



# EFECTO DEL CAMPO MAGNÉTICO EN LA PRODUCCIÓN DE OSCILACIONES GIGANTE-RABI EN EL MARCO DE LA cQED ACÚSTICA

**Jose Luis Alvarado Martínez**

*Trabajo final de maestría*

Director:

**Profesor Herbert Vinck Posada**

Co-director:

**Profesor Edgar Arturo Gómez**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias, Departamento de Física  
Bogotá, Colombia  
11 de mayo de 2024

# **Agradecimientos**

A mis seres queridos.

## Resumen

decir todo lo que se hizo en el trabajo de forma sucinta, hasta hay un limite maximo de palabras. Es decir, contar todo el cuento de forma muy superficial de tal manera que se logre dar la idea general sin perder generalidad del mismo

# Índice general

|   |            |
|---|------------|
| <b>Agradecimientos</b>  | <b>ii</b>  |
| <b>Resumen</b>  | <b>iii</b> |
| <b>1. Introducción</b>  | <b>1</b>   |
| <b>2. Motivación</b>  | <b>2</b>   |
| <b>3. Problema de investigación</b>   | <b>5</b>   |
| 3.1. Planteamiento del problema . . . . .   | 5          |
| 3.2. Objetivo general . . . . .   | 5          |
| 3.3. Objetivos específicos . . . . .  | 5          |
| 3.4. Metodología . . . . .  | 5          |
| <b>4. Estado del arte</b>   | <b>7</b>   |
| 4.1. Excitones oscuros en un sistema QD-cavidad bajo un campo magnético... .  | 7          |
| 4.2. Emisión bundle de $N$ -fonones por medio del proceso de Stokes . . . . .   | 12         |
| 4.3. Oscilaciones gigante-Rabi de excitones oscuros sin campo magnético ... .   | 15         |
| 4.4. Estructura fina de excitones neutros y cargados en puntos cuánticos In(Ga)As<br>/ (Al)GaAs autoensamblados . . . . . | 19         |
| <b>5. Descripción del sistema físico</b>  | <b>20</b>  |
| <b>6. Modelo teórico</b>  | <b>21</b>  |
| 6.1. Sistemas Hamiltonianos de Cavidades . . . . .  | 21         |
| 6.2. Sistemas Hamiltonianos de Bombeos coherentes . . . . .   | 22         |
| 6.3. Regímenes de resonancias de Stokes . . . . .   | 23         |
| 6.4. Hamiltonianos de interacción . . . . .   | 26         |
| 6.5. El operador densidad . . . . .   | 27         |
| 6.6. Dinámica de sistemas cerrados . . . . .  | 29         |
| 6.7. Dinámica de sistemas abiertos . . . . .  | 29         |
| 6.8. Teoría espectral . . . . .   | 31         |
| <b>7. Resultados</b>  | <b>32</b>  |
| 7.1. Descomposición espectral . . . . .   | 32         |
| <b>8. Análisis de resultados</b>  | <b>36</b>  |
| <b>Conclusiones</b>   | <b>37</b>  |
| <b>Apéndices</b>  | <b>38</b>  |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>A. Hamiltoniano del sistema reescrito</b>             | <b>39</b> |
| <b>B. Hamiltoniano</b>                                   | <b>42</b> |
| <b>C. Transformación al marco rotante</b>                | <b>43</b> |
| <b>D. Estudio de los sub Hamiltonianos con excitones</b> | <b>44</b> |
| D.1. Punto cuántico . . . . .                            | 44        |
| D.2. Bombeo coherente . . . . .                          | 45        |
| D.3. Campo magnético externo . . . . .                   | 45        |
| D.4. Punto cuántico y bombeo coherente . . . . .         | 46        |
| D.5. Punto cuántico y campo magnético externo . . . . .  | 47        |
| <b>E. Tansiciones del Hamiltoniano</b>                   | <b>48</b> |
| E.1. Base desnuda . . . . .                              | 48        |
| E.2. Base vestida . . . . .                              | 49        |
| <b>F. Ecuación maestra</b>                               | <b>51</b> |
| <b>Referencias</b>                                       | <b>55</b> |

# Índice de figuras

|      |  |    |
|------|--|----|
| 4.1. | Representación esquemática del sistema cavidad-QD bajo el efecto de laser pulsado $\Omega(t)$ y un campo magnético $\vec{B}$ con tasa de disipación de la cavidad $\kappa$ y tasa de decaimiento QD $\gamma$ (Jiménez-Orjuela et al., 2017).   | 7  |
| 4.2. | Espectro de energía excitónica como una función del campo magnético. Para una inclinación $\theta = \pi/3$ , el recuadro muestra el anticruce (Jiménez-Orjuela et al., 2017).  | 8  |
| 4.3. | Componentes de probabilidad de los eigenstate's en la base excitónica desnuda (Ordenados de abajo hacia arriba con respecto a su autovalor) (Jiménez-Orjuela et al., 2017).  | 9  |
| 4.4. | Dinámica de la ocupación de los estados excitónicos para un tiempo final ( $t_f = 60$ ps) como función del campo magnético y el ángulo de inclinación (Jiménez-Orjuela et al., 2017).  | 10 |
| 4.5. | Valores esperados del estado estacionario como una función de la intensidad del campo magnético. (a) Campo laser cw con polarización derecha $\Omega_a = 100 \mu\text{eV}$ . (b) Igual que (a) para un campo láser con polarización izquierda (Jiménez-Orjuela et al., 2017).  | 11 |
| 4.6. | Oscilaciones gigante-Rabi vistas a través de la dinámica de la población $P_{jk}(t) =  \langle j, k   \psi(t) \rangle ^2$ ( $j = n, \tilde{n}$ y $k = c, v, +, -$ ) con $n = 2, 3$ correspondiendo a la parte principal y recuadro, respectivamente (Bin et al., 2020).  | 13 |
| 4.7. | Funciones de correlación de $n$ -th orden $g^{(n)}$ en igual-tiempo en función de $\Delta/\omega_b$ . (b)-(c) Función de correlación $g^{(2)}$ para diferentes $\lambda/\omega_b$ (b) y $\Omega/\omega_b$ (c). Las líneas discontinuas indican las resonancias de $n$ -fonones $\Delta = -n\omega_b$ , $\Delta = \Delta_n(\lambda)$ , y $\Delta = \Delta_n(\Omega)$ . Los parámetros del sistema son (a) $\lambda/\omega_b = 0.03$ , $\Omega/\omega_b = 0.003$ , (b) $\Omega/\omega_b = 0.003$ , (c) $\lambda/\omega_b = 0.03$ , y para los paneles (a)-(c) $\kappa/\omega_b = 0.002$ , $\gamma/\omega_b = 0.0002$ y $\gamma_\phi/\omega_b = 0.0004$ (Bin et al., 2020). | 14 |
| 4.8. | Estados propios del Hamiltoniano completo para acoplamiento débil electrón-fonón ( $g = g_{bb} = g_{bd} \approx 0.02\omega_b$ ), bombeando ( $\Omega_1 \approx 0.082\omega_b$ , $\Omega_2 = 0$ ), y el láser externo en resonancia con la energía del brillante-excitón ( $\omega_L = \omega_X$ , donde la frecuencia del QD puede ser elegida para coincidir con cualquier energía excitón del QD semiconductor, e.g., 1.36 eV para GaAs QDs). Estos valores se usan durante el paper excepto la frecuencia del láser que debe ser ajustada finamente (Vargas-Calderón et al., 2022).   | 16 |
| 4.9. | Oscilaciones gigante-Rabi entre el estado de valencia de fonón 0 (línea continua) y los estados mostrados en la fig. 4.8 (línea discontinua). La línea discontinua muestra la evolución del estado $ n, d_+\rangle$ para $n = 2$ (panel superior) y $n = 3$ (panel inferior). El desajuste del láser es $\Delta/\omega_b = (\omega_X - \omega_L)/\omega_b \approx 1.960$ para el panel superior, y $\approx 2.961$ para el panel inferior. Se utilizan las mismas condiciones de acoplamiento y bombeo de la fig. 4.8 (Vargas-Calderón et al., 2022).  | 17 |

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 4.10. | Espectro de emisión de fonones $I(\omega)$ . Los paneles (a) y (b) muestran los elementos $ \langle \psi   \varrho   \phi \rangle ^2$ de las eigenmatrices Liouvillianas $\varrho$ que coinciden con los picos señalados en el espectro de emisión de fonones de la fig.4.10 (Vargas-Calderón et al., 2022).  | 18 |
| 6.1.  | Interacciones que causan transiciones entre diferentes estados del QD y el láser (con las flechas bidireccionales) (Vargas-Calderón et al., 2022).  | 23 |
| 6.2.  | Esquema del modelo y de las resonancias de Stokes en el dominio de frecuencia (Bin et al., 2020).   | 24 |
| 6.3.  | Resonancias de Stokes para el primer régimen de parámetros, a saber, $\Omega, \lambda \ll \omega_b$ (Bin et al., 2020)  | 24 |
| 6.4.  | La estructura de energía cambia en el régimen de acoplamiento fuerte $\lambda \sim \omega_b$ (Bin et al., 2020)   | 25 |
| 6.5.  | Régimen de impulso fuerte, o de Mollow, $\Omega \sim \omega_b$ (Bin et al., 2020)   | 26 |
| 6.6.  | Muestra las interacciones representadas por $H_{\text{el-ph}}$ con líneas gradiente-coloreadas, que son mediadas por procesos de emisión y absorción por fonones en la cavidad acústica (Vargas-Calderón et al., 2022).   | 27 |
| 7.1.  | Diagrama de energía del sistema cuando se gradua el laser de tal forma que al ir aumentando su frecuencia se encuentran transiciones entre estados cuya diferencia de variedades de excitacion es tres (gigante-Rabi), en este se muestran las tres permitidas y la prohibida. En la parte inferior se muestran los coeficientes de Hopfield del estado vacio con cada uno de los estados propios correspondientes. | 34 |
| 7.2.  | Desfinamiento $\Delta$ variando la magnitud del campo magnetico horizontal $\theta = 0$ rad, para la gigante-Rabi de cada estado exciton, son cuatro posibles permitidos con diferencia tres entre sus variedades de excitacion, donde se observa que $\Delta$ depende del campo magnetico al cadrado, $\Delta \sim B^2$ , con algunas transiciones involucran dependencia lineal del campo magnetico.              | 35 |

# 1. Introducción



## 2. Motivación

Sistemas microcavidad, o cavidad, conteniendo puntos cuánticos, en inglés quantum dots (QDs), han sido explorados con intensidad en décadas recientes (Reitzenstein, 2012). Dentro de estos sistemas se han estudiado efectos importantes como el control de las tasas de emisión espontánea (Bayer et al., 2001), la obtención de un régimen de acoplamiento fuerte (Reithmaier et al., 2004), la producción de fuentes de fotones individuales (Michler et al., 2000), en general, con el fin de tener control de las propiedades cuánticas (Jiménez-Orjuela et al., 2017).

Dichos sistemas cavidad-QD son importantes porque se pueden usar como candidatos, por mencionar algunos, prometedores para: la manipulación controlada de los procesos de interacción radiación-materia y el desarrollo de dispositivos que pueden ser usados en computación cuántica (Jiménez-Orjuela et al., 2017). Además, una de las posibilidades principales es que se puede controlar la condición de resonancia entre el modo de la cavidad y los estados del QD, esto se puede lograr variando la temperatura de la red de QDs (Reithmaier et al., 2004), o usando un campo eléctrico  $\vec{E}$  junto con el efecto Stark cuántico confinado o usando un campo magnético  $\vec{B}$  junto con el desplazamiento diamagnético (Jiménez-Orjuela et al., 2017).

Sistemas comunes de estudio consideran únicamente estados excitón<sup>1</sup> que interactúan con luz, también conocidos como excitones brillantes. Estos estados presentan características, como por ejemplo, pueden decaer emitiendo un fotón y su interacción con un campo electromagnético hace que su tiempo de vida sea muy corto, ideal para comprobación de información cuántica (Poem et al., 2010).

En QDs semiconductores, además de tener estados brillante-excitón es posible encontrar estados que no interactúen con la luz, conocidos como excitones oscuros. Las reglas de selección de Pauli definen si un estado excitón es brillante u oscuro, es decir, brillante si el espín del electrón y el hueco son anti-paralelos, oscuro en el caso contrario. Los estados que no se acoplan a la luz, por lo tanto, están ópticamente inactivos y no sufren procesos de recombinación<sup>2</sup> por medio de emisión de fotones, por lo tanto, tendrán un tiempo de vida más largo. Los estados oscuro-excitón son neutros, al igual que los estados brillante-excitón, y no sufren la influencia electrostática del entorno (Jiménez-Orjuela et al., 2017). Estos estados son considerados para tener mejores propiedades al manejar la información cuántica (Poem et al., 2010). Los estados oscuros y brillantes son degenerados, razón por la cuál no son accesibles directamente, por lo tanto, es posible acceder a ellos a través de un proceso indirecto mediado por  $\vec{B}$ , donde  $B_{\parallel}$  a la dirección de crecimiento del QD permite un cambio en la energía y  $B_{\perp}$  a la dirección de crecimiento del QD se usa como

---

<sup>1</sup>Cuasipartícula formada por interacción Coulombiana entre un electrón en la banda de conducción y el hueco que dejó en la banda de valencia. Es posible formar excitones si la energía suministrada al electrón, que está inicialmente en la banda de valencia, no es tan grande como para volverlo libre.

<sup>2</sup>Debido a que no pueden coexistir electrón y hueco en la banda de valencia con el mismo espín.

## 2. Motivación

un parámetro de control que mezcla los estados excitón con un rompimiento de simetría (Bayer et al., 2000).

Un tema principal de la ciencia moderna es la manipulación de estados cuánticos (Bin et al., 2020). Se han sugerido sistemas para administrar la emisión de estados multi-fotón y multi-fonón. En el caso de los estados multi-fotón, se plantea la excitación desde el estado base hasta un estado  $n$  a través de frecuencias elevadas. Posteriormente, se provoca una desexcitación estimulada hasta retornar al estado base, en un proceso con efecto cascada que puede liberar  $n$  fotones. Estos fotones pueden estar correlacionados o no, dependiendo de ciertos parámetros preestablecidos.

Para los estados multi-fonón, una estrategia para la generación de múltiples fonones es mediante procesos de Stokes, o sea, empleando frecuencias de bandas laterales. Este procedimiento permite que, debido al acoplamiento del QD con la cavidad acústica, el electrón se desexcite y emita fonones, siempre que las frecuencias estén permitidas. Así, se pueden producir numerosos fonones con efecto cascada, los cuales pueden o no estar correlacionados.

Una línea de investigación en crecimiento popular es la física multifotónica (Kubanek et al., 2008; Ota et al., 2011) con aplicaciones potenciales: láseres multifotón (Gauthier et al., 1992), superar el límite de difracción (D'Angelo et al., 2001) y Metrología (Afek et al., 2010), entre otras. Un esquema para generación directa de estados de  $N$ -fotones en el mismo modo (bundles de  $N$ -fotones) ha sido propuesta bajo la plataforma de la electrodinámica cuántica de cavidades, en inglés cavity Quantum Electrodynamics (cQED) (Muñoz et al., 2014).

Así mismo, los fonones, análogos al fotón de la electrodinámica cuántica, pueden ser usados para almacenar, procesar y transducir información cuántica (Vargas-Calderón et al., 2022). La rapidez de las ondas acústicas<sup>3</sup> junto con la variedad de energías características de los fonones<sup>4</sup> que van desde megahertz (MHz) a terahertz (THz) (Kettler et al., 2021; Wigger et al., 2021), en general, diferentes a las ópticas, los hace especialmente adecuados para comunicaciones a cortas distancias, como unos pocos cientos de micrómetros o menos, es decir, comunicación en chips (Gustafsson et al., 2014; Wan et al., 2021). Por lo tanto, los fonones<sup>5</sup>, surgen como fuertes candidatos para la ingeniería de dispositivos cuánticos de estado sólido y comunicaciones cuánticas en chip (Bin et al., 2020). Además, estos modos vibracionales cuánticos de los sólidos tienen un gran potencial para ser usado en aplicaciones tecnológicas en metrología o procesamiento de la información cuántica (J. Zhang et al., 2018).

Dentro de las ventajas que presentan los fonones están: son inmunes a las pérdidas de radiación dentro del campo electromagnético de vacío, debido a que necesitan un medio material para propagarse (en dispositivos de estado sólido, comúnmente) y muchas técnicas experimentales desarrolladas por físicos del estado sólido (Ask et al., 2019) ya están disponibles para las tareas de procesamiento de información cuántica con fonones.

---

<sup>3</sup>Es significativamente menor que la velocidad de la luz.

<sup>4</sup>Debido a que las cavidades fonónicas son bastante sintonizables con una gran variedad de rangos de frecuencia resonante, desde gigahertz (GHz) hasta terahertz (THz), ya han sido fabricadas (Borri et al., 2001)

<sup>5</sup>También conocidos como cuantos de ondas mecánicas o de sonido

## 2. Motivación

Entre las aplicaciones de fonones THz se destacan la detección, debido a que tienen una longitud de onda comparable a las constantes de red, y obtención de imágenes a nanoescala como la detección de estructuras microscópicas subsuperficiales con precisión atómica (Bin et al., 2020).

Actualmente la fonónica cuántica ha progresado enormemente. Es posible implementar láseres fonónicos (Kabuss et al., 2012), redes cuánticas fonónicas (Lemonde et al., 2018), dispositivos cuánticos acústicos (Schütz, 2017), hasta detectar la interacción electrón-fonón en puntos cuánticos dobles (Hartke et al., 2018). Por lo tanto, se estudian los fonones y su interacción con otras excitaciones para probar la física fundamental en sistemas cuánticos de muchos cuerpos, y también en sistemas individuales (von Lüpke et al., 2022).

Una tarea importante de la fonónica, como un hito fundamental en el camino de los dispositivos cuánticos acústicos, es la generación de estados cuánticos multifonón. Por ejemplo, antibunching<sup>6</sup> bundles<sup>7</sup> y estados fonónicos  $N00N$ <sup>8</sup> podrían ser valiosos como fuentes de  $N$ -fonones (Chu et al., 2018) y para medidas de precisión cuántica acústica (Toyoda et al., 2015), respectivamente.

