiguado (***0<ζ<1***)
- Críticamente amortiguado (***ζ=1***)
- Sobreamortiguado (1<ζ)
- Oscilatorio (***ζ=0***)
- Inestable (***ζ<0***)

La siguiente figura es un resumen del tipo de sistema y la forma de la salida del sistema de segundo orden para una entrada escalón unitario, de acuerdo al valor del coeficiente de amortiguamiento y la ubicación de los polos:

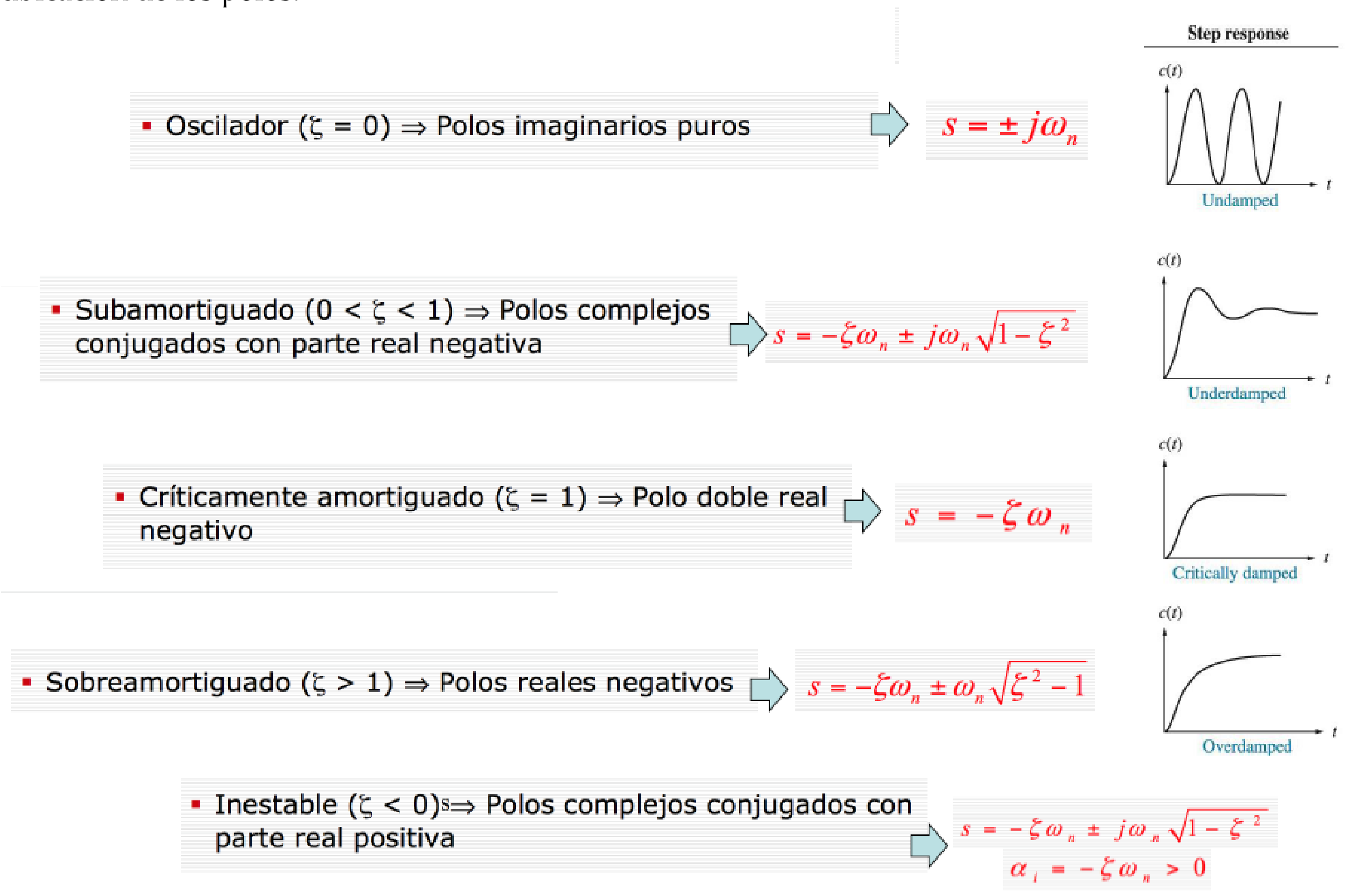


Figura 3.

Sistema de 2do orden Sub-amortiguado

Dada la función de transferencia de un sistema de control:

$$\frac{C_{(s)}}{R_{(s)}} = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

ya hemos visto que un sistema de segundo orden Sub-amortiguado es aquel cuyo coeficiente de amortiguamiento tiene valores entre cero y uno (*0<ζ<1*) y tiene dos polos complejos conjugados s_1 y s_2, localizados como lo indican las **X** en el plano transformado «*s*» siguiente:

$$s_1 = -\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$s_2 = -\zeta\omega_n - j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

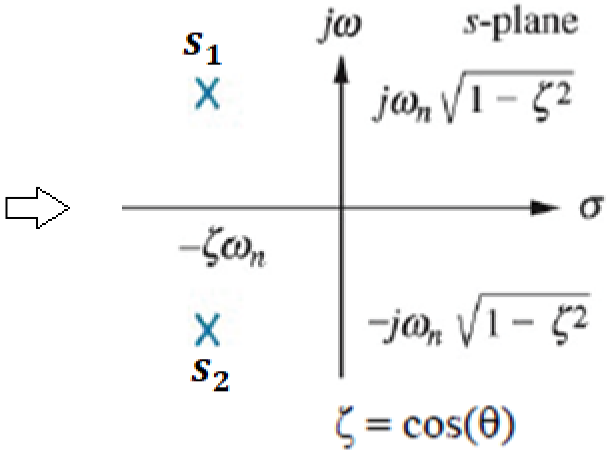


Figura 4.

Este sistema, sometido a una entrada escalón unitario, en el dominio del tiempo presenta una salida $c_{(t)}$ con el siguiente comportamiento genérico:

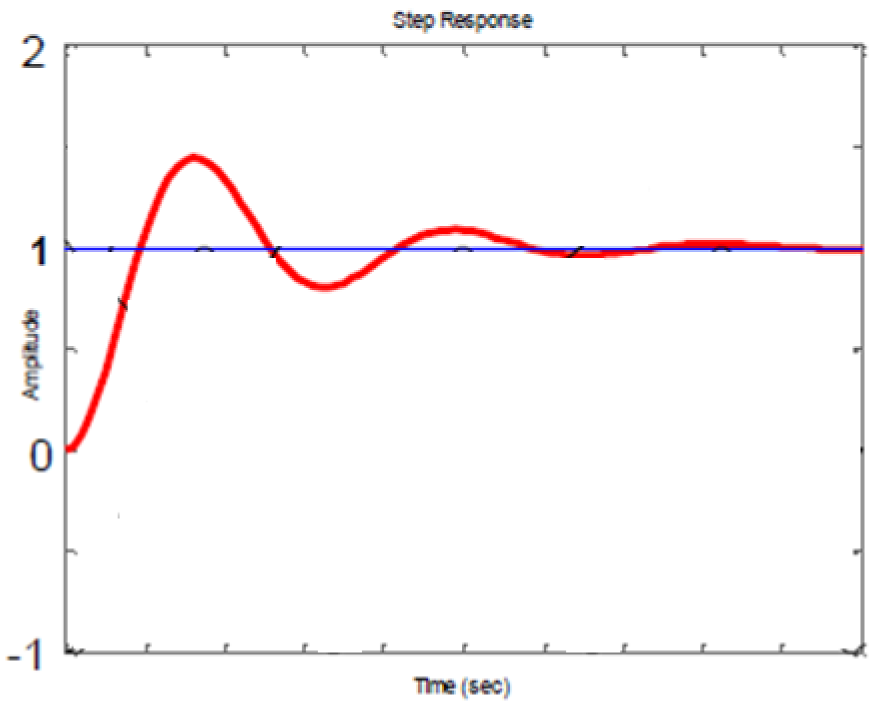


Figura 5.