Las fuentes altamente no clásicas son útiles para metrología cuántica (J. Zhang et al., 2018), detección cuántica, tecnologías cuánticas tal como las memorias cuánticas y los transductores (Arrangoiz-Arriola et al., 2018). Para su realización es necesario estados multifonón, a pesar de que la mayoría de esfuerzos teóricos y experimentales se han enfocado en generar y controlar fonones individuales.

Un trabajo destacado con estados multi-fonón es el de Bin et al. (2020) donde proponen un sistema físico, en acustodinámica cuántica, compuesto de un punto cuántico semiconductor, modelado como un sistema de dos niveles, acoplado al modo fonón de la cavidad acústica. El QD es bombeado coherentemente por un láser externo ajustando finamente su frecuencia para excitar oscilaciones gigante-Rabi, principalmente, entre el estado vacío y un estado excitón, acompañado por  $N$  fonones en la cavidad acústica. Los autores muestran que los canales disipativos permiten la emisión de bundles de  $N$ -fonones, y luego analizan las estadísticas cuánticas de esta emisión, encontrando que, dependiendo de los parámetros Hamiltonianos y disipativos, pueden producir un láser de fonones o un cañón de fonones.

---

<sup>6</sup>Los estados cuánticos vienen desempaquetados, o desagrupados; en particular, quiere decir que cada fonón está definido por su propio estado y no hay un estado que los represente a todos como individuo

<sup>7</sup>Los fononones, para este caso, se pueden empaquetar, o agrupar, sin perder sus propiedades cuánticas. Por lo tanto, la estadística que los representa es cuántica. Además, cada uno tiene el mismo modo.

<sup>8</sup> $|\psi_{N00N}\rangle = (|N\rangle_a |0\rangle_b + e^{iN\theta} |0\rangle_a |N\rangle_b)/\sqrt{2}$  donde  $|N\rangle_a$  y  $|N\rangle_b$  son estados cuánticos (con número cuántico  $N$ ) en los sistemas  $a$  y  $b$ , respectivamente, y  $|0\rangle_a$  y  $|0\rangle_b$  son estados cuánticos en los sistemas  $a$  y  $b$  en su estado base (estado cero). El segundo término,  $e^{iN\theta} |0\rangle_a |N\rangle_b$ , involucra un factor de fase  $e^{iN\theta}$ . Esto indica que el sistema  $a$  está en su estado base  $|0\rangle$  y el sistema  $b$  está en el estado cuántico  $|N\rangle$ , pero con un cambio de fase dado por  $e^{iN\theta}$ . Por lo tanto, el estado  $|\psi_{N00N}\rangle$  representa un estado cuántico en el que los sistemas  $a$  y  $b$  están correlacionados y pueden estar en una superposición de estados, dependiendo de los valores de  $N$  y  $\theta$ .

## 3. Problema de investigación

### 3.1. Planteamiento del problema

Se llevará a cabo un estudio sobre el efecto de un campo magnético externo, incluyendo el análisis Hamiltoniano de materia en un sistema cerrado, la producción de oscilaciones gigante-Rabi mediante el análisis del Hamiltoniano de interacción y de materia, la dinámica del sistema teniendo en cuenta canales de disipación, la emisión bundle de  $N$ -fonones y el espectro de emisión fonónica. Este estudio se realizará en una cavidad monomodal QED acústica con un punto cuántico, considerando la base excitónica más completa que incluye excitones brillantes y oscuros.

### 3.2. Objetivo general

Estudiar el efecto de un campo magnético externo en la producción de oscilaciones gigante-Rabi.

### 3.3. Objetivos específicos

- (a) Caracterizar la dinámica cuántica cuando se incluye la interacción del campo magnético.
- (b) Estudiar el rol que juega el campo magnético en la producción de oscilaciones gigante-Rabi.
- (c) Explorar si al aplicar un campo magnético externo se generan bundles de  $N$ -fonones en espectro de emisión.

### 3.4. Metodología

El presente proyecto propone un estudio teórico que considera tres etapas para alcanzar los objetivos propuestos:

1. El efecto del campo magnético en un sistema cerrado de materia, utilizando un análisis Hamiltoniano para describir y entender las dinámicas del sistema. La producción de oscilaciones gigante-Rabi, que son oscilaciones coherentes entre estados de un sistema cuántico, inducidas por la interacción con un campo electromagnético.

### 3. Problema de investigación

Se realizará un análisis del Hamiltoniano de interacción y de materia para entender este fenómeno.

2. La dinámica del sistema considerando al menos cuatro canales de disipación. Los canales de disipación son formas en las que la energía puede salir del sistema, y su estudio es crucial para entender la evolución temporal del sistema.
3. La emisión de un conjunto de  $N$ -fonones. ya que su emisión puede proporcionar información valiosa sobre las propiedades del sistema. Por medio del espectro de emisión fonónica, que es la distribución de energía de los fonones emitidos por el sistema.

Todo esto se llevará a cabo en el contexto de una cavidad monomodal de electrodinámica cuántica (QED) acústica que contiene un punto cuántico. En este sistema, se considerará la base excitónica más rica, incluyendo tanto excitones brillantes como oscuros.

## 4. Estado del arte

### 4.1. Excitones oscuros en un sistema QD-cavidad bajo un campo magnético inclinado

El presente trabajo “Excitones oscuros en un sistema QD-cavidad bajo un campo magnético inclinado” por (Jiménez-Orjuela et al., 2017) es revisado a detalle. El sistema considerado es un punto cuántico auto-ensamblado incrustado en una cavidad pilar (Kim et al., 2011)<sup>1</sup> bimodal, se asume los modos polarizados a izquierda o derecha, bajo el efecto de un campo magnético con inclinación, estático y excitación coherente. La diferencia con otros trabajos (W. Zhang et al., 2014) es que se considera la presencia de excitones oscuros. Además, se reporta la situación donde su presencia es importante. El estudio se modela usando aproximación con la ecuación maestra, con excitación láser rápida de pulso débil. Se buscan los parámetros donde los estados excitón-oscuro se vuelven poblados y estudian la solución estacionaria para imitar los resultados experimentales. Se obtuvo que para un conjunto de parámetros es posible tener estados excitón-oscuro poblados y la presencia de los excitón-oscuro modifica fuertemente la ocupación de los modos de la cavidad. Lo cual es adecuado para la verificación experimental

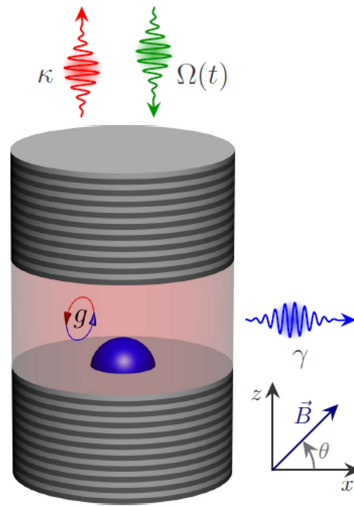


Figura 4.1.: Representación esquemática del sistema cavidad-QD bajo el efecto de laser pulsado  $\Omega(t)$  y un campo magnético  $\vec{B}$  con tasa de disipación de la cavidad  $\kappa$  y tasa de decaimiento QD  $\gamma$  (Jiménez-Orjuela et al., 2017).

Lo característico en puntos cuánticos auto-ensamblados es la interacción de intercambio y juega un papel importante (Bayer et al., 2002). Divide los estados excitón en brillantes

---

<sup>1</sup>Cabe mencionar que otras cavidades pueden ser usadas, por ejemplo, una nanocavidad cristal fotónica

#### 4. Estado del arte

y oscuros por  $\delta_0$ , mezcla los estados brillantes con acoplamiento  $\delta_1$  conduciendo a un estado excitón brillante polarizado linealmente. Finalmente, Mezcla los estados oscuros con acoplamiento  $\delta_2$  (ver fig. ??)<sup>2</sup>

El Hamiltoniano del sistema es

$$H = H_{\text{QD}} + H_{\text{mag}} + H_{\text{cav}} + H_{\text{pump}} \quad (4.1)$$

ver ecuaciones (??, ??, 6.2, 6.5) donde se muestra detalladamente cada uno de los términos.

#### Análisis Hamiltoniano

El primer estudio realizado es Hamiltoniano, es decir, primero se estudia el sistema cerrado, analizando el comportamiento de sus bandas de energía y sus estados propios variando el la intensidad del campo magnético. Suponen el acoplamiento entre excitón y cavidad independiente de su polarización, con valores  $g_a = g_b = 100 \mu\text{eV}$ . Además, se considera la tasa de decaimiento de excitón-oscuro<sup>3</sup>  $\gamma_3 = \gamma_4 = 0.1 \mu\text{eV}$ .

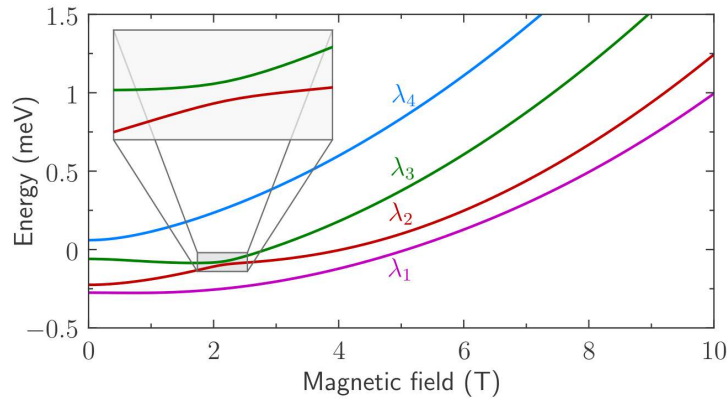


Figura 4.2.: Espectro de energía excitónico como una función del campo magnético. Para una inclinación  $\theta = \pi/3$ , el recuadro muestra el anticruce (Jiménez-Orjuela et al., 2017).

Como se observa en la figura 4.2 el espectro es dominado por el corrimiento diamagnético, como se esperaba.

De acuerdo a la figura 4.3 en  $B = 0$ , los estados propios  $|\lambda_1\rangle$  y  $|\lambda_2\rangle$  son una mezcla de estados oscuros y  $|\lambda_3\rangle$  y  $|\lambda_4\rangle$  una mezcla de estados brillantes. Cuando se incrementa el campo magnético presenta algunos anticruces que mezcla estados excitón -oscuro y brillante. Para un campo magnético alrededor de 2 T se ve claramente la mezcla entre los estados propios  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$ . En 6 T se presenta otro anticruce, pero ahora entre los estados propios  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , este no se ve claramente en el espectro, pero es evidente cuando se miran las componentes de probabilidad de los estados propios correspondientes.

<sup>2</sup>Se despreció estados con doble ocupación, tal como el biexcitón, debido a que se usa excitación láser de baja potencia y el efecto de fonones (Lüker et al., 2017)

<sup>3</sup>Eligen un valor grande para la tasa de decaimiento para mostrar que sus resultados son robustos, los valores típicos son mucho más pequeños que la tasa de decaimiento de un excitón-brillante.

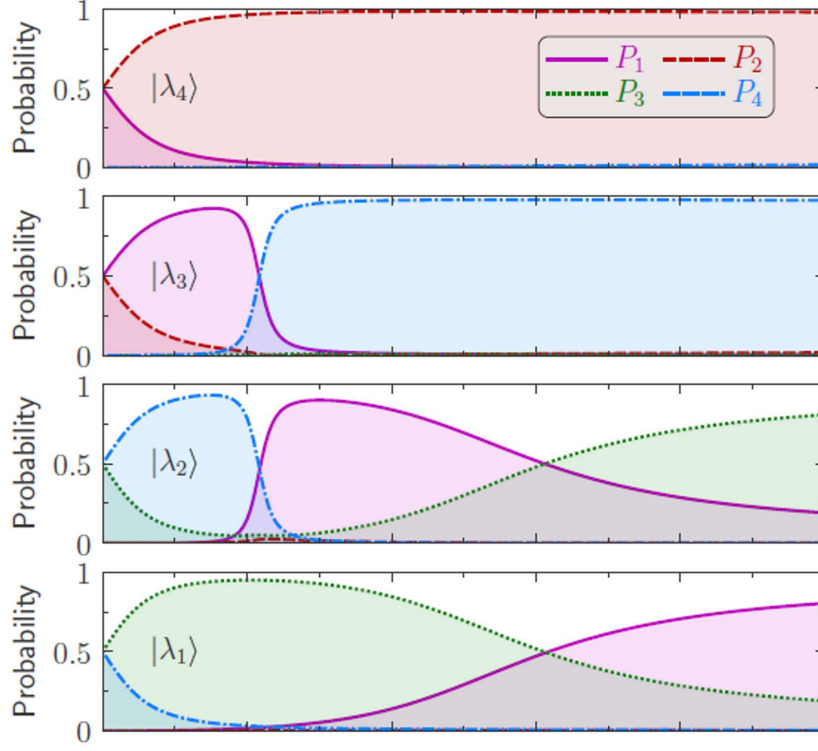


Figura 4.3.: Componentes de probabilidad de los eigenstate's en la base excitónica desnuda (Ordenados de abajo hacia arriba con respecto a su autovalor) (Jiménez-Orjuela et al., 2017).

En campos magnéticos más altos que los mostrados la tendencia de los estados propios es convertirse en un estado excitón puro. Debido a que la división Zeeman se incrementa y supera la mezcla inicial presentada para campo magnético cero.

### Dinámica usando un láser pulsado

Al estudiar la dinámica de un campo láser pulsado, en la primer búsqueda de parámetros, se puede ignorar la decoherencia<sup>4</sup> al evaluar los valores esperados de los estados excitón-brillante y oscuro- en un tiempo corto después del pulso (60 ps), por lo tanto, es como si se analizara la dinámica de un sistema cerrado (ver ecuaciones 6.25 y 6.26) para un bombeo pulsado rápido ( $\tau = 10$  ps) y débil polarizado circularmente en resonancia con los modos de la cavidad ( $\omega_L = \omega_a = \omega_b$ ).

Eligen cuidadosamente el tamaño adecuado para la base de Fock correspondiente a cada polarización para describir correctamente el problema<sup>5</sup>. Los resultados se muestran a continuación con gráficas de falso color que describen la probabilidad de ocupación de cada uno de los estados excitónicos en un tiempo corto después del pulso bombeado, para cada polarización, débil  $\Omega_{0i} = 50\mu\text{eV}$  ( $i = a, b$ ) con duración de  $\tau = 10$  ps establecida en  $t_c = 30$  ps:

<sup>4</sup>porque el bombeo es rápido ( $\tau = 10$  ps) y los tiempos de evolución son cortos (60 ps). Al agregar la decoherencia el único efecto observado, en los casos de prueba, fue que suavizó los valores esperados (estos resultados no son mostrados)

<sup>5</sup>Una base de Fock más pequeña que 20 estados, para cada polarización, es suficiente.



#### 4. Estado del arte

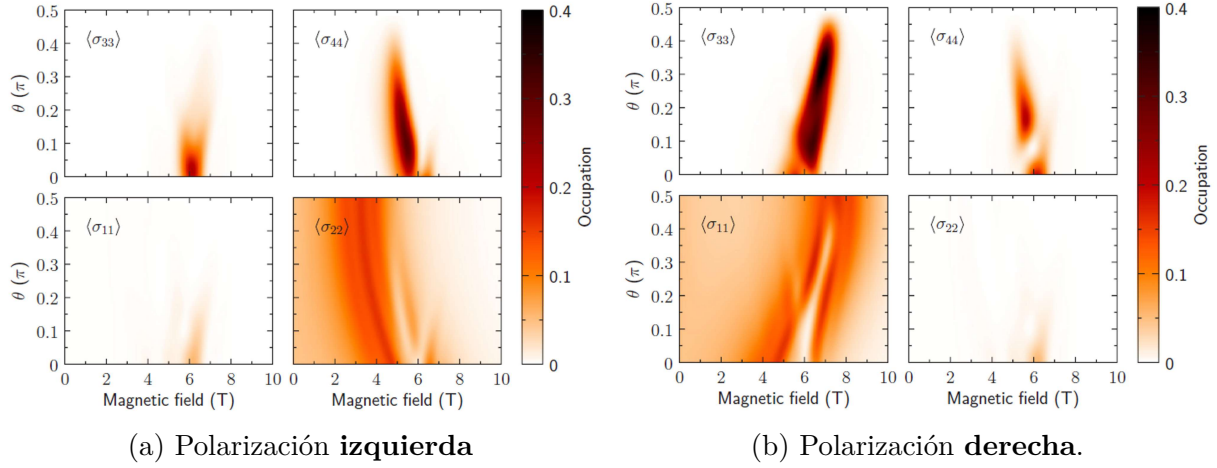


Figura 4.4.: Dinámica de la ocupación de los estados excitónicos para un tiempo final ( $t_f = 60$  ps) como función del campo magnético y el ángulo de inclinación (Jiménez-Orjuela et al., 2017)

En la figura 4.4b se puede observar que ambos estados oscuros ( $\langle\sigma_{33}, \sigma_{44}\rangle$ ) pueden ser poblados. Su mejor ocupación ocurre en un campo magnético de alrededor 7 T y un ángulo del campo magnético en  $\theta \simeq \pi/3$ . En la figura 4.4a los excitones son poblados en campos magnéticos de alrededor de 5-6 T. El ángulo en el que son más poblados es  $\theta \simeq 0.1\pi$ . En ambos casos se considera que los modos de la cavidad están 0.5 meV por encima de la energía del excitón brillante,

$$\omega_{a,b} = \omega_x + 0.5 \text{ meV}. \quad (4.2)$$

Concluyen que los estados oscuros no pueden ser despreciados cuando se aplique un campo magnético. Cómo se puede observar los excitones oscuros son ocupados por un rango amplio de ángulos de inclinación, incluso para la configuración de Voigt ( $\theta = 0$ ). Excepto para la configuración de Faraday ( $\theta = \pi/2$ ), aunque es una situación muy ideal, la cuál no representa de forma adecuada una situación experimental real, por lo que siempre se va a encontrar con una mezcla entre estados oscuros y brillantes cuando se aplica un campo magnético.

#### Dinámica usando un campo láser continuo

Al estudiar el sistema con un cw láser<sup>6</sup> encuentran la situación en la que los excitones son incluso más importantes (ver figura 4.5(a)).