La ganancia estática ***k*** en este caso, es el valor de la salida en estado estable. Es decir:

$$k = c_{(\infty)}$$

Por cuestiones prácticas nos interesa expresar los polos como dos números complejos de la siguiente forma genérica:

$$s_1 = \sigma + j\omega_d$$

$$s_2 = \sigma - j\omega_d$$

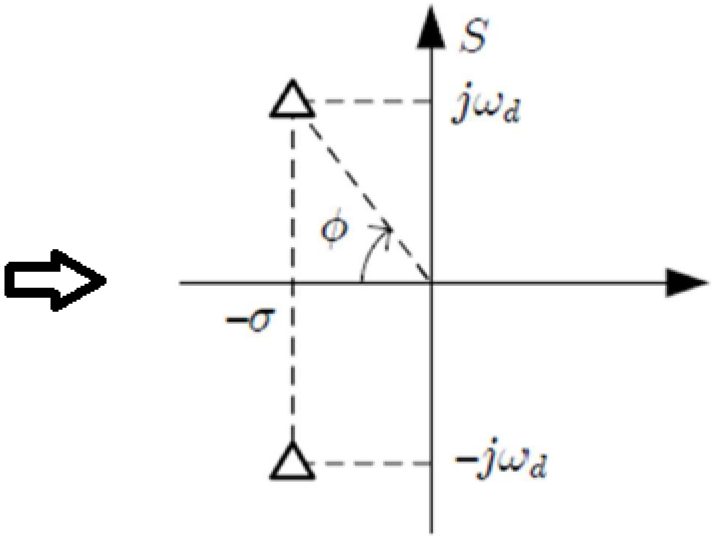


Figura 6.

dónde:

$$\sigma: constante\ de\ atenuación\ \rightarrow \sigma = -\zeta\omega_n$$

$$\omega_d: frecuencia\ natural\ amortiguada\ \rightarrow \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

A continuación vamos a obtener una relación muy útil para el proceso de diseño de controladores. Podemos ver en la Figura 6 que se forma el ángulo ***Φ*** en el triángulo señalado por líneas discontinuas. Se puede demostrar que:

$$\zeta = cos\emptyset \rightarrow \emptyset = tan^{-1}(\frac{\omega_d}{-\sigma})$$

Es decir, que si conocemos el valor de los polos complejos conjugados de un sistema de segundo orden, además de saber directamente que es un sistema subamortiguado, podemos determinar mediante la relación anterior el factor de amortiguamiento de dicho sistema. Y viceversa. Si nos dan el valor de ζ, podemos obtener el valor de ***Φ***, y utilizar este valor para obtener la ubicación de los polos, un hecho relevante cuando se diseña un controlador. **Ejemplo 2**: Supongamos que una planta tiene la siguiente función de transferencia:

$$G_{p(s)} = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$$

Al simular la respuesta de este sistema a la entrada escalón unitario obtenemos la siguiente curva: >> G=tf([1],[1 2 2]); >>step(G)

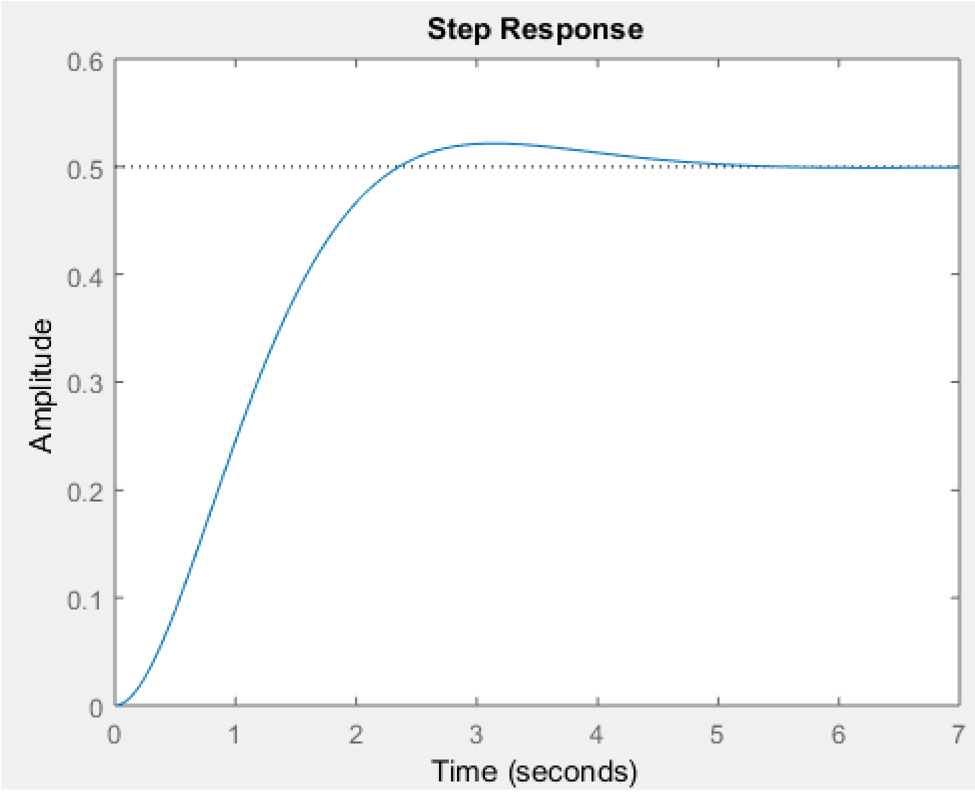


Figura 7

La curva de salida se corresponde con el de un sistema de segundo orden subamortiguado. Podemos conocer los valores de los parámetros de importancia mediante: >> damp(G)

Pole	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
-1.00e+00 + 1.00e+00i	7.07e-01	1.41e+00	1.00e+00
-1.00e+00 - 1.00e+00i	7.07e-01	1.41e+00	1.00e+00

Podemos corroborar estos valores mediante las ecuaciones formuladas:

$$s_1 = -1.0 + j; \quad s_2 = -1.0 - j$$

$$\emptyset = tan^{-1}\left(\frac{\omega_d}{-\sigma}\right) = tan^{-1}\left(\frac{1}{1}\right) = 45°$$

$$\zeta = cos\emptyset = cos45°$$

$$\boldsymbol{\zeta = 0.707}$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \rightarrow \omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(0.707)^2}}$$

$$\boldsymbol{\omega_n = 1.414}$$

k=0.5

Respuesta del sistema de 2do orden subamortiguado en el tiempo.

Sabemos que la transformada de Laplace del escalón unitario es **1/s**. Por lo tanto la expresión para la salida $C_{(s)}$ en el dominio transformado es:

$$R_{(s)} = \frac{1}{s}$$

$$\therefore C_{(s)} = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{s}$$

Podemos determinar la ecuación de la salida $c_{(t)}$ en el dominio del tiempo, aplicando la anti-transformada de Laplace a $C_{(s)}$:

$$c_{(t)} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{k\,\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{s}\right\}$$

$$c_{(t)} = k[1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} . sen(\omega_d t + \theta)]$$

La siguiente gráfica muestra cada uno de los componentes de la salida $c_{(t)}$:

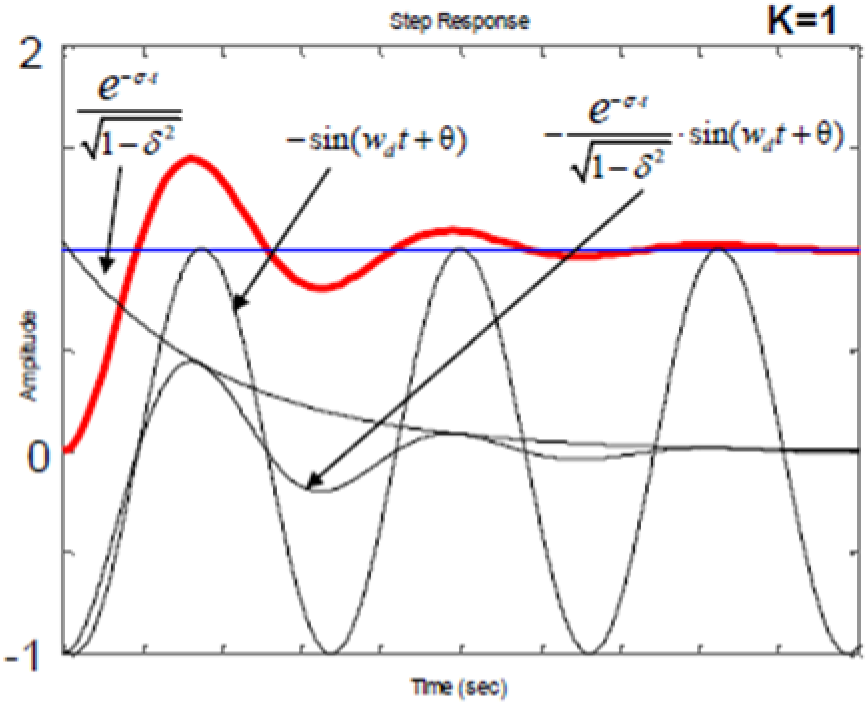


Figura 8.