Ahora se quiere encontrar la solución de estado estacionario del operador densidad<sup>7</sup>. Para ello se debe solucionar la dinámica completa (ver ec. 6.27). Se establecen los parámetros de simulación así: para la figura 4.5(a)  $\Omega_a = 100 \mu\text{eV}$ ,  $\Omega_b = 0$ , y  $\theta = \pi/3$ , figura 4.5(b)  $\Omega_a = 0$ ,  $\Omega_b = 100 \mu\text{eV}$ , y  $\theta = 0.1\pi$ .

<sup>6</sup>Ya que en la mayoría de experimentos con QDs en cavidades en la presencia de campo magnético, se usa un bombeo láser continuo.

<sup>7</sup>Debido a que el tiempo de integración es más largo no se puede despreciar la decoherencia

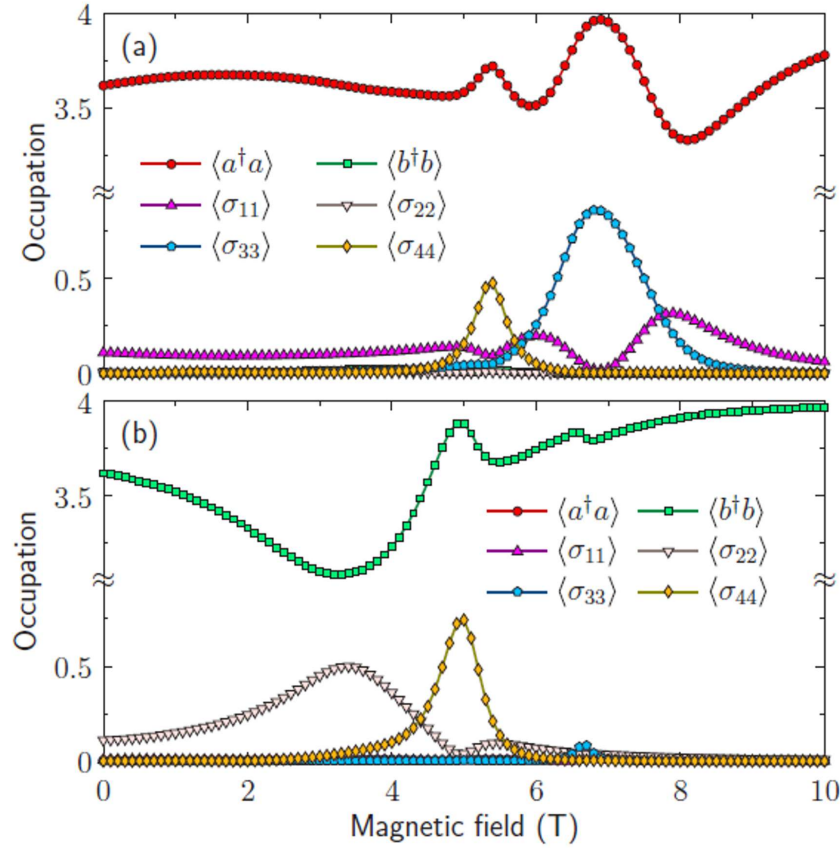


Figura 4.5.: Valores esperados del estado estacionario como una función de la intensidad del campo magnético. (a) Campo láser cw con polarización derecha  $\Omega_a = 100 \mu\text{eV}$ . (b) Igual que (a) para un campo láser con polarización izquierda (Jiménez-Orjuela et al., 2017).

Se concluye sobre los estados de la cavidad que su ocupación estacionaria se ve fuertemente modificada cuando los estados del QD se vuelven resonantes con los modos de la cavidad, a saber, disminuye su población cuando los estados brillantes se vuelven más poblados e incrementa su población cuando los estados oscuros se vuelven más poblados. Ahora sobre los estados del QD (estados excitónicos). Cuando los estados oscuros están casi ocupados, los estados brillantes no están ocupados. Por lo tanto, para un conjunto específico de parámetros es posible poblar únicamente estados oscuros.

Los excitones oscuros son muy fáciles de poblar y, por lo tanto, no pueden ser despreciados y, como se puede observar en todos los casos, la presencia de estados oscuros modifica fuertemente la ocupación del modo de la cavidad, haciendo esta consideración muy importante para el entendimiento de un sistema QD en una cavidad bajo el efecto del campo magnético.

## 4.2. Emisión bundle de $N$ -fonones por medio del proceso de Stokes

En este artículo (Bin et al., 2020) presentan un método para implementar la emisión de  $n$ -fonones bundle de un punto cuántico (QD) acoplado a una nanocavidad acústica con acoplamiento electrón-fonón e impulsado coherentemente por un láser en la banda lateral de los fonones de  $n$ -ésimo orden. Este proceso de Stokes impulsado ópticamente realiza oscilaciones gigante-Rabi (Strekalov, 2014) entre estados con gran diferencia en su número de excitaciones. La emisión pura del bundle puede lograrse abriendo un canal disipativo para tales oscilaciones gigante-Rabi inducidas por las resonancias de Stokes. Se tiene un mecanismo físico para lograr oscilaciones gigante-Rabi, por ejemplo, a través del proceso de Stokes impulsado ópticamente. En particular, el giro del QD es acompañado por una generación de  $n$ -fonones en la cavidad, inducido por la interacción electrón-fonón.

El trabajo introduce los procesos de Stokes dentro de la teoría de emisión Bundle. Este régimen ampliado junto con la estructura de niveles más compleja muestra que la emisión bundle de  $n$ -cuantos no es limitado a plataformas y configuraciones particulares, sino que puede ser explotado en configuraciones más generales<sup>8</sup>. Este mecanismo conlleva a una serie de ventajas exclusivas que presenta nuestra propuesta, por ejemplo, la implementación es robusta al variar las intensidades de acoplamiento electrón-fonón y/o las intensidades de impulso, que únicamente cambia las condiciones resonantes. Esto deja mucho margen para lograr la emisión del bundle de  $n$ -fonones y optimizar su pureza, las actuales cifras de mérito (Stock et al., 2011) se encuentran cerca de un 99% de emisión de dos-fonones y 97% de emisión de tres-fonones. Además, aquí se tiene la emisión mezclada fonón-fotón, lo cual nos permite aislar eficiente y convenientemente la útil emisión de  $n$ -fonones de los otros (ópticos) canales de desexcitación. El modelo se podría usar para la realización de láseres y cañones de  $n$ -fonones anunciados ópticamente.

La propuesta abre aplicaciones potenciales para las comunicaciones cuánticas en chips, por ejemplo, la transferencia de información cuántica con bundles de fonones en futuras redes cuánticas en chip (Bienfait et al., 2019).

Un modelo a considerar donde se tengan resonancias de Stokes es en cQED<sup>9</sup> fonónica con un QD, de dos niveles<sup>10</sup>, acoplado a un modo monofonónico de una nanocavidad acústica con acoplamiento electrón-fonon e impulsado por un láser óptico. Por lo tanto, el Hamiltoniano del sistema es

$$H = H_{\text{cav-ph}} + H_{2\text{-QD}} + H_{2\text{-el-ph}} + H_{2\text{-láser}} \quad (4.3)$$

### Dinámica del sistema cerrado

Los autores hacen el análisis del sistema cerrado (ver ecs. 6.25 y 6.26) en tres regímenes de resonancias de Stokes (ver sección 6.3) para encontrar las oscilaciones esencialmente perfectas gigante-Rabi  $|0, v\rangle \leftrightarrow |n, c\rangle$ ,  $|0, v\rangle \leftrightarrow |\tilde{n}, c\rangle$  y  $|0, +\rangle \leftrightarrow |n, -\rangle$ , en la ausencia de disipación (ver fig. 4.6).

<sup>8</sup>En particular, ya que la resonancia de Stokes ideal se puede realizar sobre un amplio rango de parámetros.

<sup>9</sup>Electrodinámica cuántica de cavidades

<sup>10</sup>estado banda de conducción  $|c\rangle$  y estado banda de valencia  $|v\rangle$

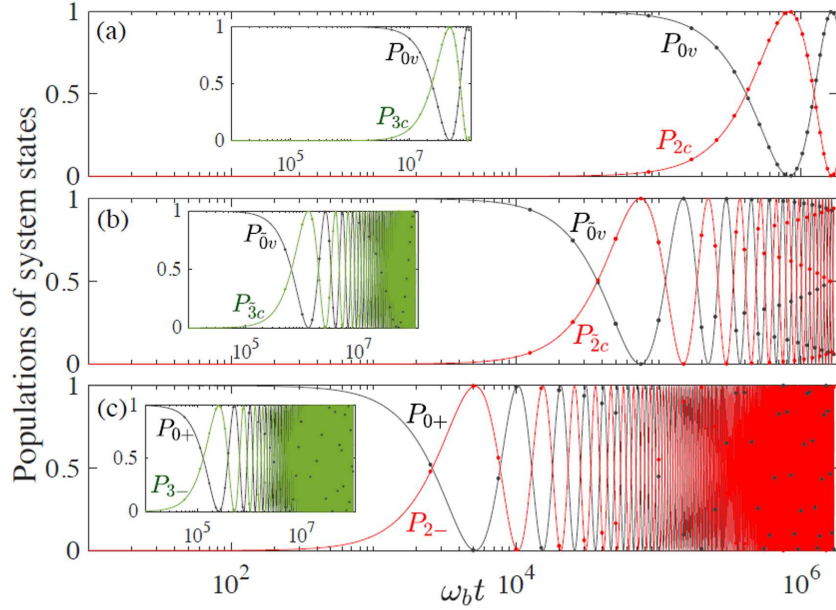


Figura 4.6.: Oscilaciones gigante-Rabi vistas a través de la dinámica de la población  $P_{jk}(t) = |\langle j, k | \psi(t) \rangle|^2$  ( $j = n, \tilde{n}$  y  $k = c, v, +, -$ ) con  $n = 2, 3$  correspondiendo a la parte principal y recuadro, respectivamente (Bin et al., 2020)

Muestran que en los tres regímenes los estados 2- y 3-fonón son periódicamente generados, con alta fidelidad. Gracias a los procesos de Stokes. Este es el mecanismo básico para la generación de alta pureza de emisión bundle de  $n$ -fonón.

Comparando las figuras 4.6(a), 4.6(b) y 4.6(c), se puede ver que incrementando  $\lambda$  y  $\Omega$  aumenta la rapidez de las oscilaciones gigante-Rabi. Esto también se puede observar claramente desde las soluciones aproximadas analíticamente  $\Omega_{\text{eff}}^{(n)}$  en todos los tres regímenes (ecuaciones 6.12, 6.15 y 6.19). Frecuencias más altas de oscilaciones conducen a tasas de emisión bundle  $n$ -fonón más altas.

### Dinámica del sistema abierto: emisión bundle $N$ -fonón

La disipación es el desencadenante de la emisión. Transfiere los estados  $n$ -fonón, mencionados anteriormente, dentro de la cavidad a bundles de  $N$ -fonones fuertemente correlacionados hacia afuera de la cavidad. Su fuerte correlación se puede ver por la función de correlación de fonones de igual-tiempo de  $n$ th-orden

$$g^{(n)} = \frac{\langle b^{\dagger n} b^n \rangle}{\langle b^{\dagger} b \rangle^n} \quad (4.4)$$

Para el primer régimen de parámetros la fig. 4.7(a) muestra las resonancias marcadas en la funciones de correlación (de abajo hacia arriba) de 2-orden, 3-orden, 4-orden y 5-orden. Claramente asociadas a las resonancias de Stokes  $\Delta = -n\omega_b$ . Se observa una caída dentro del pico bunching justo en la resonancia de 2-fonón en lugar de un pico de superbunching<sup>11</sup>

<sup>11</sup>Este término es usado para describir la estadística de partículas cuánticas. Se refiere a la tendencia, en un grado extremo, de las partículas a agruparse o emitirse juntas, por lo tanto, su correlación es muy fuerte.

#### 4. Estado del arte

(cómo se esperaría de una emisión multifonónica)<sup>12</sup>. Sucede que el sistema entra en un nuevo régimen de emisión, a saber, bundles fuertemente correlacionados, en consecuencia, para obtener la información completa del bundle se debe usar una función de correlación generalizada que describa al bundle como una cuasi-partícula

Las funciones de correlación generalizadas  $g_m^{(n)}$  son halladas sobre el bundle en sí mismo, es decir, como si fuese una nueva partícula y da información sobre el bundle en sí mismo, es decir, si es antibunched (cañón de  $n$ -fonones), no correlacionado (láser de  $n$ -fonones) o bunched (estados térmicos de bundles).

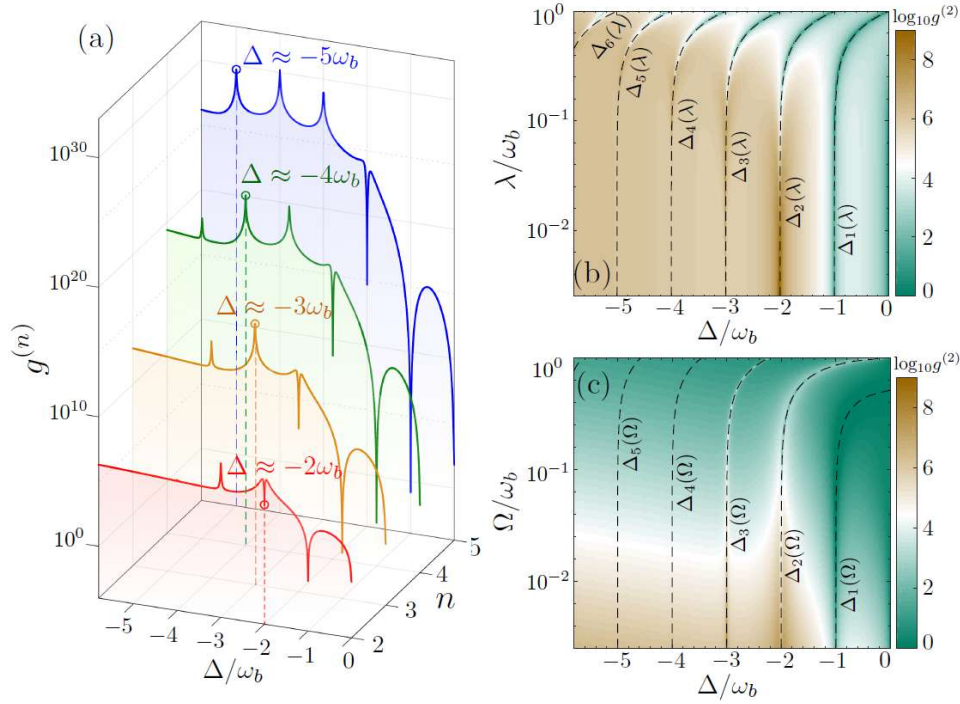


Figura 4.7.: Funciones de correlación de  $n$ -th orden  $g^{(n)}$  en igual-tiempo en función de  $\Delta/\omega_b$ . (b)-(c) Función de correlación  $g^{(2)}$  para diferentes  $\lambda/\omega_b$  (b) y  $\Omega/\omega_b$  (c). Las líneas discontinuas indican las resonancias de  $n$ -fonones  $\Delta = -n\omega_b$ ,  $\Delta = \Delta_n(\lambda)$ , y  $\Delta = \Delta_n(\Omega)$ . Los parámetros del sistema son (a)  $\lambda/\omega_b = 0.03$ ,  $\Omega/\omega_b = 0.003$ , (b)  $\Omega/\omega_b = 0.003$ , (c)  $\lambda/\omega_b = 0.03$ , y para los paneles (a)-(c)  $\kappa/\omega_b = 0.002$ ,  $\gamma/\omega_b = 0.0002$  y  $\gamma_\phi/\omega_b = 0.0004$  (Bin et al., 2020).

Las figuras 4.7(b) y 4.7(c) muestran cómo al aumentar  $\lambda$  y  $\Omega$  las resonancias se desplazan (indicando el nuevo régimen). La figura muestra también que las diferencias de frecuencia de las resonancias  $n$ - ( $n+1$ )-fonón es casi independiente de  $n$  (señal clara de resonancias de Stokes)

Para asegurar alta pureza de la emisión bundle  $N$ -fonón se debe suprimir las excitaciones fonónicas fuera de resonancia. Para ello se optimiza la frecuencia del bombeo de tal forma que  $\omega_b \gg \kappa, \gamma$ <sup>13</sup>. Con la técnica mencionada anteriormente se puede realizar una fuente versátil multi-fonónica controlada ópticamente, debido a que el orden  $n$  del bundle puede ser controlado simplemente ajustando la frecuencia del bombeo láser.

<sup>12</sup>Aunque  $g^{(n)}$  no garantice una actual emisión  $n$ -fonón, si debería revelar la intensidad de las correlaciones entre fonones y no lo hizo

<sup>13</sup>Incluso para grandes  $n$  (Bin et al., 2020)

#### 4. Estado del arte

Este tipo de fenómenos pueden ser importantes en el estudio de las interacciones cuánticas y la generación y manipulación de estados cuánticos de la luz y la materia, con posibles aplicaciones en tecnologías como la computación cuántica, las comunicaciones cuánticas y la sensibilidad cuántica.

En conclusión, proponen un método eficiente para producir emisión bundle, de alta pureza<sup>14</sup>, de  $n$ -fonones basado en el proceso de Stokes, con bundles fue obtenida sobre un amplio rango de parámetros. La pureza de la emisión  $n$ -fonón depende del decaimiento de la cavidad y la intensidad del acoplamiento electrón-fonón, y es robusta con la intensidad del bombeo láser. La ventaja más destacada del método propuesto es la fácil sintonización, simplemente ajustando la frecuencia del bombeo láser se pueden producir, esencialmente, emisiones puras de 2- y 3-fonones con la tecnología disponible actualmente.

### 4.3. Oscilaciones gigante-Rabi de excitones oscuros sin campo magnético externo

Los autores (Vargas-Calderón et al., 2022) estudian un QD bombeado coherentemente con un láser externo. Considerando la base excitónica proporcionada por las diferentes alineaciones de espín del electrón y el hueco que componen el excitón. Inmerso en una cavidad acústica monomodal (Weiß & Krenner, 2018). La base del QD se compone en total por 5 estados de materia: el base, 2 excitones brillantes y 2 excitones oscuros. Esta nueva base permite la descripción de interacciones más complejas en el sistema y posibilita el control de fenómenos interesantes.

Los principales aportes son: los excitones oscuros pueden ser excitados, aprovechando la interacción Beer-Pikus, ajustando finamente la frecuencia del láser<sup>15</sup>. Se pueden emitir bundles de  $N$ -fonones, ya que se puede realizar oscilaciones gigante-Rabi entre un estado vacío y un estado excitón oscuro  $N$ -fonón.