La Figura 8 muestra los factores que se suman y se multiplican para generar la salida $c_{(t)}$ (interesante es tener presente que se trata *la respuesta al escalón unitario del sistema de segundo orden subamortiguado*). La salida es oscilatoria amortiguada. La frecuencia de dicha señal oscilatoria es ahora ω_d (frecuencia amortiguada). La oscilación está amortiguada por el término exponencial decreciente. ***Ejemplo 3***. Aplicando una entrada escalón unitario y aplicando el procedimiento descrito anteriormente para la planta del ejemplo dos, vemos que:

$$R_{(s)} = \frac{1}{s}; \qquad G_{p(s)} = \frac{C_{(s)}}{R_{(s)}} = \frac{1}{s^2+2s+2} = \frac{\frac{1}{2}(2)}{s^2+2s+2}$$

$$C_{(s)} = \frac{\frac{1}{2}(2)}{s^2+2s+2}\left(\frac{1}{s}\right)$$

$$k = 0.5$$

$$\zeta = 0.707$$

$$\omega_n = 1.414$$

$$\omega_d = 1$$

$$c_{(t)} = k[1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}.sen(\omega_d t + \theta)]$$

$$\boldsymbol{c_{(t)} = 0.5[1 - 1.414e^{-t}sen(t + 45°)]}$$

Especificaciones de respuesta transitoria para un sistema de control de 2do grad

Especificaciones de diseño. Los sistemas de control se diseñan para realizar tareas específicas. Para diseñar un sistema de control, lo primero es conocer las condiciones que debe cumplir ante una entrada escalón unitario. Si se espera que la salida del sistema se comporte como la de un sistema segundo orden subamortiguado, las especificaciones de diseño son las siguientes:

1. *Sobrepaso máximo* (M_p): es el valor pico máximo de la curva de respuesta medida a partir de la unidad. Según otra bibliografía, es también la cantidad en que la forma de la curva de salida sobrepasa el valor final de la salida, expresada en porcentaje.
2. *Tiempo de retardo* (T_d): es el tiempo requerido para que la respuesta del sistema alcance la mitad del valor final por primera vez.
3. *Tiempo de asentamiento* (T_s): es el tiempo requerido para que las oscilaciones amortiguadas transitorias alcancen y permanezcan dentro del $\pm 2\%$ *o del* $\pm 5\%$ del valor final o valor en estado estable.
4. *Tiempo de levantamiento* (T_r): es el tiempo requerido para que la respuesta del sistema pase del 10% al 90% del valor final. En otras palabras, para que vaya de 0.1 del valor final al 0.9 del valor final. Un segundo criterio define este tiempo como aquel en el que se alcanza por primera vez el valor en estado estable (criterio del 100%).
5. *Tiempo pico* (T_p ó *Tmáx*):es el tiempo requerido para que la respuesta del sistema alcance el pico del levantamiento máximo.

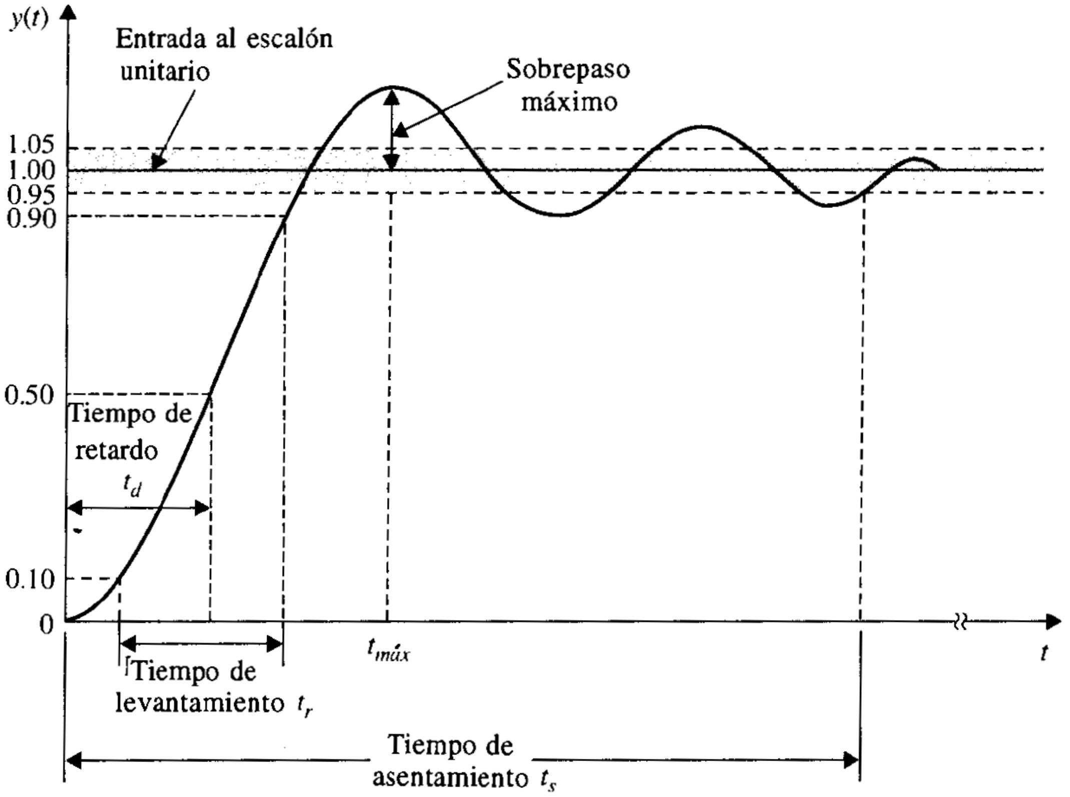


Figura 7-11 Respuesta típica al escalón unitario de un sistema de control.

En especial, los requerimientos para el diseño de un sistema de seguimiento (***servosistema***) se especifican en base a estos conceptos.

Fórmulas para las especificaciones de un Sistema de 2do orden Sub-amortiguado

A continuación se presentan fórmulas que pueden ayudar a determinar analíticamente las especificaciones de un sistema de segundo orden sub-amortiguado para el que se conoce la forma estándar de la función de transferencia, ecuación (1).

- Sobrepaso máximo (M_p). Consideran como la salida del sistema:

$$M_p = \frac{c_{(t_p)} - c_{(\infty)}}{c_{(\infty)}} = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{-\frac{\pi}{\tan\emptyset}}$$

$$\emptyset = \tan^{-1}\left(\frac{\omega_d}{-\sigma}\right)$$

donde $c(t_{(p)})$ es el valor de la salida en el tiempo pico, mientras $c(\infty)$ es el valor de la salida en estado estable.

- Tiempo pico (T_p):

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{\omega_d}$$

- Factor de amortiguamiento (ζ):

Es muy útil contar además con la expresión para el factor de amortiguamiento relativo ζ en función del sobrepaso M_p *dado en porcentajes:*

$$\zeta = \frac{-\ln(\%M_p/100)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(\%M_p/100))^2}}$$

- Tiempo de asentamiento (T_s)

$$T_s = \frac{4}{\varsigma\omega_n} \quad criterio\ del\ 2\%$$

$$T_s = \frac{3}{\varsigma\omega_n} \quad criterio\ del\ 5\%$$

- Tiempo de levantamiento (T_r)

$$t_r = \frac{\pi - \emptyset}{\omega_d}$$

- Tiempo de retardo (T_d)

$$t_d \cong \frac{1+0.7\varsigma}{\omega_n} \quad para\ 0 < \varsigma < 1.0$$

(interesante es recordar que estos parámetros sólo aplican para *la respuesta al escalón unitario del sistema de segundo orden subamortiguado*) ***Ejemplo 4***: Calculamos estos parámetros M_p, t_r, t_p y t_s para la planta del ejemplo 2:

Calculemos los parámetros M_p, t_r, t_p y t_s de la planta del ejemplo dos:

$$G_{p(s)} = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$$

$$M_p = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{-\frac{\pi(0.707)}{\sqrt{0.5}}} \times 100 = 4.32\ \%$$