Entre las ventajas del método se destaca que el ajuste fino de la frecuencia del láser puede realizarse para apuntar a cualquier oscilación gigante-Rabi deseada para una amplia gama de parámetros, como las tasas de desintegración, las energías características y las constantes de acoplamiento. Lo destacado del método es que se puede pensar como una receta para generar oscilaciones gigante-Rabi. Lo cuál lo vuelve versátil para cualquier sistema, aunque La amortiguación de la oscilación depende de la naturaleza disipativa de la realización física del QD incrustado en una cavidad acústica.

Se considera un punto cuántico bombeado en una cavidad descrita por el siguiente Hamiltoniano (Bin et al., 2020)

$$H = H_{\text{QD}} + H_{\text{láser}} + H_{\text{cav}} + H_{\text{el-ph}} \quad (4.5)$$

ver ecuaciones ??, 6.7, 6.3 y 6.21 para revisar con más detalle los términos que componen el sistema.

---

<sup>14</sup>La emisión bundle con alta pureza (> 97%) se logró.

<sup>15</sup>Sin la necesidad usual del campo magnético externo (Jiménez-Orjuela et al., 2017) lo cuál es más desafiante, y costoso, experimentalmente.

### Dinámica del sistema cerrado

Hallan la dinámica del sistema sin interactuar con el entorno<sup>16</sup>. Encuentran cómo y en qué estados se generan las oscilaciones gigante-Rabi. El acoplamiento electrón-fonón acompañado por el proceso de Stokes impulsado ópticamente a través del bombeo, permite la generación de oscilaciones gigante-Rabi entre los estados vacío  $|\text{phonons} = 0\rangle \otimes |\text{QD} = v\rangle$  (para débil bombeo láser) y un estado propio del Hamiltoniano completo (Bin et al., 2020). Se muestran las oscilaciones gigante-Rabi producidas seleccionando un estado propio compuesto principalmente de  $N$  fonones y excitones oscuros (ver figura 4.8)

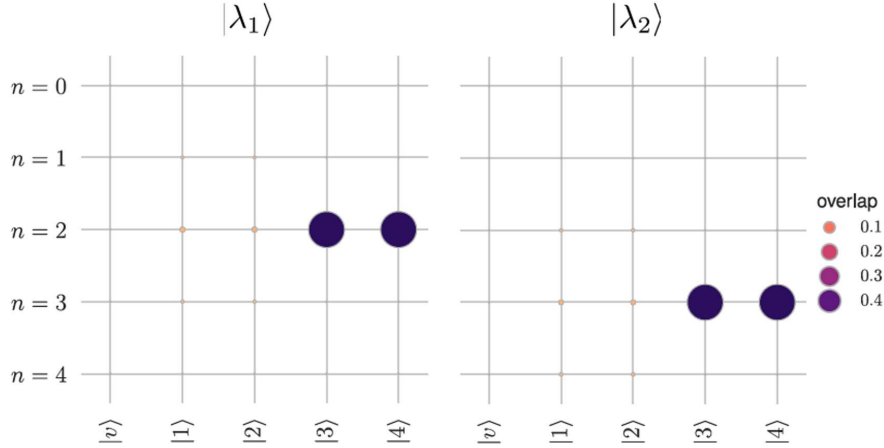


Figura 4.8.: Estados propios del Hamiltoniano completo para acoplamiento débil electrón-fonón ( $g = g_{bb} = g_{bd} \approx 0.02\omega_b$ ), bombeando ( $\Omega_1 \approx 0.082\omega_b$ ,  $\Omega_2 = 0$ ), y el láser externo en resonancia con la energía del brillante-excitón ( $\omega_L = \omega_X$ , donde la frecuencia del QD puede ser elegida para coincidir con cualquier energía excitón del QD semiconductor, e.g., 1.36 eV para GaAs QDs). Estos valores se usan durante el paper excepto la frecuencia del láser que debe ser ajustada finamente (Vargas-Calderón et al., 2022).

El estado  $|*\rangle_{\lambda_{1(2)}}$  está compuesto en su mayoría por el estado  $|2(3), d_+\rangle$ , donde

$$|d_{\pm}\rangle = \frac{|3\rangle \pm |4\rangle}{\sqrt{2}} \quad (4.6)$$

Las oscilaciones gigante-Rabi se logran a través de un efecto cascada (Bin et al., 2020), donde las transiciones del sistema van desde estado vacío  $|0, v\rangle$  a un estado excitón brillante (dependiendo de las amplitudes del láser) y luego (mayoritariamente) a un estado simétrico excitón oscuro con  $N$  fonones después de que el sistema sea guiado por el mecanismo de acoplamiento electrón-fonón.

Muestran con ambos ejemplos que es posible ajustar la frecuencia del láser para apuntar a oscilaciones gigante-Rabi entre el vacío  $|0, v\rangle$  y cualquier estado propio  $|\lambda\rangle$  del Hamiltoniano completo, considerando una frecuencia láser

$$\omega_L = \omega_{\lambda} - \omega_g \quad (4.7)$$

<sup>16</sup>Aunque no es una configuración realista del sistema, ayuda a comprender la física subyacente de la producción de oscilaciones gigante-Rabi



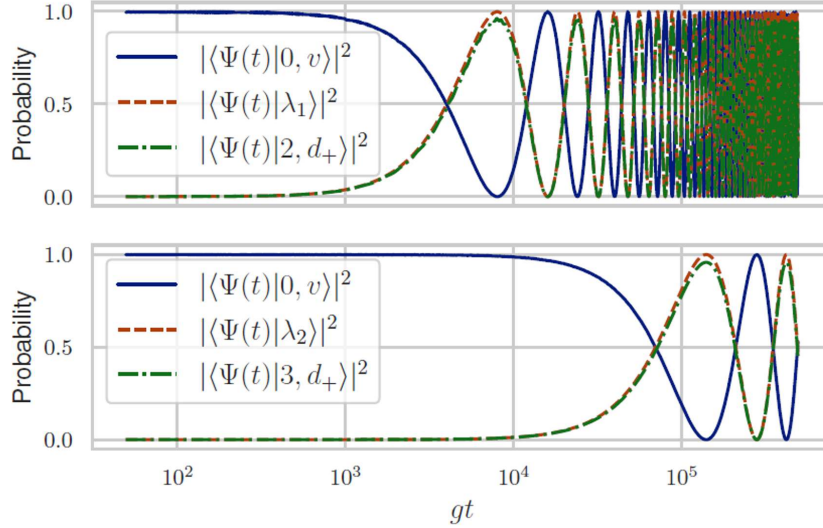


Figura 4.9.: Oscilaciones gigante-Rabi entre el estado de valencia de fonón 0 (línea continua) y los estados mostrados en la fig. 4.8 (línea discontinua). La línea discontinua muestra la evolución del estado  $|n, d_+\rangle$  para  $n = 2$  (panel superior) y  $n = 3$  (panel inferior). El desajuste del láser es  $\Delta/\omega_b = (\omega_X - \omega_L)/\omega_b \approx 1.960$  para el panel superior, y  $\approx 2.961$  para el panel inferior. Se utilizan las mismas condiciones de acoplamiento y bombeo de la fig. 4.8 (Vargas-Calderón et al., 2022).

donde  $\omega_\lambda = \langle \lambda | H | \lambda \rangle$  y  $\omega_g$  es su frecuencia estado-base (Bin et al., 2020).

No se halló las oscilaciones gigante-Rabi para los estados  $|n, d_-\rangle$  (estados de materia oscuro-excitón con antisimetría), aunque son eigenstates del Hamiltoniano completo, porque ellos no son accesibles de estados iniciales antisimétricos no oscuros, se puede comprobar con:

$$\langle m, \beta | H | n, d_- \rangle = 0 \quad (4.8)$$

donde  $|\beta\rangle$  es cualquier estado abarcado por estados brillante-excitón, y  $m$  es algún número de fonones. Se puede acceder a estos estados antisimétricos oscuro-excitón en la presencia de disipación.

### Dinámica del sistema abierto

Para estudiar una configuración realista del sistema propuesto, es necesario hacer la descripción como un sistema abierto (ver ec. 6.31). A través de los canales disipativos tal descripción muestra que las oscilaciones gigante-Rabi pueden emitir bundles de  $N$ -fonones (ver sección 4.2).

### Espectro de emisión

Para mostrar que los procesos de emisión  $n$ -fonón, con  $n = 2, 3$ , pueden ser resueltos en frecuencia se examina el espectro de emisión de fonones (véase la fig. 4.10(c)) por medio de la teoría espectral (ver sección 6.8).



#### 4. Estado del arte

El espectro de emisión de fonones  $I(\omega)$  se puede obtener a través del teorema Wiener-Khintchine en analogía al espectro de fotoluminiscencia (Perea et al., 2004)

$$I(\omega) \propto \frac{\kappa}{\pi} \int_0^\infty \langle b(t)b^\dagger(t+\tau)e^{i\omega\tau} \rangle d\tau \quad (4.9)$$

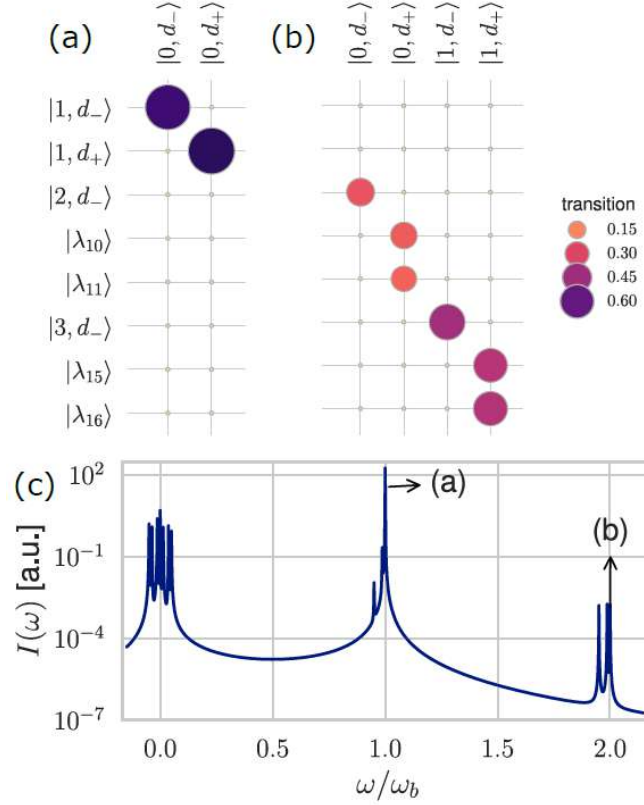


Figura 4.10.: Espectro de emisión de fonones  $I(\omega)$ . Los paneles (a) y (b) muestran los elementos  $|\langle \psi | \varrho | \phi \rangle|^2$  de las eigenmatrices Liouvillianas  $\varrho$  que coinciden con los picos señalados en el espectro de emisión de fonones de la fig.4.10 (Vargas-Calderón et al., 2022).

La figura 4.10(a) dice que el pico más prominente del espectro coincide con las transiciones entre estados oscuros con un fonón y estados oscuros con cero fonones<sup>17</sup>. La figura 4.10(b) nos muestra las transiciones permitidas para otro pico a una frecuencia de  $\omega = 2\omega_b$ , que coincide con las transiciones entre estados oscuros con dos fonones decayendo a estados oscuros sin fonones, y también estados oscuros con tres fonones decayendo a estados oscuros con un fonón.

Lo destacado del espectro de emisión es que el pico de emisión que coincide con 2-fonón es mucho más pequeño que el pico 1-fonón. Estas transiciones correspondientes pueden ser diferenciadas debido a la gran diferencia de energía en el espectro. Se asocia las frecuencias sideband con los picos del espectro de emisión fonónica debido a que se deben a transiciones entre estados oscuros y brillantes acompañadas de emisión de 0-, 1-, y 2-fonón, respectivamente.

<sup>17</sup>La excitación de las transiciones depende de la energía inyectada en el sistema y la intensidad de las interacciones que permiten ciertas transferencias de población.

En conclusión, los excitones oscuros son más robustos a la decoherencia, porque ellos no pueden acoplarse a los modos ópticos de fuga, y pueden ser dirigidos para realizar oscilaciones gigante-Rabi entre estados oscuros con  $N$  fonones y el vacío. Estas oscilaciones gigante-Rabi muestran un proceso en cascada restringido que acopla estados con diferente número de fonones, resultando finalmente en un acoplamiento efectivo entre el vacío y un estado excitón-oscuro-simétrico con  $N$  fonones. Cuando se abren los canales disipativos, otros estados intermedios son activados en el proceso en cascada, culminando en la emisión bundle de  $N$ -fonón. Para los parámetros estudiados, las funciones de correlación del bundle de  $N$ -fonón muestran estadísticas cuánticas correspondientes a antibunching<sup>18</sup>. A través del análisis del espectro de emisión, caracterizan las transiciones acústicas del sistema, demostrando que la emisión bundle de  $N$ -fonón puede ser resuelta en frecuencia<sup>19</sup>.

### 4.4. Estructura fina de excitones neutros y cargados en puntos cuánticos In(Ga)As / (Al)GaAs autoensamblados

Los autores (Bayer et al., 2002) realizan un estudio sobre la estructura fina de los puntos cuánticos neutros y cargados de In(Ga)As/(Al)GaAs. En este estudio, se han realizado experimentos y análisis teóricos para entender la estructura fina de estos puntos cuánticos. El documento menciona experimentos que implican la medición de las energías de transición de excitones en diferentes puntos cuánticos en función del campo magnético. Los excitones son pares de electrones y huecos que se atraen mutuamente y pueden existir en semiconductores y aislantes. De los resultados experimentales del estudio se establecen los parámetros para la simulación. Los valores usados son típicos para QDs auto ensamblados InAs/GaAs bajo un campo magnético:  $\delta_0 = 0.2$  meV,  $\delta_1 = 0.18$  meV,  $\delta_2 = 0.05$  meV,  $g_{hx} = -0.35$ ,  $g_{hz} = -2.2$ ,  $g_{ex} = -0.65$ ,  $g_{ez} = -0.8$ .

---

<sup>18</sup>Propiedad deseada para realizar cañones  $N$ -fonón.

<sup>19</sup>Característica importante para distinguir experimentalmente las cuasipartículas de fonones que escapan de la cavidad acústica.

## 5. Descripción del sistema físico

sin ecuaciones la física que caracteriza al sistema físico ejemplo del carro que conforma el sistema físico

## 6. Modelo teórico

toda la formulación matemática

### QD de dos niveles

$$H_{2\text{-QD}} = \omega_\sigma \sigma^\dagger \sigma \quad (6.1)$$

donde  $\omega_\sigma$  es la frecuencia de banda prohibida, o en inglés band-gap;  $\sigma = |v\rangle \langle c|$  ( $\sigma^\dagger$ ) es el operador aniquilación (creación) de Pauli para el QD.

### 6.1. Sistemas Hamiltonianos de Cavidades

#### Cavidad fotónica

Si se asume que tiene simetría circular y la cavidad es bimodal

$$H_{\text{cav}} = \omega_a a^\dagger a + g_a (a^\dagger \sigma_{01} + a \sigma_{10}) + \omega_b b^\dagger b + g_b (b^\dagger \sigma_{02} + b \sigma_{20}), \quad (6.2)$$

donde  $a^\dagger(b^\dagger)$  es el operador creación de fotón por polarización derecha (izquierda) dentro de la cavidad,  $\omega_a(\omega_b)$  es la frecuencia del modo, y  $g_a(g_b)$  es la intensidad de interacción con el estado excitón con misma polarización.

#### Cavidad acústica

El Hamiltoniano de la cavidad acústica tiene en cuenta el modo de energía de los fonones individualmente

$$H_{\text{cav-ph}} = \omega_b b^\dagger b \quad (6.3)$$

donde  $b^\dagger(b)$  es el operador creación (aniquilación) del modo fonónico con frecuencia de resonancia  $\omega_b$

## 6.2. Sistemas Hamiltonianos de Bombeos coherentes

Un bombeo coherente se caracteriza por tener frecuencia y polarización bien definidas. El bombeo láser puede ser pulsado o continuo, lo que los diferencia es que su intensidad, o impulso, depende del tiempo o no. Por lo tanto, la cavidad puede ser bombeada pulsada o continuamente.

El impulso  $\Omega_i(t)$  se define a partir de parámetros como: la amplitud del campo láser, el coeficiente de transmisión de la cavidad y el tipo de campo láser<sup>1</sup>. Si la forma de interacción del láser elegida es Gaussiana<sup>2</sup>, entonces

$$\Omega_i(t) = \Omega_{0i} \exp[-(t - t_c)^2/2\tau^2] (i = a, b) \quad (6.4)$$

donde  $\Omega_{0i}$  es el valor máximo de energía del pulso,  $t_c$  es el tiempo del centro del pulso y  $\tau$  es la anchura rms Gaussiana.

### Láser a una cavidad fotónica bimodal con QD de 5 niveles

Se puede modelado por

$$H_{\text{pump}} = \Omega_a(t)(ae^{i\omega_L t} + a^\dagger e^{-i\omega_L t}) + \Omega_b(t)(be^{i\omega_L t} + b^\dagger e^{-i\omega_L t}) \quad (6.5)$$

aquí,  $\omega_L$  es la frecuencia del láser y  $\Omega_a(t)[\Omega_b(t)]$  describe qué tan eficiente el modo de la cavidad puede ser bombeado con polarización derecha [izquierda].

### Láser a una cavidad monomodal acústica con QD de 2 niveles

$$H_{2\text{-láser}} = \Omega(e^{i\omega_L t}\sigma + e^{-i\omega_L t}\sigma^\dagger) \quad (6.6)$$

donde  $\Omega$  es la intensidad del láser, en este caso es un cw láser;  $\omega_L$  es la frecuencia del láser y  $\sigma = |v\rangle\langle c|$  ( $\sigma^\dagger$ ) es el operador aniquilación (creación) de Pauli para el QD.

### Láser a una cavidad monomodal acústica con QD de 5 niveles

Para iniciar las transiciones el QD es impulsado por un láser externo que bombea los estados brillante-excitón de la siguiente forma

$$H_{\text{láser}} = \Omega_1(e^{-i\omega_L t}\sigma_{1v} + e^{i\omega_L t}\sigma_{v1}) + \Omega_2(e^{-i\omega_L t}\sigma_{2v} + e^{i\omega_L t}\sigma_{v2}) \quad (6.7)$$

donde  $\Omega_1$  y  $\Omega_2$  son las magnitudes relativas de las amplitudes y dependen de la polarización del láser (Belhadj et al., 2009).

A continuación se ilustran las interacciones del láser continuo con el QD que causan transiciones entre diferentes estados

---

<sup>1</sup> $\Omega_i$  para un cw, en inglés continuous wave (cw), láser no depende del tiempo, es decir, es dependiente del tiempo en el caso de un bombeo pulsado.

<sup>2</sup>Otra forma común es Lorentziana.

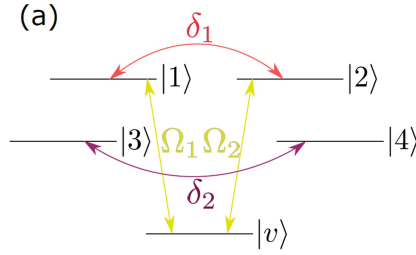


Figura 6.1.: Interacciones que causan transiciones entre diferentes estados del QD y el láser (con las flechas bidireccionales) (Vargas-Calderón et al., 2022).

### Transformación al marco rotante

Por medio de la transformación unitaria se remueve la dependencia temporal del Hamiltoniano del sistema completo, debido a que el láser adiciona términos que oscilan muy rápido, en el marco rotante de la frecuencia del láser

$$\tilde{H} = U H U^\dagger - \Gamma \quad (6.8)$$

con el operador unitario

$$U = \exp(i\Gamma t), \quad \text{con } \Gamma = \omega_L N_{\text{ex}}, \quad (6.9)$$

donde  $N_{\text{ex}}$  es la variedad de excitación del sistema y es definida por los proyectores. Para un QD semiconductor en una cavidad acústica, donde se tienen en cuenta los estados oscuros, los proyectores son de materia, por lo tanto (Vargas-Calderón et al., 2022),

$$N_{\text{ex}} = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} + \sigma_{44} \quad (6.10)$$

es decir, el proyector del modo fonónico ( $b^\dagger b$ ) no se toma en cuenta.

Para una cavidad fotónica, la forma de la transformación no cambia, si se debe agregar los proyectores de los modos de dicha cavidad.

## 6.3. Regímenes de resonancias de Stokes

Un modelo a considerar donde se tengan resonancias de Stokes es en cQED<sup>3</sup> fonónica con un QD acoplado a un modo monofonónico de una nanocavidad acústica con acoplamiento electrón-fonon  $\lambda$ . Un sistema punto cuántico de dos niveles con estado banda de conducción  $|c\rangle$ , estado banda de valencia  $|v\rangle$ , y frecuencia band-gap  $\omega_\sigma$ . El QD es impulsado por un láser óptico con frecuencia  $\omega_L$  y amplitud  $\Omega$ . Por lo tanto, el Hamiltoniano del sistema es (con  $\hbar = 1$ ) (Bin et al., 2020)

$$H = H_{\text{cav-ph}} + H_{2\text{-QD}} + H_{2\text{-el-ph}} + H_{2\text{-láser}} \quad (6.11)$$

Las resonancias de Stokes se producen cuando un láser bombea las bandas laterales, conocidas en inglés como 'sidebands', de los fonones de orden  $n$ . A medida que el fonón

<sup>3</sup>Electrodinámica cuántica de cavidades

## 6. Modelo teórico

comienza a perder energía y entra en resonancia con el punto cuántico, emite fonones con una única frecuencia permitida, es decir, la frecuencia de resonancia de la cavidad acústica. Esto se debe a que el fonón se encuentra confinado y no puede vibrar a otras frecuencias. Cuando alcanza la frecuencia de resonancia del punto cuántico, ha emitido  $n$  fonones durante el proceso. Finalmente, se desexcita de nuevo al estado de valencia.

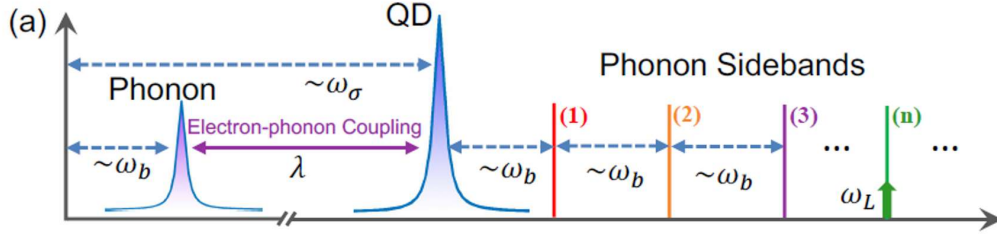


Figura 6.2.: Esquema del modelo y de las resonancias de Stokes en el dominio de frecuencia (Bin et al., 2020).

### Régimen de acoplamiento débil electrón-fonón e impulso láser

Parámetros  $\Omega, \lambda \ll \omega_b$  - En este régimen los siguientes términos, debido a que no influyen significativamente en la estructura de la energía del sistema, pueden ser ignorados:- Acoplamiento electrón-fonón- Impulso láser - En este régimen los estados propios del sistema son dados por el producto de estados  $|n, c/v\rangle$ , (fig. 6.3)

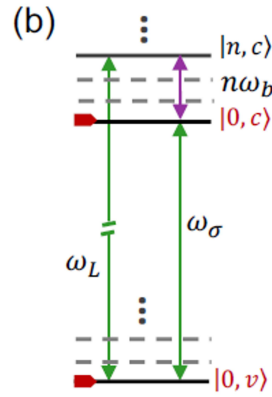


Figura 6.3.: Resonancias de Stokes para el primer régimen de parámetros, a saber,  $\Omega, \lambda \ll \omega_b$  (Bin et al., 2020)

La resonancia de Stokes ideal es entre estados  $|0, v\rangle$ ,  $|0, c\rangle$  y  $|n, c\rangle$ . Se realiza cuando el QD es impulsado a la frecuencia del sideband del fonón de  $n$ th-orden, es decir,  $\Delta = \omega_\sigma - \omega_L = -n\omega_b$ . El giro del QD es acompañado por la emisión de  $n$  fonones dentro de la cavidad acústica e inducido por la interacción electrón-fonón

Usando teoría de perturbaciones se encuentra que la aproximación de la tasa de transición de Stokes entre  $|0, v\rangle$  y  $|n, c\rangle$  conduce a oscilaciones gigante-Rabi (Bin et al., 2020)

$$\Omega_{\text{eff}}^{(n)} = \frac{\Omega(\lambda/\omega_b)^n}{\sqrt{n!}} \quad (6.12)$$

### Régimen de acoplamiento fuerte electrón fonón

parámetros  $\lambda \sim \omega_b$  El fuerte acoplamiento electrón-fonón cambia la estructura de energía, luego, conduce a condiciones de resonancia de Stokes diferentes.

Mediante una transformación desplazada  $H \rightarrow DHD^\dagger$ , con

$$D = \exp[(\lambda/\omega_b)\sigma^\dagger\sigma(b^\dagger - b)], \quad (6.13)$$

el Hamiltoniano se reduce a<sup>4</sup>

$$H = \omega_b b^\dagger b + \tilde{\omega}_\sigma \sigma^\dagger \sigma + \Omega[\sigma^\dagger e^{-i\omega_L t + \frac{\lambda}{\omega_b}(b^\dagger - b)} + \text{H.c.}], \quad (6.14)$$

con  $\tilde{\omega}_\sigma = \omega_\sigma - \lambda^2/\omega_b$ , la frecuencia de giro reescalada del QD y resonancia de Stokes  $n$ -fonon en  $\Delta = \Delta_n(\lambda) = \lambda^2/\omega_b - n\omega_b$  (fig. 6.4)

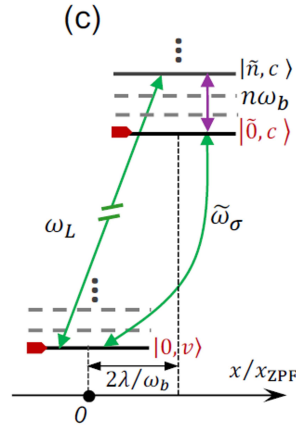


Figura 6.4.: La estructura de energía cambia en el régimen de acoplamiento fuerte  $\lambda \sim \omega_b$  (Bin et al., 2020)

Ahora el producto de estados  $|n, c\rangle$  es reemplazado por el estado desplazado  $|\tilde{n}, c\rangle = D|n, c\rangle$  y la tasa de transición Stokes asistida  $n$ -fonón se vuelve (Bin et al., 2020)

$$\Omega_{\text{eff}}^{(n)} = \frac{\Omega e^{-\lambda^2/2\omega_b^2} (\lambda/\omega_b)^n}{\sqrt{n!}} \quad (6.15)$$

### Régimen de fuerte impulso del láser

parámetros  $\Omega \sim \omega_b$  El QD se viste debido al fuerte impulso por el láser y forma una escalera de Mollow de colectores, separados por la energía del láser, donde cada colector consiste de muchos estados vestidos equidistantes  $|n, \pm\rangle$ <sup>5</sup> con

$$|\pm\rangle = c_\pm |v\rangle + c_\mp |c\rangle \quad (6.16)$$

donde

$$c_\pm = \frac{\sqrt{2}\Omega}{(\Delta^2 + 4\Omega^2 \pm \Delta\sqrt{\Delta^2 + 4\Omega^2})^{1/2}} \quad (6.17)$$

<sup>4</sup>Con la particularidad de que este  $H$  es similar al que describe un ion atrapado (Blockley et al., 1992).

<sup>5</sup>Difieren de la forma usual en sistemas cQED ópticos



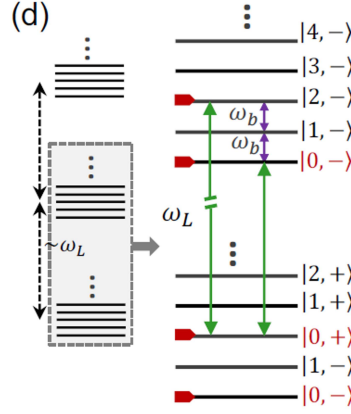


Figura 6.5.: Régimen de impulso fuerte, o de Mollow,  $\Omega \sim \omega_b$  (Bin et al., 2020)

con valores propios correspondientes

$$E_{|\pm\rangle} = \frac{\Delta}{2} \pm \frac{\sqrt{\Delta^2 + 4\Omega^2}}{2} \quad (6.18)$$

Las resonancias de Stokes asistida  $n$ -fonón aún se realiza. Sucede cuando el láser impulsa la transición  $|+\rangle \leftrightarrow |-\rangle$ , en  $\Delta = \Delta_n(\Omega) = -\sqrt{(n\omega_b)^2 - 4\Omega^2}$  y la tasa de transición correspondiente a  $n$ -fonón es (Bin et al., 2020)

$$\Omega_{\text{eff}}^{(n)} = (-1)^n \Omega (\lambda/\omega_b)^n \frac{\prod_{k=1}^{n-1} (nc_-^2 - k)}{(n-1)! \sqrt{n!}} \quad (6.19)$$

En conclusión, en un amplio rango de parámetros, este sistema muestra resonancias de Stokes asociadas con la generación periódica de  $n$  fonones en la cavidad acústica.

## 6.4. Hamiltonianos de interacción

### Acoplamiento electrón-fonón con un QD de dos niveles

$$H_{2\text{-el-ph}} = \lambda \sigma^\dagger \sigma (b^\dagger + b) \quad (6.20)$$

donde,  $\lambda$  es la intensidad de acoplamiento electrón-fonón,  $\sigma = |v\rangle \langle c|$  ( $\sigma^\dagger$ ) es el operador aniquilación (creación) de Pauli para el QD y  $b^\dagger(b)$  es el operador creación (aniquilación) del modo fonónico.

### Hamiltoniano electrón-fonón con QD de 5 niveles

Es posible acceder a los estados oscuros sin un campo magnético externo, esto debido al Hamiltoniano electrón-fonón, el cuál, tiene en cuenta el Hamiltoniano Bir-Pikus y la interacción de intercambio electrón-hueco. El Hamiltoniano Bir-Pikus está relacionado

## 6. Modelo teórico

con el acoplamiento del espín del hueco al tensor de deformación del QD (Woods et al., 2004). El Hamiltoniano electrón-phonon es

$$H_{\text{el-ph}} = \left\{ \frac{g_{bd}}{\sqrt{2}} [(1+i)(\sigma_{13} + \sigma_{14}) + (1-i)(\sigma_{23} + \sigma_{24})] + g_{bb}[\sigma_{11} + \sigma_{22} + i(\sigma_{12} - \sigma_{21})] \right\} (b^\dagger + b) + \text{H.c.} \quad (6.21)$$

donde  $g_{bb(bd)}$  son las tasas de acoplamiento a través de fonones del excitón brillante-brillante (brillante-oscuro).

El Hamiltoniano electrón-fonón es capaz de generar transiciones fonón-mediado entre excitones brillante y oscuro y entre los dos excitones brillantes (Roszak et al., 2007). Dicha interacción, esquemáticamente, se puede visualizar en la figura 6.6

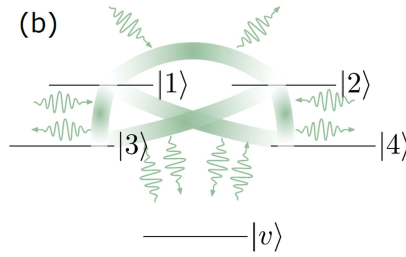


Figura 6.6.: Muestra las interacciones representadas por  $H_{\text{el-ph}}$  con líneas gradiente-coloreadas, que son mediadas por procesos de emisión y absorción por fonones en la cavidad acústica (Vargas-Calderón et al., 2022).

## 6.5. El operador densidad

En el marco de la mecánica cuántica, un estado puro es ilustrado por un vector de estado  $|\psi\rangle$  que es parte de un completo espacio de Hilbert. Existe una representación adicional que emplea una técnica conocida como operador de densidad, representado por  $\rho$ . Esta técnica, que fue propuesta en 1927 por John von Neumann, es matemáticamente idéntica a la del vector de estado pero resulta más adecuada para describir sistemas cuyos estados no se conocen completamente.

### Conjunto de Estados Cuánticos

Un grupo de sistemas físicos donde cada componente se identifica por el mismo vector  $|\alpha_i\rangle$  se denomina ensamble puro. En contraste, en un ensamble mixto, una fracción de los componentes se identifica por un vector  $|\alpha_i\rangle$ , otra fracción por un vector  $|\alpha_j\rangle$ , y así sucesivamente. En términos generales, un ensamble mixto puede considerarse como una combinación de ensambles puros. El operador de densidad describe el estado estadístico, ya sea puro o mixto, de un sistema cuántico.

### Características del operador densidad

Un operador de densidad tiene tres propiedades principales:

$$\rho = \rho^\dagger \quad (6.22a)$$

$$\text{Tr}(\rho) = 1 \quad (6.22b)$$

$$\langle \psi | \rho | \psi \rangle \geq 0 \text{ para todo } |\psi\rangle, \quad (6.22c)$$

donde  $\text{Tr}(\rho)$  es la traza<sup>6</sup> del operador  $\rho$ . Las 3 propiedades aseguran que el operador es Hermítico, normalizado y semi-positivo.

El operador de densidad que corresponde a un estado cuántico está determinado por la siguiente expresión:

$$\rho = \sum_{ij} c_i c_j^* |\psi_i\rangle \langle \psi_j|. \quad (6.23)$$

Dado que el operador de densidad se define mediante el operador de proyección, surge una propiedad de idempotencia,  $\rho = \rho^2$ , lo que proporciona un método directo para diferenciar los estados puros  $\text{Tr}(\rho^2) = 1$ , de los estados mixtos donde  $\text{Tr}(\rho^2) < 1$ .

En el ámbito de la mecánica cuántica, la **traza** tiene varias propiedades útiles y significativas<sup>7</sup>:

1. Invarianza bajo cambios de base: La traza de un operador no cambia si se realiza un cambio de base en el espacio de Hilbert. Esto la convierte en una cantidad fundamental en la teoría cuántica.
2. La traza de un producto de operadores es invariante bajo permutaciones cíclicas: Si tienes una serie de operadores  $A, B, C, \dots$ , la traza de su producto no cambia si permutas cíclicamente estos operadores. Es decir,  $\text{Tr}(ABC\dots) = \text{Tr}(C\dots AB) = \text{Tr}(BC\dots A)$ , etc. Esta propiedad es útil en cálculos teóricos.
3. Cálculo de valores esperados: La traza de un operador de densidad multiplicado por un observable (otro operador) da como resultado el valor esperado de ese observable. Es decir, si  $\rho$  es el operador de densidad y  $A$  es un observable, entonces

$$\text{Tr}(\rho A) = \langle A \rangle. \quad (6.24)$$

Estas propiedades hacen de la traza una herramienta extremadamente valiosa en el análisis de sistemas cuánticos. Debido a que el operador densidad contiene toda la información físicamente relevante del sistema.

---

<sup>6</sup>La traza se refiere a la suma de los elementos en la diagonal principal de una matriz. En este caso, esta matriz es usualmente una matriz que representa a un operador en un espacio de Hilbert finito o infinito contable.

<sup>7</sup>Que se usarán para nuestra variables dinámicas.

## 6.6. Dinámica de sistemas cerrados

La evolución temporal de un estado cuántico puro cerrado se puede obtener a partir del Hamiltoniano a través de la ecuación de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi\rangle = H |\psi\rangle, \quad (6.25)$$

donde  $H$  es el Hamiltoniano del sistema,  $|\psi\rangle$  es el estado cuántico y  $\hbar$  es la constante de Planck reducida.

### Ecuación de Von Neumann

La variación temporal del operador de densidad de un sistema cuántico aislado se representa por la ecuación maestra de *Von Neumann*, la cual se deriva directamente de la ecuación de Schrödinger (6.25) y de la ecuación (6.23)

$$i\hbar \frac{d\rho}{dt} = [H, \rho]. \quad (6.26)$$

A pesar de que el análisis Hamiltoniano no es una configuración realista del sistema, es necesario realizarlo para comprender la física subyacente del fenómeno que se desee estudiar, por ejemplo, la producción de oscilaciones gigante-Rabi.