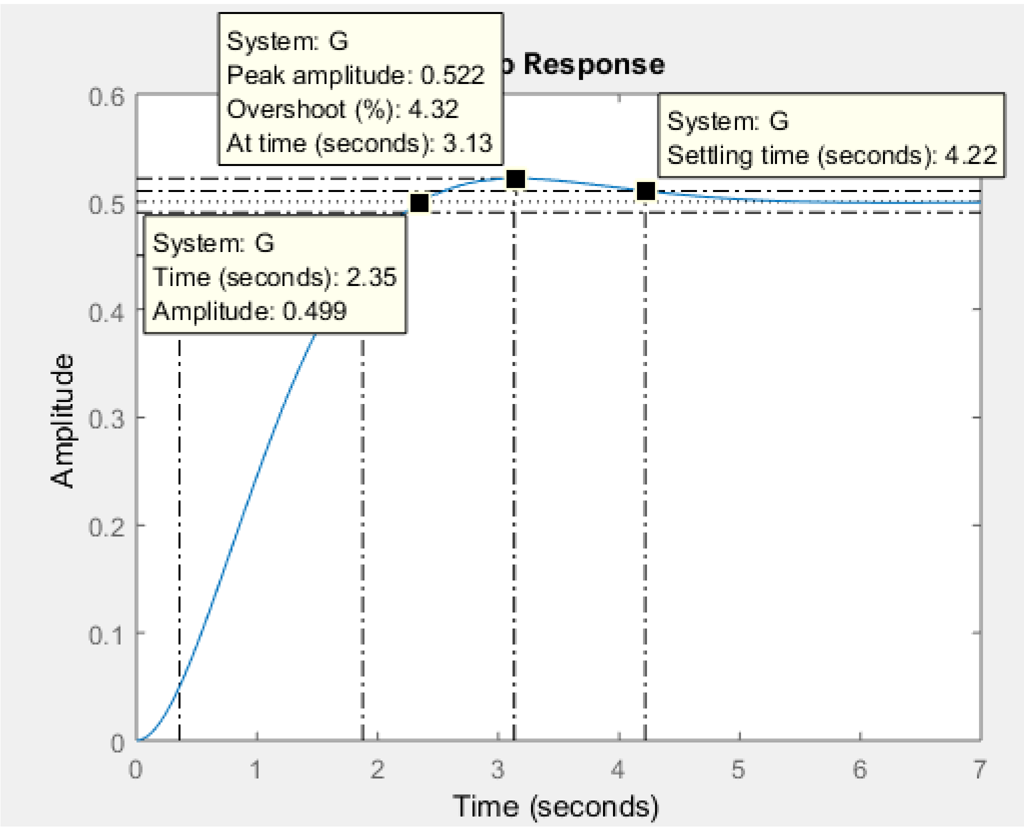
$$t_r = \frac{\pi - \emptyset}{\omega_d} = \frac{\pi - \pi/4}{1} = 0.75\pi = 2.35\ s \ \ (criterio\ del\ 100\%)$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = 3.14\ s$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 4 \ \ (criterio\ del\ 2\%)$$

>> stepinfo(G)

```
    RiseTime: 1.5195
SettlingTime: 4.2163
 SettlingMin: 0.4517
 SettlingMax: 0.5216
   Overshoot: 4.3210
  Undershoot: 0
        Peak: 0.5216
    PeakTime: 3.1315
```



La respuesta transitoria de un sistema de control en la práctica siempre exhibe oscilaciones amortiguadas antes de alcanzar el estado estable. Esto ocurre porque los sistemas tienen componentes que almacenan energía y no pueden responder de manera inmediata a los cambios en la entrada. La respuesta transitoria a una entrada escalón depende de las condiciones iniciales. Es por ello que en la práctica se acostumbra considerar que el sistema está inicialmente en reposo de modo tal que las condiciones iniciales (la salida y sus derivadas) son iguales a cero.

Efecto de añadir un cero a un sistema de 2do orden Subamortiguado.

Un cero adicional hace al sistema más rápido y oscilatorio, tanto más cuanto más se acerque al origen. Para mayor información visita:

- Efecto de añadir un Zero – Diseño de Sistema de control (https://dademuchconnection.wordpress.com/2020/08/08/efecto-de-anadir-un-zero-sistema-de-control/)

Compensación del sistema

Establecer la ganancia es el primer paso encaminado a ajustar el sistema para un desempeño satisfactorio. Sin embargo, en muchos casos prácticos el solo ajuste de la ganancia tal vez no proporcione una alteración suficiente del comportamiento del sistema para cumplir las especificaciones dadas. En este caso, es necesario volver a diseñar el sistema. Este nuevo diseño a adición de un dispositivo apropiado se denomina compensación. Para mayor información visita:

- Diseño de sistema de control por medio del Lugar Geométrico de Raíces (https://dademuchconnection.wordpress.com/2022/01/04/analisis-y-diseno-de-sistemas-de-control-mediante-el-lugar-geometrico-de-las-raices/)
- Compensación en adelanto (https://dademuchconnection.wordpress.com/2022/01/20/compensacion-en-adelanto/)
- ***Compensación en adelanto – Problemas resueltos – Catálogo 17 (https://dademuchconnection.wordpress.com/2022/01/20/compensacion-en-adelanto-problemas-resueltos-catalogo-17/)***

Efecto de añadir un polo a un sistema de 2do orden Subamortiguado.

Un polo adicional (de valor negativo) hace al sistema más lento, tanto más cuanto más e acerque al origen.

Sistema reducido equivalente

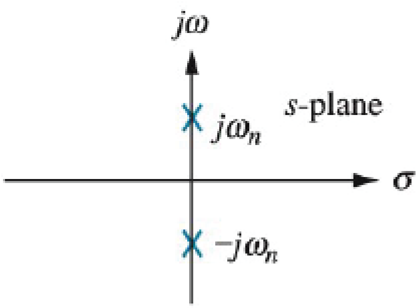
Un sistema de orden mayor a dos, de función de transferencia $G_{1(s)}$, se puede reducir a un sistema reducido equivalente con función de transferencia $G_{2(s)}$, si teniendo el segundo menor número de polos y/o ceros que el primero, la respuesta temporal de ambos es similar. El objetivo de este procedimiento es despreciar los efectos sobre el comportamiento del sistema de unos polos y/o ceros frente a los que se consideren dominantes. Para reducir, se deben cumplir las siguientes reglas:

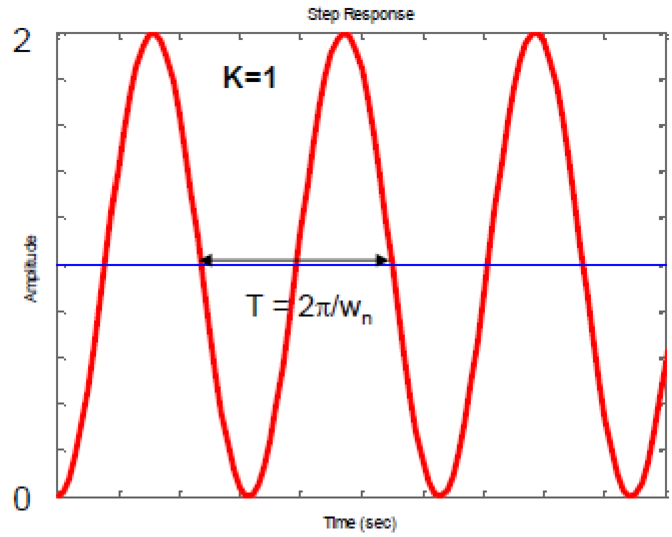
- Nunca despreciar (simplificar) el efecto de un polo inestable;
- Despreciar los polos y/o ceros relativamente más alejados del origen;
- Simplificar parejas de polos-ceros relativamente cercanos entre sí;
- Los sistemas real y reducido equivalentes deben tener la misma ganancia estática.