## 6.7. Dinámica de sistemas abiertos

El ambiente en el que un sistema cuántico está inmerso juega un papel crucial en la dinámica del sistema. En particular, las interacciones con el ambiente causan dos tipos de procesos: la disipación y la decoherencia.

La **disipación** se refiere al proceso por el cual un sistema cuántico pierde energía al ambiente. Por ejemplo, un átomo que emite un fotón a su entorno está experimentando un proceso de disipación.

Por otro lado, la **decoherencia** se refiere al proceso que destruye la coherencia cuántica, una característica esencial de la mecánica cuántica. La coherencia cuántica es la capacidad de un sistema cuántico para existir en múltiples estados a la vez (una superposición de estados). Cuando se presenta la decoherencia, el sistema evoluciona a un estado en el que ya no es posible describirlo como una superposición de múltiples estados.

Para describir con precisión la dinámica de un sistema cuántico en presencia de disipación y decoherencia, necesitamos utilizar un formalismo que vaya más allá de la ecuación de Schrödinger. Aquí es donde entran en juego la ecuación maestra y el formalismo de Lindblad<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup>Garantiza que el operador de densidad sigue siendo válido en el transcurso del tiempo.

### Sistema cavidad bimodal-QD, de 5 niveles, bajo un campo magnético externo con inclinación

Para obtener la dinámica del sistema se soluciona numéricamente la matriz densidad dependiente del tiempo  $\rho(t)$  en la forma de Lindblad,

$$\frac{d\rho}{dt} = -i[H, \rho] + \kappa_a \mathcal{D}[a] + \kappa_b \mathcal{D}[b] + \gamma_1 \mathcal{D}[\sigma_{01}] + \gamma_2 \mathcal{D}[\sigma_{02}] + \gamma_3 \mathcal{D}[\sigma_{03}] + \gamma_4 \mathcal{D}[\sigma_{04}] \quad (6.27)$$

donde  $\mathcal{D}[L] = L\rho L^\dagger - \frac{1}{2}(L^\dagger L\rho + \rho L^\dagger L)$  es el superoperador Lindblad. Contiene los términos incoherentes de la matriz densidad. Se asume una aproximación Markoviana. Aquí  $\kappa_a(\kappa_b)$  es la tasa de pérdida de fotón del modo de la cavidad con polarización derecha (izquierda).  $\gamma_1(\gamma_2)$  es la tasa de decaimiento del BE  $|1\rangle$  ( $|2\rangle$ ). Se asume una tasa de decaimiento para los DEs  $\gamma_3$  y  $\gamma_4$ .

Para solucionar la ecuación maestra se expande los operadores en una base

$$|\psi\rangle = |n_a\rangle |n_b\rangle |s\rangle = |n_a, n_b, s\rangle \quad (6.28)$$

donde  $|n_a\rangle$  ( $|n_b\rangle$ ) es la base de Fock para el modo de la cavidad con polarización derecha (izquierda).  $|s\rangle$  es el estado QD descrito antes. Manejan el truncamiento de la base de Fock de tal forma que la ocupación máxima del fotón ( $\langle a^\dagger a \rangle$ ,  $\langle b^\dagger b \rangle$ ) no cambia cuando el tamaño de la base cambie en uno. Un truncamiento más pequeño que 20 para cada polarización fue suficiente. Debido a que se usó un campo láser de baja intensidad. Se consideró el estado inicial el estado base del QD y sin fotones en la cavidad ( $|\psi(0)\rangle = |0, 0, 0\rangle$ )

### Sistema cavidad acústica monomodal-QD, de 2 niveles con acoplamiento electrón-fonón

Se implementa con una ecuación maestra tipo Lindblad

$$\frac{d\rho}{dt} = -i[H, \rho] + \kappa \mathcal{L}[b] + \gamma \mathcal{L}[\sigma] + \gamma_\phi \mathcal{L}[\sigma^\dagger \sigma], \quad (6.29)$$

donde

$$\mathcal{L}[O] = (2O\rho O^\dagger - \rho O^\dagger O - O^\dagger O\rho)/2, \quad (6.30)$$

$\kappa(\gamma)$  es la tasa de decaimiento de la cavidad (QD) y  $\gamma_\phi$  es la tasa de decaimiento del dephasing puro del QD.

### Sistema cavidad acústica monomodal-QD, de 5 niveles con acoplamiento electrón-fonón

Para estudiar la disipación se asume un acoplamiento débil al entorno, este conduce a las usuales aproximaciones Born-Markov (Breuer & Petruccione, 2007), y se consideran cuatro canales disipativos:

1. Escape de fonones de la nanocavidad acústica a una tasa  $\kappa$  con un operador colapso<sup>9</sup>  $b$  debido al acoplamiento no deseado con los modos de fuga [55,56]

<sup>9</sup>Un operador colapso es el que se ingresa al superoperador Disipador, ejemplo particular,  $\mathcal{D}_b[\rho]$

## 6. Modelo teórico

2. Emisión espontánea de los excitones brillantes a una tasa  $\gamma_b$  con los operadores colapso  $\sigma_{vj}$  para  $j = 1, 2$
3. Emisión espontánea efectiva de los excitones oscuros (spin flip del electrón o el hueco seguido de una emisión espontánea del excitón brillante (Crooker et al., 2003)) a una tasa  $\gamma_d$  con operadores colapso  $\sigma_{vj}$  para  $j = 3, 4$
4. Desfase puro de todos los estados excitón a una tasa  $\gamma_\phi$  con operadores colapso  $\sigma_{jj}$  (Takagahara, 2002).

El estudio disipativo se hace bajo la ecuación Gorini-Kossakowski-Sudarshan-Lindblad, para los sistemas operador densidad

$$\frac{d\rho}{dt} = i[\rho, H] + \kappa \mathcal{D}_b[\rho] + \gamma_b \sum_{j=1,2} \mathcal{D}_{\sigma_{vj}}[\rho] + \gamma_d \sum_{j=3,4} \mathcal{D}_{\sigma_{vj}}[\rho] + \gamma_\phi \sum_{j=1}^4 \mathcal{D}_{\sigma_{jj}}[\rho], \quad (6.31)$$

donde

$$\mathcal{D}_A[\rho] = A\rho A^\dagger - \frac{1}{2}\rho A^\dagger A - \frac{1}{2}A^\dagger A\rho, \quad (6.32)$$

es el superoperador disipador del operador de colapso  $A$ .

## 6.8. Teoría espectral

La interpretación de cada pico de un espectro de emisión se realiza a través de la teoría espectral del operador Liouvilliano  $\mathcal{L}$ , el cual satisface la ecuación maestra escrita como (Manzano & Hurtado, 2018)

$$\frac{d\rho}{dt} = \mathcal{L}[\rho]. \quad (6.33)$$

La solución formal de la ecuación maestra del operador Liouvilliano independiente del tiempo es

$$\rho(t) = \sum_k e^{\Lambda_k t} \text{Tr}[\varrho_k \rho(0)] \varrho_k \quad (6.34)$$

donde  $\Lambda_k$  son los valores propios complejos de  $\mathcal{L}$  y eigenmatrices  $\varrho_k$ . Los  $\Lambda_k$  son asociados con los picos de emisión (Vargas-Calderón, 2018), la ubicación del pico con  $\text{Im}(\Lambda_k)$  y el ancho completo a mitad máxima  $\text{Re}(\Lambda_k)$ , las automatrices nos dan información de los estados que están involucrados en cada transición<sup>10</sup>. Sin embargo, para el sistema de la sección 4.3 no es posible usar la teoría espectral completamente debido a la presencia del bombeo coherente al QD, sin embargo, al examinar las eigenmatrices aún muestran qué estados están involucrados en las transiciones (ver fig. 4.10((a) y (b)))

---

<sup>10</sup>Se pueden estudiar sistemáticamente cuando involucren cambios en el número de excitaciones únicamente a través de procesos disipativos.

## 7. Resultados

A continuación relaciono los valores de los parámetros usados en todos los resultados siguientes:

Cuadro 7.1.: Parámetros Hamiltonianos

| Cavidad                       | Punto cuántico  | Bombeo coherente   | Interacción electrón-fonón                                 | Campo magnético   |
|-------------------------------|---|--|--|---|
| $\omega_c = 1.00 \text{ meV}$ | $\delta_0 = 40.0 \text{ } \mu\text{eV}$<br>$\delta_b = 18.0 \text{ } \mu\text{eV}$<br>$\delta_d = 5.00 \text{ } \mu\text{eV}$ | $\Omega_1 = 82.0 \text{ } \mu\text{eV}$<br>$\Omega_2 = 0.00 \text{ } \mu\text{eV}$ | $g_{bb} = 20.0 \text{ } \mu\text{eV}$<br>$g_{bd} = g_{bb}$ | $g_{hx} = -0.35$<br>$g_{hz} = -2.20$<br>$g_{ex} = -0.65$<br>$g_{ez} = -0.80$<br>$\alpha = 20.0 \text{ } \mu\text{eV}/\text{T}^2$<br>$\mu_B = 57.9 \text{ } \mu\text{eV}/\text{T}$ |

Cuadro 7.2.: Parámetros disipativos

| Cavidad                    | Punto cuántico   |
|----------------------------|--|
| $\kappa = 789 \text{ neV}$ | $\gamma_b = 18.7 \text{ neV}$<br>$\gamma_d = 0.1\gamma_b$<br>$\gamma_\phi = 400 \text{ neV}$ |

### 7.1. Descomposición espectral

A continuación se muestra el espectro de energías del sistema cuando no hay campo magnético ( $B = 0$ ), es decir, el sistema modelado por Vargas-Calderón et al., 2022. Se puede observar en la figura 7.1 que hay tres transiciones de estado permitidas y una prohibida a diferentes desajustes ( $\Delta = \omega_b - \omega_L$ ) con  $\omega_b$  siendo la energía de transición del estado vacío ( $|v, 0\rangle$ ) al estado excitón brillante simétrico ( $|X_{b+}, 0\rangle$ ) y  $\omega_L$  la energía del láser. A continuación se muestran las transiciones permitidas con sus desajustes correspondientes y la transición prohibida:

$$\langle v, 0 | H | X_{b+}, 2 \rangle \neq 0 \quad \text{con} \quad \Delta \approx -2.001 \text{ meV}, \quad (7.1)$$

$$\langle v, 0 | H | X_{b-}, 2 \rangle \neq 0 \quad \text{con} \quad \Delta \approx -1.981 \text{ meV}, \quad (7.2)$$

$$\langle v, 0 | H | X_{d+}, 2 \rangle \neq 0 \quad \text{con} \quad \Delta \approx -1.957 \text{ meV}, \quad (7.3)$$

$$\langle v, 0 | H | X_{d-}, 2 \rangle = 0 \quad \forall \Delta. \quad (7.4)$$

## 7. Resultados

Como se puede observar la interacción es del orden de los  $\mu\text{eV}$  obteniendo que la intensidad de la interacción es la diferencia entre las energías correspondientes. Así si se activa el campo magnético vamos a ver en la figura 7.2 si el mínimo (donde sucede la interacción entre estados) sufre algún cambio.

En la figura 7.2 se observa que el desafinamiento depende de la intensidad campo magnético horizontal y es diferente para cada una de las transiciones permitidas, además, habilita la transición prohibida anteriormente sin campo magnético. A continuación menciono la función numérica relacionado con el corrimiento del desafinamiento que me permite producir oscilaciones gigante Rabi con diferencia 3 en las variedades de excitación:

$$\langle v, 0 | H | X_{b+}, 2 \rangle \quad \text{con} \quad \Delta \approx -2.001 \text{ meV} - 0.025B - 0.02B^2, \quad (7.5)$$

$$\langle v, 0 | H | X_{b-}, 2 \rangle \quad \text{con} \quad \Delta \approx -1.981 \text{ meV} - 0.01B - 0.02B^2, \quad (7.6)$$

$$\langle v, 0 | H | X_{d+}, 2 \rangle \quad \text{con} \quad \Delta \approx -1.957 \text{ meV} - 0.02B^2, \quad (7.7)$$

$$\langle v, 0 | H | X_{d-}, 2 \rangle \quad \text{con} \quad \Delta \approx -1.954 \text{ meV} + 0.018B - 0.02B^2. \quad (7.8)$$



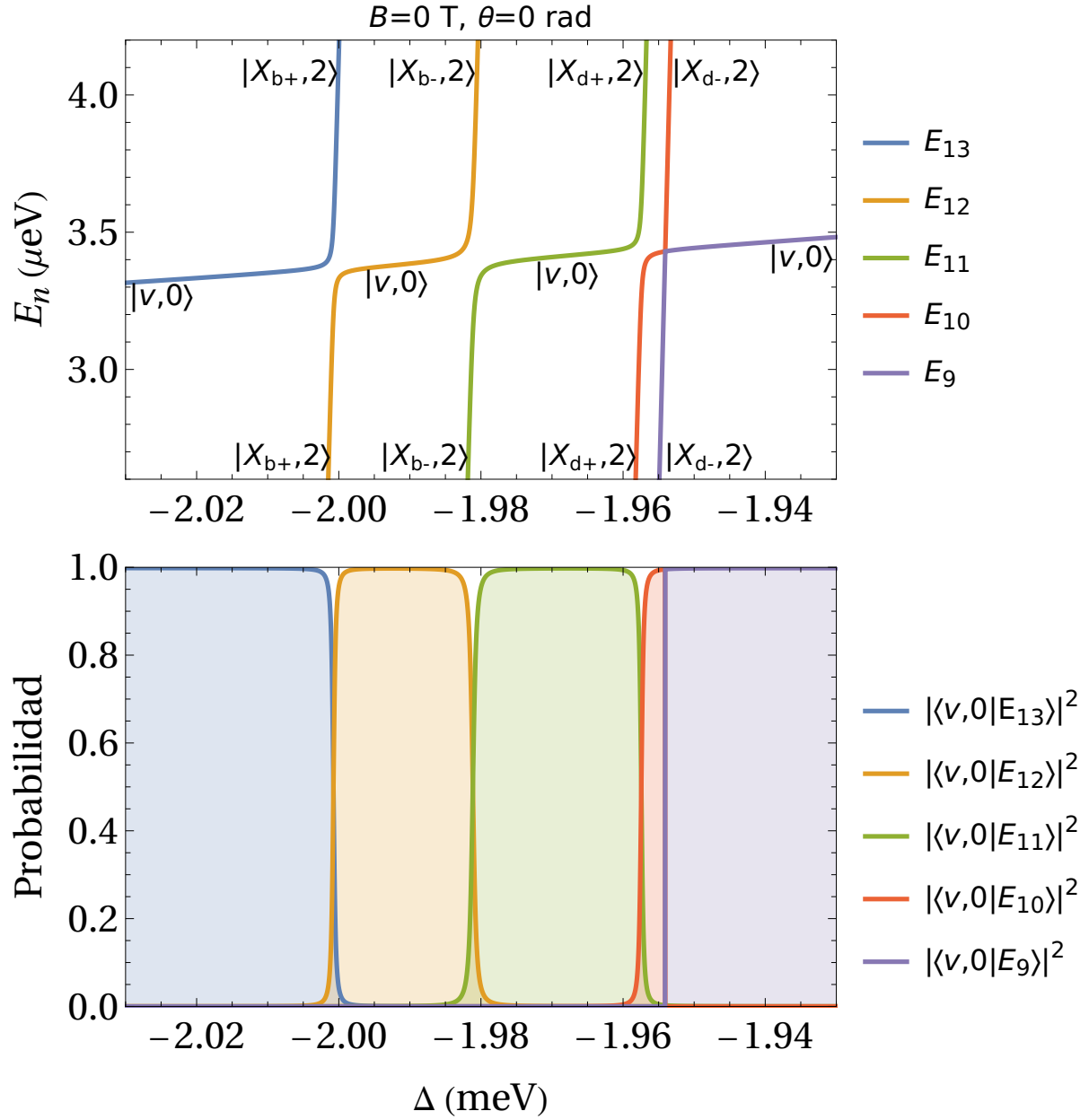


Figura 7.1.: Diagrama de energia del sistema cuando se gradua el laser de tal forma que al ir aumentando su frecuencia se encuentran transiciones entre estados cuya diferencia de variedades de excitacion es tres (gigante-Rabi), en este se muestran las tres permitidas y la prohibida. En la parte inferior se muestran los coeficientes de Hopfield del estado vacio con cada uno de los estados propios correspondientes.

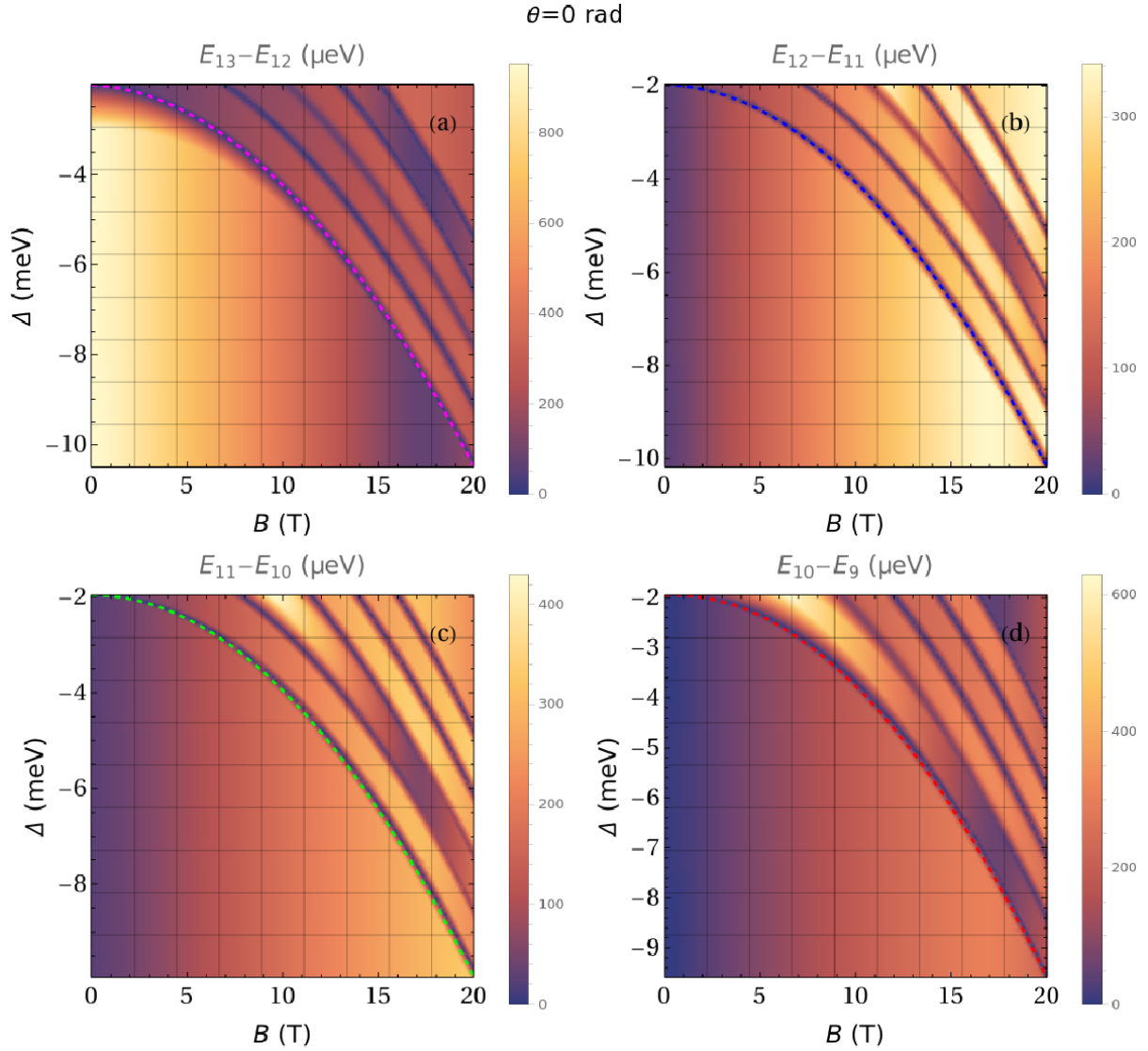


Figura 7.2.: Desfinamiento  $\Delta$  variando la magnitud del campo magnetico horizontal  $\theta = 0$  rad, para la gigante-Rabi de cada estado exciton, son cuatro posibles permitidos con diferencia tres entre sus variedades de excitacion, donde se observa que  $\Delta$  depende del campo magnetico al cadrado,  $\Delta \sim B^2$ , con algunas transiciones involucran dependencia lineal del campo magnetico.

## **8. Análisis de resultados**

## Conclusiones

# APÉNDICES

## A. Hamiltoniano del sistema reescrito

$$H_{\text{QD}} = \omega_X(\sigma_1^\dagger\sigma_1 + \sigma_2^\dagger\sigma_2) + \overbrace{(\omega_X - \delta_0)}^{\omega_d}(\sigma_3^\dagger\sigma_3 + \sigma_4^\dagger\sigma_4) + (\tfrac{1}{2}\delta_1\sigma_1^\dagger\sigma_2 + \tfrac{1}{2}\delta_2\sigma_3^\dagger\sigma_4 + \text{H.c.}) \quad (\text{A.1})$$

$$H_{\text{láser}} = e^{it\omega_L}(\sigma_1\Omega_1 + \sigma_2\Omega_2) + \text{H.c.} \quad (\text{A.2})$$

$$H_{\text{cav}} = \omega_b b^\dagger b \quad (\text{A.3})$$

$$H_{\text{el-fo}} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}g_{bd}[(1+i)(\sigma_1^\dagger\sigma_3 + \sigma_1^\dagger\sigma_4) + (1-i)(\sigma_2^\dagger\sigma_3 + \sigma_2^\dagger\sigma_4)] + g_{bb}[\sigma_1^\dagger\sigma_1 + \sigma_2^\dagger\sigma_2 + i(\sigma_1^\dagger\sigma_2 - \sigma_2^\dagger\sigma_1)] \right\} (b^\dagger + b) + \text{H.c.} \quad (\text{A.4})$$

$$H_{\text{mag}} = \beta_+(\sigma_1^\dagger\sigma_1 - \sigma_2^\dagger\sigma_2) + \beta_-(\sigma_4^\dagger\sigma_4 - \sigma_3^\dagger\sigma_3) + [\beta_e(\sigma_1^\dagger\sigma_3 + \sigma_2^\dagger\sigma_4) + \beta_h(\sigma_1^\dagger\sigma_4 + \sigma_2^\dagger\sigma_3) + \text{H.c.}] + \alpha B^2(\sigma_1^\dagger\sigma_1 + \sigma_2^\dagger\sigma_2 + \sigma_3^\dagger\sigma_3 + \sigma_4^\dagger\sigma_4) \quad (\text{A.5})$$

donde  $\sigma_i = |0\rangle\langle i|$  es el operador aniquilación del excitón y  $b$  el operador aniquilación del fonón

Hamiltoniano del sistema

$$\begin{aligned} H &= H_{\text{QD}} + H_{\text{láser}} + H_{\text{cav}} + H_{\text{el-fo}} + H_{\text{mag}} \\ &= \omega_b b^\dagger b + (\omega_X + \beta_+ + \alpha B^2)\sigma_{11} + (\omega_X - \beta_+ + \alpha B^2)\sigma_{22} \\ &+ (\omega_X - \delta_0 - \beta_- + \alpha B^2)\sigma_{33} + (\omega_X - \delta_0 + \beta_- + \alpha B^2)\sigma_{44} \\ &+ \{e^{it\omega_L t}\Omega_1\sigma_{01} + e^{it\omega_L t}\Omega_2\sigma_{02} \\ &+ g_{bb}(b + b^\dagger)\sigma_{11} + g_{bb}(b + b^\dagger)\sigma_{22} + (\tfrac{1}{2}\delta_1 + 2ig_{bb}b)\sigma_{12} \\ &+ [\beta_e + \tfrac{1}{\sqrt{2}}(1+i)g_{bd}(b + b^\dagger)]\sigma_{13} + [\beta_h + \tfrac{1}{\sqrt{2}}(1+i)(b + b^\dagger)g_{bd}]\sigma_{14} \\ &+ [\beta_h + \tfrac{1}{\sqrt{2}}(1-i)(b + b^\dagger)g_{bd}]\sigma_{23} + [\beta_e + \tfrac{1}{\sqrt{2}}(1-i)(b + b^\dagger)g_{bd}]\sigma_{24} \\ &+ \tfrac{1}{2}\delta_2\sigma_{34} + \text{H.c.}\} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

donde  $\sigma_{ij} = |i\rangle\langle j| = \sigma_i^\dagger\sigma_j$  son los operadores escalera y  $b$  el operador aniquilación del fonón

$$\begin{aligned} H_{\text{rf}} &= \Delta(\sigma_1^\dagger\sigma_1 + \sigma_2^\dagger\sigma_2) + (\Delta - \delta_0)(\sigma_3^\dagger\sigma_3 + \sigma_4^\dagger\sigma_4) + (\tfrac{1}{2}\delta_1\sigma_1^\dagger\sigma_2 + \tfrac{1}{2}\delta_2\sigma_3^\dagger\sigma_4 + \text{H.c.}) \\ &+ (\sigma_1\Omega_1 + \sigma_2\Omega_2 + \text{H.c.}) + \omega_b b^\dagger b \\ &+ \{[g_{bb}(\sigma_1^\dagger\sigma_1 + \sigma_2^\dagger\sigma_2 + i(\sigma_1^\dagger\sigma_2 - \sigma_2^\dagger\sigma_1)) \\ &+ \tfrac{1}{\sqrt{2}}g_{bd}((1+i)(\sigma_1^\dagger\sigma_3 + \sigma_1^\dagger\sigma_4) + (1-i)(\sigma_2^\dagger\sigma_3 + \sigma_2^\dagger\sigma_4))](b^\dagger + b) + \text{H.c.}\} \\ &+ \alpha B^2(\sigma_1^\dagger\sigma_1 + \sigma_2^\dagger\sigma_2 + \sigma_3^\dagger\sigma_3 + \sigma_4^\dagger\sigma_4) + \beta_-(\sigma_4^\dagger\sigma_4 - \sigma_3^\dagger\sigma_3) + \beta_+(\sigma_1^\dagger\sigma_1 - \sigma_2^\dagger\sigma_2) \\ &+ [\beta_e(\sigma_1^\dagger\sigma_3 + \sigma_2^\dagger\sigma_4) + \beta_h(\sigma_1^\dagger\sigma_4 + \sigma_2^\dagger\sigma_3) + \text{H.c.}] \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

### A. Hamiltoniano del sistema reescrito

donde  $\sigma_i = |0\rangle\langle i|$

El sistema es descrito por un hamiltoniano conformado por sub-hamiltonianos que describen sub-sistemas, primero se describiran los subsistemas y finalmente el sistema. El sistema consiste de una cavidad con un punto cuantico incrustado, aqui se consideran 4 posibilidades de espin, bombeado coherentemente por pulsos, un sub-hamiltoniano que representa la interaccion electrón fonón y un sub-hamiltoniano que representa la interaccion del campo magnético con el punto cuantico.

$$H_{\text{cav}} = \omega_b b^\dagger b \quad (\text{A.8})$$

$$H_{\text{punto}} = \omega_x \sum_{i=1}^2 \sigma_{i,i} + \omega_d \sum_{i=3}^4 \sigma_{i,i} + \frac{1}{2}(\delta_1 \sigma_{1,2} + \delta_2 \sigma_{3,4} + \text{h. c.}) \quad (\text{A.9})$$

$$H_{\text{lás}} = \Omega_1 \sigma_{0,1} + \Omega_2 \sigma_{0,2} + \text{h. c.} \quad (\text{A.10})$$

$$H_{\text{el-fon}} = \left\{ \frac{g}{\sqrt{2}} [(1+i)(\sigma_{1,3} + \sigma_{1,4}) + (1-i)(\sigma_{2,3} + \sigma_{2,4})] \right. \\ \left. + g \left[ \sum_{i=1}^2 \sigma_{i,i} + i(\sigma_{1,2} - \sigma_{2,1}) \right] \right\} (b^\dagger + b) + \text{h. c.} \quad (\text{A.11})$$

$$H_{\text{mag}} = \beta_+ (\sigma_{1,1} - \sigma_{2,2}) + \beta_- (\sigma_{4,4} - \sigma_{3,3}) + \alpha B^2 \sum_{i=1}^4 \sigma_{i,i} \\ + (\beta_e (\sigma_{1,3} + \sigma_{2,4}) + \beta_h (\sigma_{1,4} + \sigma_{2,3}) + \text{h. c.}) \quad (\text{A.12})$$

$$\beta_+ = \frac{1}{2} \mu_B (g_{ez} + g_{hz}) B \sin \theta, \quad \beta_- = \frac{1}{2} \mu_B (g_{ez} - g_{hz}) B \sin \theta, \quad \beta_e = \frac{1}{2} g_{ex} \mu_B B \cos \theta, \quad \beta_h = \frac{1}{2} g_{hx} \mu_B B \cos \theta,$$

$$H = H_{\text{cav}} + H_{\text{punto}} + H_{\text{lás}} + H_{\text{el-fon}} + H_{\text{mag}} \quad (\text{A.13})$$

El Hamiltoniano visto desde los subsistemas es el siguiente

$$H = H_{\text{cav}} + H_{\text{punto}} + H_{\text{lás}} + H_{\text{el-fon}} + H_{\text{mag}} \quad (\text{A.14})$$

Otra forma de verlo es

$$H = H_0 + H_{\text{int}} \quad (\text{A.15})$$

Por lo tanto,

$$H_0 = (\omega_{\text{eff}} + \beta_+) \sigma_{11} + (\omega_{\text{eff}} - \beta_+) \sigma_{22} + (\omega_{\text{eff}} - \delta_0 - \beta_-) \sigma_{33} + (\omega_{\text{eff}} - \delta_0 + \beta_-) \sigma_{44} + \omega_b b^\dagger b \quad (\text{A.16})$$

con  $\omega_{\text{eff}} = \omega_x + \alpha B^2$ .

A. Hamiltoniano del sistema reescrito

$$\begin{aligned}
H_{\text{int}} = & \left\{ \delta_1 \sigma_{12} + \delta_2 \sigma_{34} + \sum_{j=1}^2 \Omega_j e^{i\omega_L t} \sigma_{jv} + \beta_e (\sigma_{13} + \sigma_{24}) + \beta_h (\sigma_{14} + \sigma_{23}) + g_{\text{bb}} \sum_{j=1}^2 \sigma_{jj} b^\dagger \right. \\
& + \left. \left[ i g_{\text{bb}} \sigma_{12} + \frac{(1+i)}{\sqrt{2}} g_{\text{bd}} \sum_{j=3}^4 (\sigma_{1j} - i \sigma_{2j}) \right] (b^\dagger + b) + \text{h. c.} \right\} \quad (\text{A.17})
\end{aligned}$$

El Hamiltoniano en el marco rotante es (ver apéndice C)

$$H'_0 = (\omega'_{\text{eff}} + \beta_+) \sigma_{11} + (\omega'_{\text{eff}} - \beta_+) \sigma_{22} + (\omega'_{\text{eff}} - \delta_0 - \beta_-) \sigma_{33} + (\omega'_{\text{eff}} - \delta_0 + \beta_-) \sigma_{44} + \omega_b b^\dagger b \quad (\text{A.18})$$

con  $\omega'_{\text{eff}} = \omega_x - \omega_L + \alpha B^2 = \Delta + \alpha B^2$

$$\begin{aligned}
H'_{\text{int}} = & \left\{ \delta_1 \sigma_{12} + \delta_2 \sigma_{34} + \sum_{j=1}^2 \Omega_j \sigma_{jv} + \beta_e (\sigma_{13} + \sigma_{24}) + \beta_h (\sigma_{14} + \sigma_{23}) + g_{\text{bb}} \sum_{j=1}^2 \sigma_{jj} b^\dagger \right. \\
& + \left. \left[ i g_{\text{bb}} \sigma_{12} + \frac{(1+i)}{\sqrt{2}} g_{\text{bd}} \sum_{j=3}^4 (\sigma_{1j} - i \sigma_{2j}) \right] (b^\dagger + b) + \text{h. c.} \right\} \quad (\text{A.19})
\end{aligned}$$



## B. Hamiltoniano

$$\begin{aligned}
H(t) = & \omega_c c^\dagger c + \omega_b(\sigma_{11} + \sigma_{22}) + \omega_d(\sigma_{33} + \sigma_{44}) + \frac{\delta_b}{2}(\sigma_{12} + \sigma_{21}) + \frac{\delta_d}{2}(\sigma_{34} + \sigma_{43}) \\
& + \Omega_1(e^{-i\omega_L t}\sigma_{10} + e^{i\omega_L t}\sigma_{01}) + \Omega_2(e^{-i\omega_L t}\sigma_{20} + e^{i\omega_L t}\sigma_{02}) \\
& + \left\{ \frac{g_{bd}}{\sqrt{2}} [(1+i)(\sigma_{13} + \sigma_{14}) + (1-i)(\sigma_{31} + \sigma_{41}) + (1-i)(\sigma_{23} + \sigma_{24}) \right. \\
& + (1+i)(\sigma_{32} + \sigma_{42})] + 2g_{bb}[\sigma_{11} + \sigma_{22} + i(\sigma_{12} - \sigma_{21})] \left. \right\} (b^\dagger + b) \\
& + \frac{\mu_B B}{2} \left\{ \sin \theta [(g_{ez} + g_{hz})(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + (g_{ez} - g_{hz})(\sigma_{44} - \sigma_{33})] \right. \\
& + \cos \theta [g_{ex}(\sigma_{13} + \sigma_{31} + \sigma_{24} + \sigma_{42}) + g_{hx}(\sigma_{14} + \sigma_{41} + \sigma_{32} + \sigma_{23})] \left. \right\} \\
& + \alpha B^2(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} + \sigma_{44})
\end{aligned} \tag{B.1}$$

## C. Transformación al marco rotante

El objetivo es transformar el Hamiltoniano al marco rotante para eliminar su dependencia temporal.

El operador número de excitación es

$$\hat{N}_{\text{ex}} = \sum_{j=1}^4 \hat{\sigma}_{jj} \quad (\text{C.1})$$

Como se puede observar el operador numero de excitación no incluye los fonones por un argumento físico. Los fonones tienen una energía despreciable con respecto a los excitones.

El operador unitario que me permite realizar la transformación es:

$$\hat{U} = \exp[i\omega_L t \hat{N}_{\text{ex}}] = \exp[i\omega_L t \sum_{j=1}^4 \hat{\sigma}_{jj}] \quad (\text{C.2})$$

la transformación se realiza  $H = U \tilde{H}(t) U^\dagger - \omega_L N_{\text{ex}}$ .

A continuacion los sub Hamiltonianos de los subsistemas

$$\tilde{H}_{\text{cav}} = \omega_c c^\dagger c \quad (\text{C.3})$$

$$\tilde{H}_{\text{QD}} = \omega_b \sum_{j=1}^2 \sigma_{jj} + \omega_d \sum_{j=3}^4 \sigma_{jj} + (\delta_b \sigma_{12} + \delta_d \sigma_{34} + \text{h. c.}) \quad (\text{C.4})$$

$$\tilde{H}_{\text{lás}}(t) = \Omega_1 e^{-i\omega_L t} \sigma_{10} + \Omega_2 e^{-i\omega_L t} \sigma_{20} + \text{h. c.} \quad (\text{C.5})$$

$$\tilde{H}_{\text{mag}} = \beta_+ (\sigma_{11} - \sigma_{22}) + \beta_- (\sigma_{44} - \sigma_{33}) + \alpha B^2 \sum_{i=1}^4 \sigma_{ii} + [\beta_e (\sigma_{13} + \sigma_{24}) + \beta_h (\sigma_{14} + \sigma_{23})] \quad (\text{C.6})$$

$$+ \text{h. c.}] \quad (\text{C.7})$$

$$\tilde{H}_{\text{el-phon}} = [g_{bb} \sum_{j=1}^2 \sigma_{jj} + (ig_{bb} \sigma_{12} + (1+i)g_{bd} \sum_{j=3}^4 (\sigma_{1j} - i\sigma_{2j})/\sqrt{2} + \text{h. c.})] (b^\dagger + b) \quad (\text{C.8})$$

y el sistema de estudio es

$$\tilde{H}(t) = \tilde{H}_{\text{cav}} + \tilde{H}_{\text{QD}} + \tilde{H}_{\text{lás}}(t) + \tilde{H}_{\text{mag}} + \tilde{H}_{\text{el-phon}}$$

## D. Estudio de los sub Hamiltonianos con excitones

A continuación hablaremos en el contexto de  $\hbar = 1$ , por lo tanto, las unidades de frecuencias serán las mismas de las energías y de cada uno de los sub sistemas conformantes, además, del estudio simultaneo de algunos subsistemas

### D.1. Punto cuántico

$$H_{\text{QD}} = \Delta \sum_{j=1}^2 \sigma_{jj} + (\Delta - \delta_0) \sum_{j=3}^4 \sigma_{jj} + (\delta_b \sigma_{12} + \delta_d \sigma_{34} + \text{h. c.})$$

donde  $\sigma_{ij} = |i\rangle\langle j|$  expresado en la base desnuda (con  $i$  y  $j$  siendo  $X_{b1}$ ,  $X_{b2}$ ,  $X_{d1}$ ,  $X_{d2}$ ) y, en el contexto de  $\hbar = 1$ ,  $\omega_X(\omega_d)$  es la energía de excitación de los excitones brillantes (oscuros),  $\omega_L$  la energía del láser externo y aparece un corrimiento en la energía debido a la transformación al marco rotante. En la mayoría de los QD semiconductores, la interacción de intercambio juega un papel importante (Bayer et al., 2002), divide los excitones oscuros y brillantes por  $\delta_0$ ,  $\omega_d = \omega_X - \delta_0$ , característico de los puntos cuánticos semiconductores donde los excitones oscuros y brillantes tienen una división de energía  $\delta_0$ , además, esta interacción de intercambio mezcla los estados brillantes con acoplamiento  $\delta_X$ , lo que conduce a un estado de exciton brillante polarizado lineal, también, esta interacción de intercambio mezcla el estado con acoplamiento  $\delta_d$ .