Sistema de 2do orden Oscilatorio: No amortiguado

Un sistema de segundo orden no amortiguado es aquel cuyo coeficiente de amortiguamiento es igual a cero (*ζ=0*). Este sistema ***tiene dos polos imaginarios puros***. Sometido a una entrada escalón unitario presenta el siguiente comportamiento genérico:

$$c_{(t)} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{k\omega_n^2}{s^2+\omega_n^2}.\frac{1}{s}\right\} = k\mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2+\omega_n^2}\} = k[1 - cos(\omega_n t)]$$





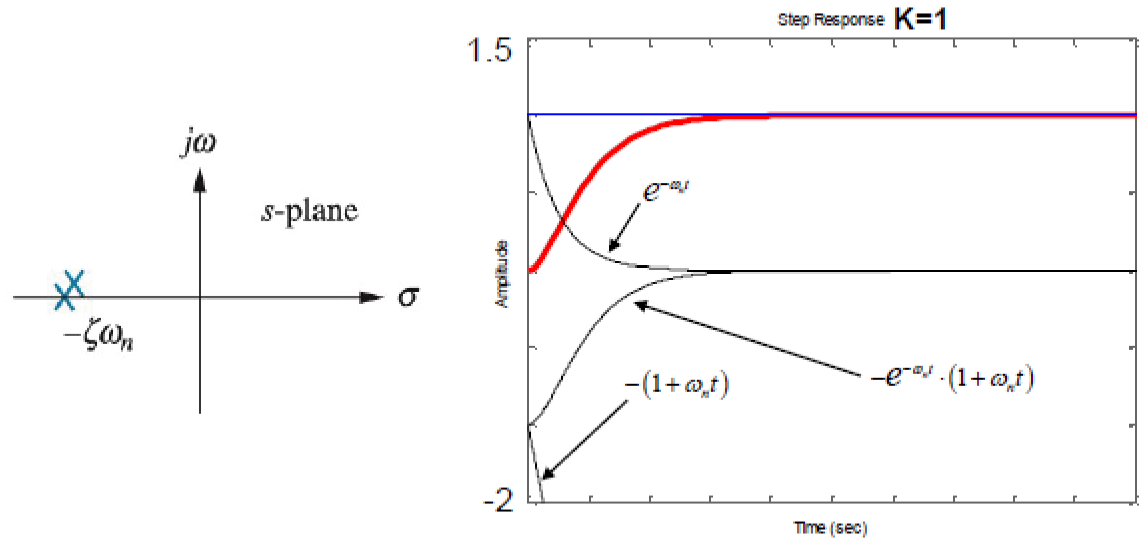
La frecuencia de dicha salida oscilatoria es ω_n, es decir, la frecuencia natural o no amortiguada del sistema. Cuanto más lejos están los polos del origen, mayor es la frecuencia natural.

Sistema de segundo orden críticamente amortiguado

Un sistema de segundo orden con amortiguamiento crítico es aquel cuyo coeficiente de amortiguamient0 es igual a uno (*ζ=1*).Este sistema ***tiene dos polos reales negativos e iguales*** *y su valor es igual a* $-\omega_n$.

$$c_{(t)} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{k\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}.\frac{1}{s}\right\} = k\mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{s}.\frac{\omega_n^2}{(s+\omega_n)^2}\} = k[1 - e^{-\omega_n t}(1+\omega_n t)]$$

Sometido a una entrada escalón unitario presenta el siguiente comportamiento genérico:



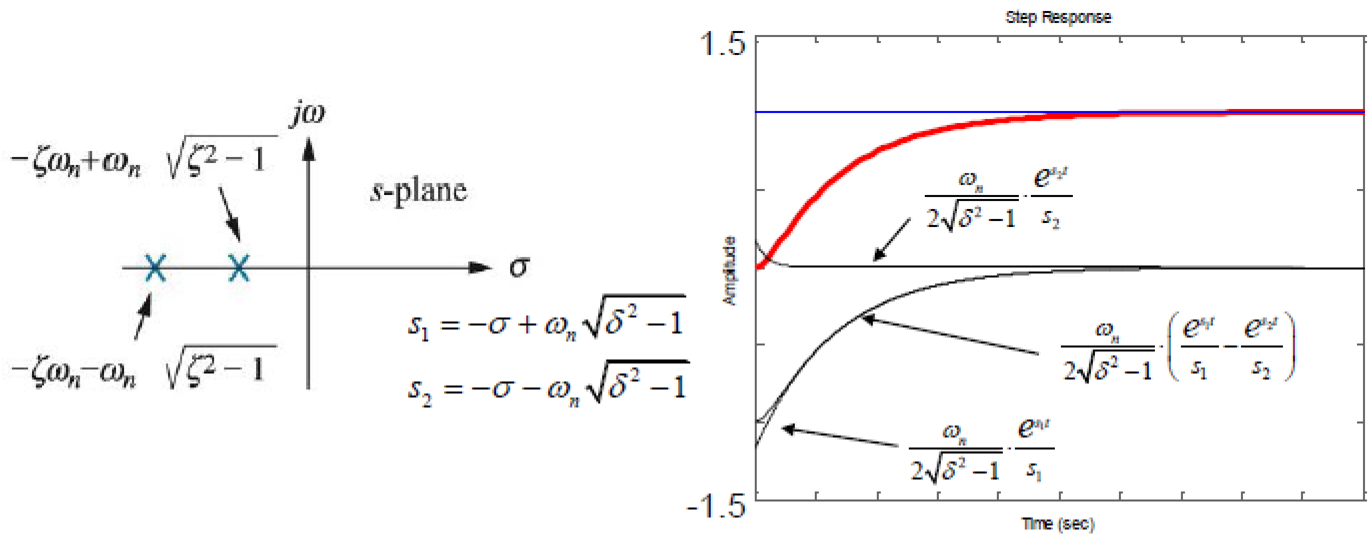
En este caso como se puede ver en la Figura anterior, la salida $c_{(t)}$ es el producto de una exponencial decreciente y una recta. Representa la respuesta más rápida posible del sistema sin que haya oscilación.

Sistema de segundo orden con sobre-amortiguamiento

Un sistema de segundo orden con sobre amortiguamiento es aquel cuyo coeficiente de amortiguamient0 es mayor que uno (*ζ>1*).Este sistema ***tiene dos polos reales negativos y distintos:***

$$c_{(t)} = \mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{s}.\frac{k\omega_n^2}{(s-s_1)(s-s_2)}\} = k[1 + \frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2-1}}(\frac{e^{s_1 t}}{s_1} - \frac{e^{s_2 t}}{s_2})$$

La respuesta de este sistema está dominada por el polo más lento, el polo s_1 de acuerdo con la siguiente figura que muestra el comportamiento genérico del sistema sometido a una entrada escalón unitario:



Es decir, s_2, el polo más rápido, se puede despreciar. En este caso, la salida $c_{(t)}$ es la combinación lineal de dos exponenciales.

Respuesta al impulso unitario de un sistema de segundo orden

Para una entrada impulso unitario $r_{(t)}$, la transformada de Laplace correspondiente es $R_{(s)}=1$, la respuesta $C_{(s)}$ impulso unitario del sistema de segundo orden de la ecuación (1) es:

$$C_{(s)} = k\frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)+\omega_n^2}$$

La transformada inversa de Laplace para esta ecuación da la salida $c_{(t)}$ en el tiempo que, de acuerdo con el valor del coeficiente de amortiguamiento ζ, es:

- Para $0 \leq \zeta < 1$

$$c_{(t)} = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} sen\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}t; \quad t \geq 0$$

- Para $\zeta = 1$

$$c_{(t)} = {\omega_n}^2 t e^{-\omega_n t}; \quad t \geq 0$$

- Para $\zeta > 1$

$$c_{(t)} = \frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2-1}} e^{-(\zeta-\sqrt{\zeta^2-1})\omega_n t} - \frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2-1}} e^{-(\zeta+\sqrt{\zeta^2-1})\omega_n t}; \quad t \geq 0$$

También se puede obtener la respuesta $c_{(t)}$ del sistema a la entrada impulso unitario, diferenciando la respuesta al escalón unitario.

Aplicar control PID a Función de Transferencia - 1er grado o 2do grado - Catálogo 14

Este catálogo ofrece la solución analítica completa a prácticas de configuración y diseño de sistemas de control para Función de Transferencia de primer orden o de segundo orden, generalmente aplicando un controlador PID, álgebra de bloques, y la teoría que forma parte de la cátedra de sistemas de control, señales y sistemas, ingeniería industrial, mecatrónica, etc. Además, la solución implica el uso de Matlab y/o Simulink. Cada laboratorio tiene un costo de 14.5 euros. Se facilita pago a través de Paypal. También el autor ofrece servicio para resolver prácticas y laboratorios a particulares: +34633129287.

Práctica 1

Para la función de transferencia:

$$G_{(s)} = \frac{1}{100s + 50}$$

Función de Transferencia de 1er orden.

- Graficar la respuesta para una entrada de 250 sin control en lazo abierto y sin control en lazo cerrado;
- **Graficar la salida** aplicando control PID con las siguientes constantes de K_p=60; K_i=400; K_d=10 y con una entrada escalón unitario. Ejecutar ambas: Solución analítica y Solución haciendo uso de la herramienta *sisotool* de Matlab para configurar el controlador.
- Simular en Simulink

Práctica 2…en construcción

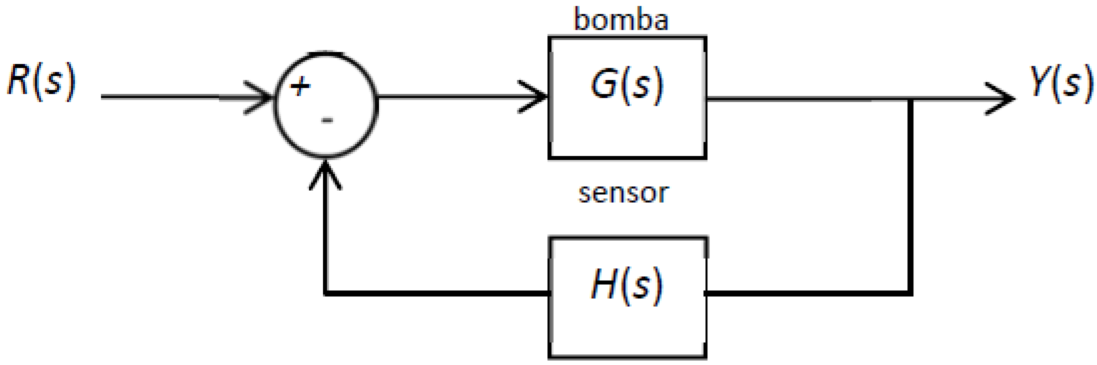
Para la función de transferencia:

Problemas resueltos de Análisis de respuesta transitoria de sistemas lineales - Matlab - Catálogo 9

En esta guía PDF se analiza la respuesta transitoria de sistemas que forman parte de la cátedra de sistemas de control, señales y sistemas, análisis de redes eléctricas, etc. Cada solución además ofrece un código de Matlab para graficar las señales y/o la simulación de la respuesta. Cada problema tiene un costo de 12.5 euros. La Guía completa tiene un valor de 21.5 euros. Se facilita pago a través de Paypal. A continuación, los enunciados de problemas resueltos en esta guía.

Problema 1.

Para el sistema de la Figura siguiente:



1.a *Calcula y justifica el valor de la ganancia estática y la constante de tiempo cuando* $G_{(s)}$ y $H_{(s)}$:

$$G_{(s)} = \frac{2}{(5s+2)}$$

$$H_{(s)} = 3$$

Simular en Matlab. 1.b *Analiza el comportamiento (subamortiguado, sobreamortiguado, críticamente amortiguado, inestable, oscilación mantenida) de la salida para los diferentes valores del parámetro* **a** *ante la entrada escalón unitario cuando:*

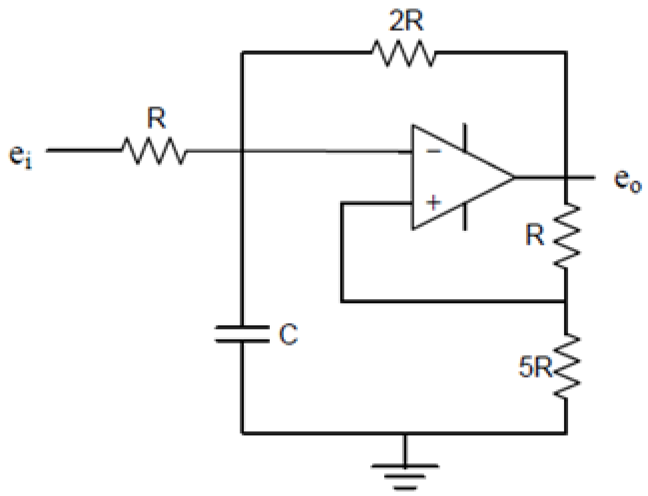
$$G_{(s)} = \frac{2}{s(s+a)}$$

$$H_{(s)} = 1$$

El parámetro **a** *toma valores reales. Simular en Matlab.* 1.c *Calcula frecuencia natural no amortiguada, frecuencia natural amortiguada, factor de amortiguamiento, tiempo de crecimiento, tiempo pico, sobre impulso máximo para el caso b.* Simular en Matlab

Problema 2.

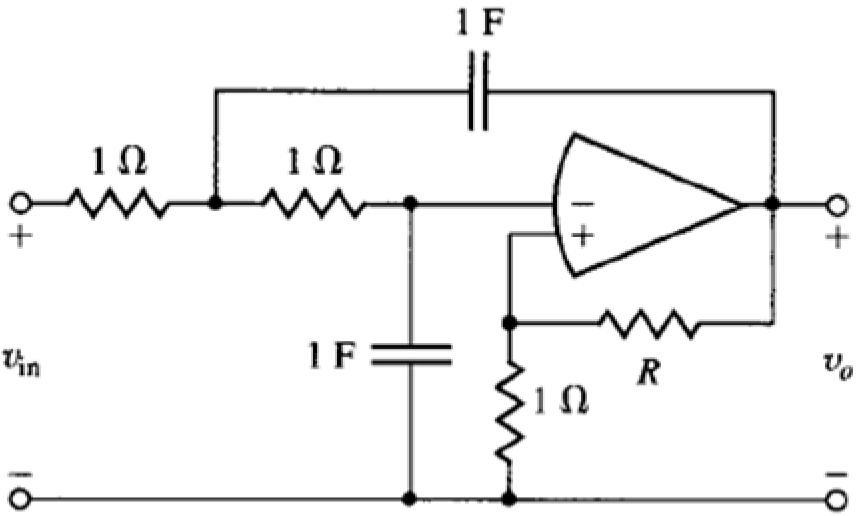
Sea el sistema adjunto:



Se pide: *2.a Obtener la función de transferencia del sistema, considerando la tensión* e_i *como la señal de entrada al sistema y la tensión* e_o *como la señal de salida del sistema. 2.b Calcular, a partir del modelo obtenido, el valor de estabilización del sistema ante entrada escalón unitario. ¿Depende de los valores de las resistencias y del condensador? 2.c Obtener el valor del tiempo en el que la salida del sistema alcanza el 95% de su valor final, suponiendo que los valores de R y C son iguales a 1. Simular en Matlab.*

Problema 3.

Para el sistema adjunto:



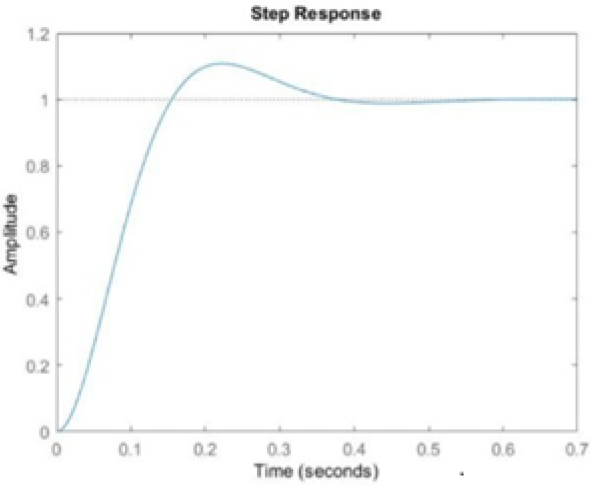
Se pide: *3.a Obtener la función de transferencia del sistema, considerando la tensión* v_i *como la señal de entrada al sistema y la tensión* v_o *como la señal de salida del sistema.* 3.b *Calcular, a partir del modelo obtenido, el valor de estabilización del sistema ante entrada escalón unitario. ¿Depende del valor de la resistencia R?* 3.c *Analiza el sistema respecto al parámetro R. Simular en Matlab.*

Problema 4

Se tiene un sistema cuya función de transferencia es:

$$H_{(s)} = \frac{5k_a}{s^2 + 20s + 5k_a}$$

K_a es una ganancia que se ajusta para obtener una respuesta deseada. Determinar el valor de K_a para obtener la respuesta que se observa en la gráfica 3. Esta salida corresponde a la respuesta al escalón unitario. Simular en Matlab.



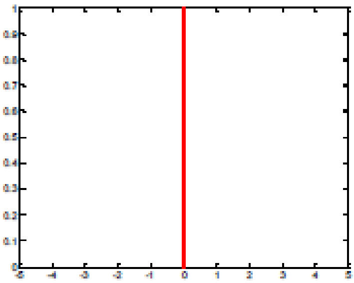
Método de pago

Catálogo 9 – Respuesta transitoria
Pago por un ejercicio – 12.5 euros. Después de pagar por favor comunicarse al whatsapp +34633129287 o al email dademuchconnection@gmail.com para la entrega.
12,50 €
Haz clic aquí para comprar. (https://dademuchconnection.wordpress.com/2020/05/07/sistema-de-segundo-orden/)
Catálogo 9 – Respuesta transitoria
Pago por toda la guía – 21.5 euros. Después de pagar por favor comunicarse al whatsapp +34633129287 o al email dademuchconnection@gmail.com para la entrega.
21,50 €
Haz clic aquí para comprar. (https://dademuchconnection.wordpress.com/2020/05/07/sistema-de-segundo-orden/)

Anexo 1: Señales típicas para probar sistemas

Para estudiar un sistema, lo normal es someterlo a entradas típicas (test input signals):

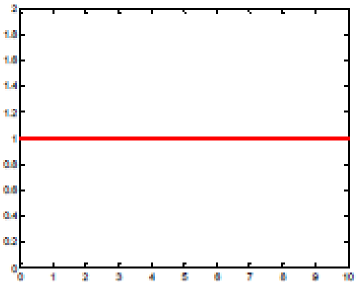
Impulso (impulse)



$$r(t) = \delta(t)$$

$$R(s) = 1$$

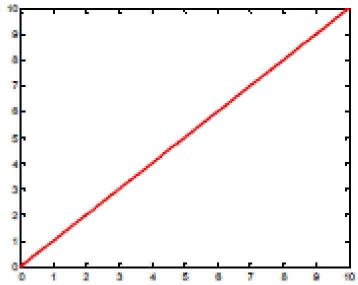
Escalón (step)



$$r(t) = \mathrm{A}$$

$$R(s) = \frac{\mathrm{A}}{s}$$

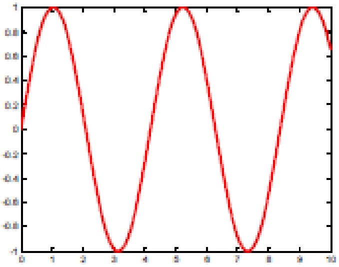
Rampa (ramp)



$$r(t) = \mathrm{A} \cdot t$$

$$R(s) = \frac{\mathrm{A}}{s^2}$$

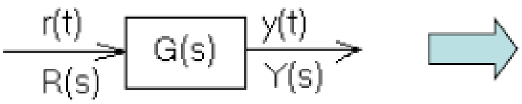
Alternas sinusoidales de frecuencia w: permiten obtener la respuesta en frecuencia



$$r(t) = \mathrm{A} \cdot \sin(\omega t + \theta)$$

$$R(s) = \mathrm{A} \cdot \frac{\sin(\theta) + \omega \cdot \cos(\theta)}{s^2 + \omega^2}$$

Anexo 2



$$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = L^{-1}\{G(s) \cdot R(s)\}$$

$$y(t) = y_t(t) + y_e(t)$$

La respuesta y(t) siempre se puede considerar la suma de dos partes:

- **La respuesta transitoria** (también llamada respuesta natural o solución homogénea). Ante un cambio a la entrada del sistema, presenta un etapa transitoria antes de alcanzar el equilibrio. Desaparece para t→∞.
- **La respuesta permanente** (también llamada respuesta estacionaria, respuesta forzada o solución particular). La parte que no cambia cuando t→∞

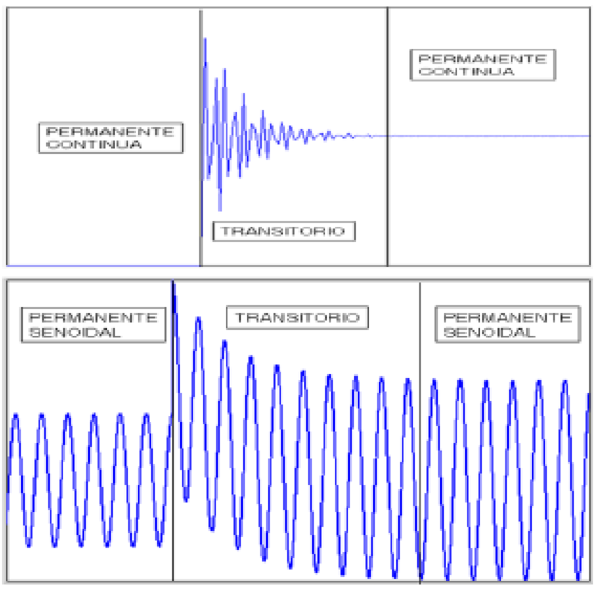
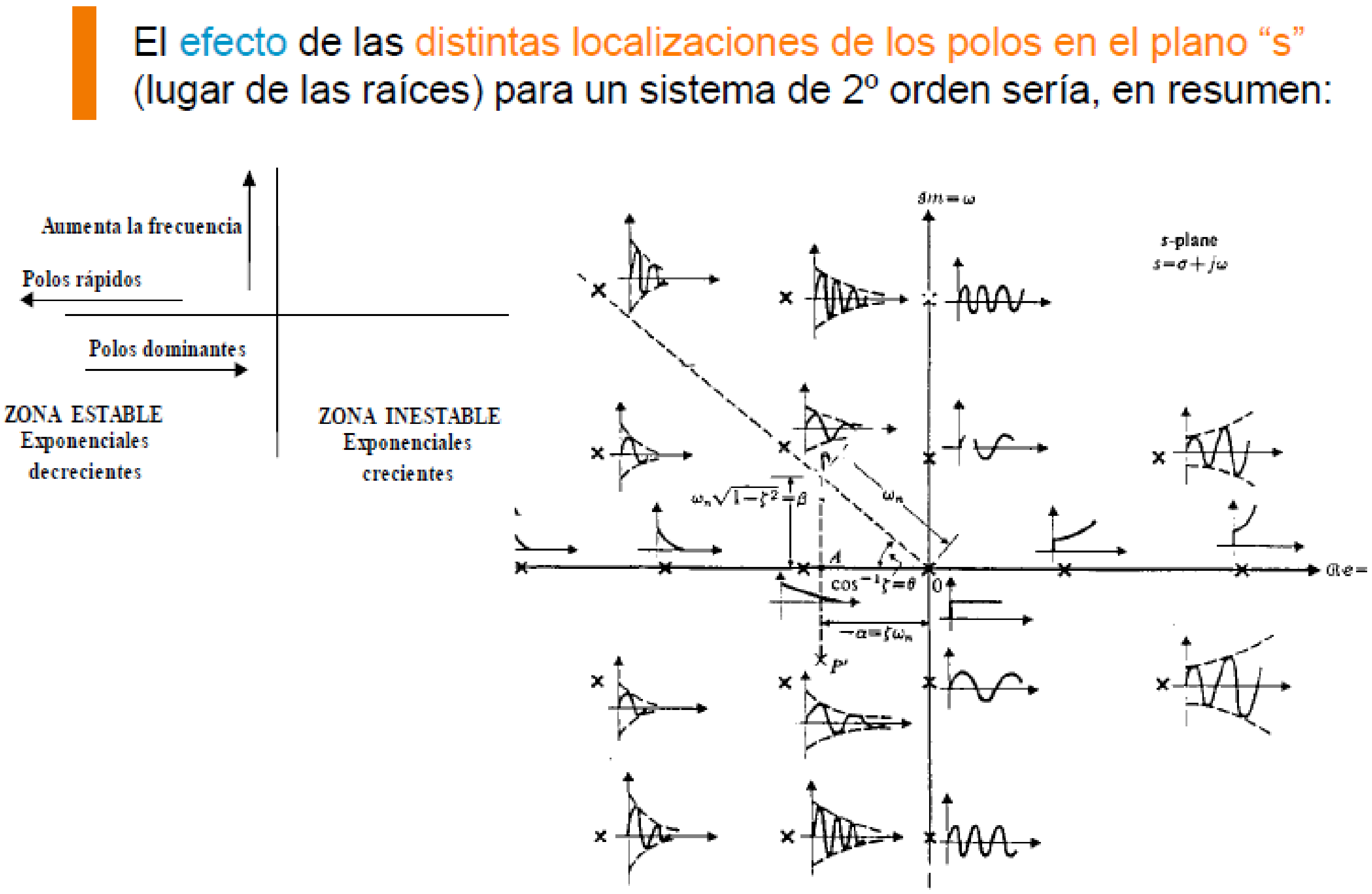


Figura 11. Respuesta transitoria (homogénea)

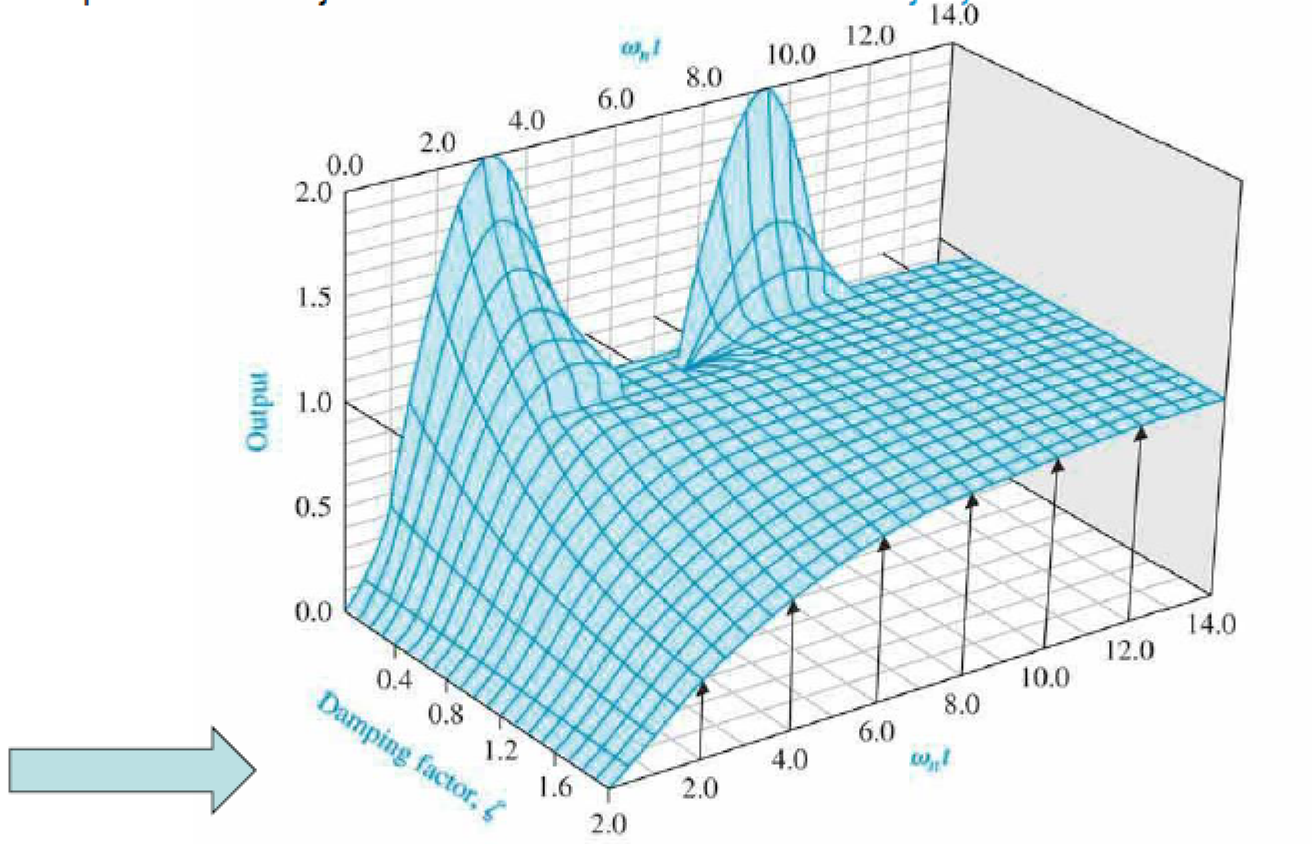
y permanente (particular).

Anexo 3



Anexo 4

Las respuestas al escalón de los cuatro casos anteriores (no amortiguado, sub-, sobre-amortiguado y con amortiguamiento crítico) se pueden representar conjuntamente añadiendo un nuevo eje ζ



Te puede interesar:

- Respuesta Transitoria de un Sistema de Control (https://dademuchconnection.wordpress.com/2018/03/09/respuesta-transitoria-de-un-sistema-de-control/)
- Efecto de añadir un Zero – Diseño de Sistema de control (https://dademuchconnection.wordpress.com/2020/08/08/efecto-de-anadir-un-zero-sistema-de-control/) (English version (https://dademuchconnection.wordpress.com/2020/08/08/effect-of-adding-a-zero-control-system/))
- Controlador PD – Proporcional Diferencial – Sistemas de Control (https://dademuchconnection.wordpress.com/2019/05/22/controlador-pd-proporcional-diferencial-sistemas-de-control/) (English version (https://dademuchconnection.wordpress.com/2019/05/22/proportional-controller-pd-control-system/))
- Diseño de un Controlador PD utilizando SISOTOOL de Matlab (https://dademuchconnection.wordpress.com/2020/08/21/diseno-de-controlador-pd-utilizando-sisotool-de-matlab/)
- Ejemplo 1 – Respuesta transitoria de un sistema electromecánico (https://dademuchconnection.wordpress.com/2018/04/27/1er-ejemplo-respuesta-transitoria-de-un-sistema-electromecanico/)
- Simulación de Respuesta Transitoria con Matlab (https://dademuchconnection.wordpress.com/2018/03/14/simulacion-de-respuesta-transitoria-con-matlab-introduccion/)
- Respuesta transitoria de un sistema de control Prototipo (https://dademuchconnection.wordpress.com/2018/05/12/ejemplo-1-respuesta-transitoria-de-un-sistema-de-control/)
- ***Análisis de respuesta transitoria – Problemas resueltos – Catálogo 9 (https://dademuchconnection.wordpress.com/2020/05/13/problemas-resueltos-de-analisis-de-***

- ***respuesta-transitoria-de-sistemas-lineales-matlab-catalogo-9/)***
- Circuito RLC en serie – análisis y ejemplos – circuito de segundo orden (https://dademuchconnection.wordpress.com/2020/05/03/circuito-rlc-en-serie-analisis-y-ejemplos/)
- La respuesta natural de un circuito RLC en paralelo – definición y ejemplos (https://dademuchconnection.wordpress.com/2020/05/19/la-respuesta-natural-de-un-circuito-rlc-en-paralelo-definicion-y-ejemplos/)
- Ubicación de los polos de un circuito RLC (https://dademuchconnection.wordpress.com/2020/06/08/ubicacion-de-los-polos-de-un-sistema-rlc/)
- ***Problemas de circuitos de segundo orden RLC (https://dademuchconnection.wordpress.com/2020/05/20/problema-de-circuito-rlc-en-paralelo/)***
- Sistemas de primer orden (https://dademuchconnection.wordpress.com/2020/09/04/sistemas-de-primer-orden-respuesta-transitoria/)

Referencias:

1. Fundamentos_de_Señales_y_Sistemas_usando la Web y Matlab
2. Oppenheim – Señales y Sistemas
3. Análisis de Sistemas Lineales Asistido con Scilab – Un Enfoque desde la Ingeniería Eléctrica.
4. 2.1 Respuesta transitoria

Revisión literaria hecha por: Prof. Larry Francis Obando – Technical Specialist – **Educational Content Writer** ***Se hacen trabajos, se resuelven ejercicios!!*** WhatsApp: +34633129287 ***Atención Inmediata!!***

14 comentarios en "Sistemas de segundo orden – Sistemas de control"

1. Pingback: La respuesta natural de un circuito RL – Definición y ejemplos – dademuchconnection
2. Pingback: Respuesta al escalón unitario de un circuito RL – Definición y ejemplos – dademuchconnection
3. Pingback: Respuesta natural de un circuito RC – Definición y ejemplos – dademuchconnection
4. Pingback: Respuesta al escalón unitario de un circuito RC – Definición y ejemplos – dademuchconnection
5. Pingback: Circuito RC – Análisis mediante Simulink – dademuchconnection
6. Pingback: Circuito eléctrico de primer grado – Simulación en Simulink – dademuchconnection
7. Pingback: Ubicación de los polos de un sistema RLC – dademuchconnection
8. Pingback: Ejemplo masa unida a extremo resorte – Báscula – ecuaciones – dademuchconnection
9. Pingback: Ejemplo de funciones de carga y corriente de un circuito RLC – dademuchconnection
10. Pingback: Circuito RLC en serie – análisis y ejemplos – dademuchconnection
11. Pingback: Circuitos de primer orden – Circuitos RC y RL – dademuchconnection
12. Pingback: Respuesta Transitoria de un Sistema de Control – dademuchconnection
13. Pingback: Sistemas de primer orden – Respuesta Transitoria – dademuchconnection
14. Pingback: Método de mallas – análisis de circuitos – dademuchconnection