Los valores tomados para la división de los excitones, brillantes y oscuros, y la interacción de regla de selección, es decir, mutuamente excluyentes debido a su configuración de espín (interacción entre brillantes e interacción entre oscuros) son tomados de los modelos fenomenológicos reportados en los papers, por lo tanto, tomados de los experimentos. Esto es típico cuando se usan teorías no efectivas como la actual<sup>1</sup>

Los estados propios del QD son  $|v\rangle$ ,  $|X_{b\pm}\rangle = (|X_{b1}\rangle \pm |X_{b2}\rangle)/\sqrt{2}$  y  $|X_{d\pm}\rangle = (|X_{d1}\rangle \pm |X_{d2}\rangle)/\sqrt{2}$  con valores propios correspondientes  $E_v = 0$ ,  $E_{X_{b\pm}} = \omega_X - \omega_L \pm \delta_X$  y  $E_{X_{d\pm}} = \omega_d - \omega_L \pm \delta_d$ .

El operador de materia se puede expresar en otra base así  $\sigma_{ij} = \mathbb{I} \cdot \sigma_{ij} \cdot \mathbb{I}$ , por lo tanto, en la base vestida es

$$\sigma_{ij} = \sum_k |k\rangle\langle k| (|i\rangle\langle j|) \sum_l |l\rangle\langle l| = \sum_{k,l} c_{ki} c_{jl} |k\rangle\langle l| \quad (\text{D.1})$$

---

<sup>1</sup>Estos valores también se pueden obtener teóricamente de teorías de primeros principios, como las de Con Luttinger donde se reportan los respectivos valores.

con  $c_{ki} = \langle k|i \rangle$  y  $c_{jl} = \langle j|l \rangle$ . Los índices  $k$  y  $l$  representan estados de la base vestida, en cambio, los índices  $i$  y  $j$  representan estados de la base desnuda.

## D.2. Bombeo coherente

$$H_{\text{lás}} = \Omega_1 \sigma_{10} + \Omega_2 \sigma_{20} + \text{h. c.}$$

donde  $\sigma_{10} = |X_{b1}\rangle\langle v|$  y  $\sigma_{20} = |X_{b2}\rangle\langle v|$ , es decir, un electrón en el estado de valencia es excitado y se genera un exciton ya sea brillante 1 o brillante 2, dependiendo de la polarización con la que se bombea.  $\Omega_1(\Omega_2)$  es la eficiencia o calidad de transferencia de energía entre sistemas o la constante de Rabi del modelo semiclasico donde se tiene transición únicamente entre estados de materia, es decir, el campo considerado no esta cuantizado.

En este tipo de sistemas, se pueden usar lasers clásicos contrapropagantes o un láser polarizado linealmente para garantizar que las dos polarizaciones efectivamente existen en el sistema.

Los estados propios del bombeo coherente son  $|\Omega_{\pm}\rangle = [ |v\rangle \pm (\Omega_1 |X_{b1}\rangle + \Omega_2 |X_{b2}\rangle) / (\Omega_1^2 + \Omega_2^2)^{1/2} ] / \sqrt{2}$ ,  $|X_{di}\rangle$  con  $i = 1, 2$  y  $|\Omega_b\rangle = (\Omega_2 |X_{b1}\rangle - \Omega_1 |X_{b2}\rangle) / (\Omega_1^2 + \Omega_2^2)^{1/2}$  con valores propios correspondientes  $E_{\Omega_{\pm}} = \pm(\Omega_1^2 + \Omega_2^2)^{1/2}$  y  $E_{Xdi} = E_{\Omega_b} = 0$ .

## D.3. Campo magnético externo

$$H_{\text{mag}} = \beta_+(\sigma_{1,1} - \sigma_{2,2}) + \beta_-(\sigma_{4,4} - \sigma_{3,3}) + \alpha B^2 \sum_{i=1}^4 \sigma_{i,i} \\ + [\beta_e(\sigma_{1,3} + \sigma_{2,4}) + \beta_h(\sigma_{1,4} + \sigma_{2,3}) + \text{h. c.}]$$

donde  $\beta_+ = \mu_B(g_{ez} + g_{hz})B \sin(\theta)/2$ ,  $\beta_- = \mu_B(g_{ez} - g_{hz})B \sin(\theta)/2$ ,  $\beta_e = g_{ex}\mu_B B \cos(\theta)/2$ ,  $\beta_h = g_{hx}\mu_B B \cos(\theta)/2$  son los coeficientes  $\beta$  generados por la activación de la magnitud del campo magnético. Como se puede observar los coeficientes  $\beta_{\pm}$  son generados por la contribución vertical del campo magnético, en este caso, un campo magnético externo lineal en dirección  $z$  y los coeficientes  $\beta_{e(h)}$  contribuyen en la componente horizontal (componente  $x$ ) del campo magnético externo. Los factores giromagnéticos,  $g_{ex}$ ,  $g_{hx}$ ,  $g_{ez}$ , y  $g_{ez}$ , se suponen constantes ante la variación de la magnitud del campo magnético externo<sup>2</sup>

El corrimiento diamagnético  $\alpha$  se supone invariante ante la magnitud del campo magnético y el término  $\alpha B^2$  da cuenta del corrimiento energético tipo efecto Zeeman.

Para un estudio práctico de este sistema, se consideraran dos configuraciones, de Voigt y Faraday, con  $\theta = 0$  y  $\theta = \pi/2$ , respectivamente.

---

<sup>2</sup>en situaciones reales es posible que ante campos magnéticos muy intensos se logre generar cambios giromagnéticos

Los valores propios del campo magnético en una configuración de **Voigt** son  $E_v = 0$ ,  $E_{B_{x+\mp}} = \alpha B^2 \mp \mu_B B(g_{ex} + g_{hx})/2$ ,  $E_{B_{x-\mp}} = \alpha B^2 \mp \mu_B B(g_{ex} - g_{hx})$  con vectores propios  $|v\rangle$ ,  $|B_{x+\mp}\rangle = [(|X_{b1}\rangle + |X_{b2}\rangle) \mp (|X_{d1}\rangle + |X_{d2}\rangle)]/2 = (|X_{b+}\rangle \mp |X_{d+}\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $|B_{x-\mp}\rangle = [(|X_{b1}\rangle - |X_{b2}\rangle) \mp (|X_{d1}\rangle - |X_{d2}\rangle)]/2 = (|X_{b-}\rangle \mp |X_{d-}\rangle)/\sqrt{2}$ , respectivamente.

Los valores propios del campo magnético en una configuración de **Faraday** son  $E_v = 0$ ,  $E_{B_{z+\mp}} = \alpha B^2 \mp \mu_B B(g_{ez} + g_{hz})/2$ ,  $E_{B_{z-\mp}} = \alpha B^2 \mp \mu_B B(g_{ez} - g_{hz})$  con vectores propios  $|v\rangle$ ,  $|B_{z+}\rangle = |X_{b2}\rangle$ ,  $|B_{z+}\rangle = |X_{b1}\rangle$ ,  $|B_{z-}\rangle = |X_{d2}\rangle$  y  $|B_{z-}\rangle = |X_{d1}\rangle$ , respectivamente.

Las componentes de los estados propios dependen del ángulo y no de la magnitud del campo magnético. Una vez se tiene una contribución  $\cos(\theta) \neq 0$   $\sin(\theta) \neq 0$ , las componentes, con excepción del estado de valencia, dependen de los factores giromagneticos y el magneton de Bohr (calculo no mostrado), es decir, no depende de la magnitud del campo magnético. Por otro lado, las energías dependen del ángulo (con las constantes giromagneticas y el magneton de Bohr) tanto como de la magnitud del campo magnético, donde se activa el corrimiento Zeeman con el termino  $\alpha B^2$ . Las energías en función de  $\theta$  son

$$\begin{aligned} E_v &= 0 \\ E_{B_{-\mp}} &= \alpha B^2 \mp \frac{1}{2} B \{ \mu_B^2 [ \cos^2(\theta) (g_{ex}^2 + g_{hx}^2) + \sin^2(\theta) (g_{ez}^2 + g_{hz}^2) ] \\ &\quad - 2 [ \mu_B^4 (g_{ex}^2 \cos^2(\theta) + g_{ez}^2 \sin^2(\theta)) (g_{hx}^2 \cos^2(\theta) + g_{hz}^2 \sin^2(\theta)) ]^{1/2} \}^{1/2} \\ E_{B_{+\mp}} &= \alpha B^2 \mp \frac{1}{2} B \{ \mu_B^2 [ \cos^2(\theta) (g_{ex}^2 + g_{hx}^2) + \sin^2(\theta) (g_{ez}^2 + g_{hz}^2) ] \\ &\quad + 2 [ \mu_B^4 (g_{ex}^2 \cos^2(\theta) + g_{ez}^2 \sin^2(\theta)) (g_{hx}^2 \cos^2(\theta) + g_{hz}^2 \sin^2(\theta)) ]^{1/2} \}^{1/2} \end{aligned}$$

## D.4. Punto cuántico y bombeo coherente

De ahora en adelante se establece  $\omega_d = \omega_X - \delta_0$  y  $\omega_X - \omega_L = \Delta$ , se tiene que

$$H_{\text{QD-lás}} = H_{\text{QD}} + H_{\text{lás}}$$

Debido a que  $0 < \delta_X \ll 1$  y si suponemos  $\Omega_2 = 0$  (por simplicidad) el Hamiltoniano tiene vectores propios (haciendo una expansión en series para  $\delta_X$  alrededor de 0 y truncando hasta orden 2)

$$\begin{aligned} |X_{\pm}\rangle &= \left\{ \left[ ((\Delta^2 + 4\Omega_1^2)^{1/2} \pm \Delta)/\sqrt{2} \mp [2\sqrt{2}\delta_X^2\Omega_1^2(2(\Delta^2 + 4\Omega_1^2)^{1/2} + \Delta)]/\mathcal{R}_{\pm}^2 \right] |v\rangle \right. \\ &\quad \mp \left[ \sqrt{2}\Omega_1 + [\sqrt{2}\delta_X^2\Delta\Omega_1(3(\Delta^2 + 4\Omega_1^2)^{1/2} + \Delta)]/\mathcal{R}_{\pm}^2 \right] |X_{b1}\rangle \\ &\quad \left. + \left[ [\delta_1((\Delta^2 + 4\Omega_1^2)^{1/2} \mp \Delta)]/\sqrt{2} \right] |X_{b2}\rangle \right\} / \mathcal{R}_{\pm}^{1/2} \end{aligned}$$

$$\text{con } \mathcal{R}_{\pm} = \Delta(\Delta \pm (\Delta^2 + 4\Omega_1^2)^{1/2}) + 4\Omega_1^2$$

$$\begin{aligned} |X_{b\Omega}\rangle &= \{ \delta_1\Omega_1^3 |v\rangle + \delta_X\Delta\Omega_1^2 |X_{b1}\rangle - [\Omega_1^4 - \delta_1^2 (\Delta^2 + \Omega_1^2) / 2] |X_{b2}\rangle \} / \Omega_1^4 \\ |X_{d\pm}\rangle &= (|X_{d1}\rangle \pm |X_{d2}\rangle) / \sqrt{2} \end{aligned}$$

con autovalores respectivamente  $E_{X\pm} = (\Delta \mp (\Delta^2 + 4\Omega_1^2)^{1/2})(\delta_1^2/\mathcal{R}_{\pm} + 1/2)$ ,  $E_{Xb\Omega} = \Delta(\Omega_1^2 - \delta_X^2)/\Omega_1^2$  y  $E_{Xd\pm} = \Delta - \delta_0 \pm \delta_d$ .

## D.5. Punto cuántico y campo magnético externo

$$H_{\text{QD-mag}} = H_{\text{QD}} + H_{\text{mag}}$$

Los valores propios en la configuración de **Voigt** son

$$\begin{aligned} E_v &= 0 \\ E_{+\mp} &= \left( \mp \sqrt{B^2 \mu_B^2 (g_{\text{ex}} + g_{\text{hx}})^2 + (\delta_0 + \delta_1 - \delta_2)^2 + 2\alpha B^2 - \delta_0 + \delta_1 + \delta_2 + 2\Delta} \right) / 2 \\ E_{-\mp} &= \left( \mp \sqrt{B^2 \mu_B^2 (g_{\text{ex}} - g_{\text{hx}})^2 + (\delta_0 - \delta_1 + \delta_2)^2 + 2\alpha B^2 - \delta_0 - \delta_1 - \delta_2 + 2\Delta} \right) / 2 \end{aligned}$$

Los valores propios en la configuración de **Faraday** son

$$\begin{aligned} E_v &= 0 \\ E_{-\mp} &= \mp \frac{1}{2} \sqrt{B^2 \mu_B^2 (g_{\text{ez}} - g_{\text{hz}})^2 + 4\delta_2^2 + \alpha B^2 - \delta_0 + \Delta} \\ E_{+\mp} &= \mp \frac{1}{2} \sqrt{B^2 \mu_B^2 (g_{\text{ez}} + g_{\text{hz}})^2 + 4\delta_1^2 + \alpha B^2 + \Delta} \end{aligned}$$

los vectores propios

# E. Transiciones del Hamiltoniano

## E.1. Base desnuda

Veamos como se comportan las transiciones permitidas entre el estado exciton brillante 1 y cualquier otro estado

$$\begin{aligned}
\langle v, n | H | X_{b1}, n \rangle &= \Omega_1 \\
\langle X_{b2}, n-1 | H | X_{b1}, n \rangle &= -i\sqrt{n}g_{bb} \\
\langle X_{b2}, n | H | X_{b1}, n \rangle &= \delta_b \\
\langle X_{b2}, n+1 | H | X_{b1}, n \rangle &= -i\sqrt{n+1}g_{bb} \\
\langle X_{d1}, n-1 | H | X_{b1}, n \rangle &= (1-i)\sqrt{n}g_{bd}/\sqrt{2} \\
\langle X_{d1}, n | H | X_{b1}, n \rangle &= B\mu_B g_{ex} \cos(\theta)/2 \\
\langle X_{d1}, n+1 | H | X_{b1}, n \rangle &= (1-i)\sqrt{n+1}g_{bd}/\sqrt{2} \\
\langle X_{d2}, n-1 | H | X_{b1}, n \rangle &= (1-i)\sqrt{n}g_{bd}/\sqrt{2} \\
\langle X_{d2}, n | H | X_{b1}, n \rangle &= B\mu_B g_{hx} \cos(\theta)/2 \\
\langle X_{d2}, n+1 | H | X_{b1}, n \rangle &= (1-i)\sqrt{n+1}g_{bd}/\sqrt{2}
\end{aligned}$$

como se puede observar la transición del exciton oscuro 1 al exciton brillante 1 es activada por encender un campo magnético externo.

Las transiciones permitidas para el exciton brillante 2 (sin repetir) son

$$\begin{aligned}
\langle v, n | H | X_{b2}, n \rangle &= \Omega_2 \\
\langle X_{d1}, n-1 | H | X_{b2}, n \rangle &= (1+i)\sqrt{n}g_{bd}/\sqrt{2} \\
\langle X_{d1}, n | H | X_{b2}, n \rangle &= B\mu_B g_{hx} \cos(\theta)/2 \\
\langle X_{d1}, n+1 | H | X_{b2}, n \rangle &= (1+i)\sqrt{n+1}g_{bd}/\sqrt{2} \\
\langle X_{d2}, n-1 | H | X_{b2}, n \rangle &= (1+i)\sqrt{n}g_{bd}/\sqrt{2} \\
\langle X_{d2}, n | H | X_{b2}, n \rangle &= B\mu_B g_{ex} \cos(\theta)/2 \\
\langle X_{d2}, n+1 | H | X_{b2}, n \rangle &= (1+i)\sqrt{n+1}g_{bd}/\sqrt{2}
\end{aligned}$$

la transición del exciton oscuro 1 al brillante 2 es permitida cuando se active un campo magnético externo.

La transiciones permitidas (sin repetir las anteriores) entre el estado exciton oscuro 1 y cualquier otro estado es

$$\langle X_{d2}, n | H | X_{d1}, n \rangle = \delta_d$$

Ya se han mencionado todas las transiciones permitidas para el estado exciton oscuro 2.

Las transiciones no permitidas son  $\langle v, m | H | X_{d1}, n \rangle$  y  $\langle v, m | H | X_{d2}, n \rangle$ .

Las transiciones que son activadas por el campo magnético son

$$\begin{aligned} \langle X_{d1}, n | H | X_{b1}, n \rangle \\ \langle X_{d2}, n | H | X_{b1}, n \rangle \\ \langle X_{d1}, n | H | X_{b2}, n \rangle \\ \langle X_{d2}, n | H | X_{b2}, n \rangle \end{aligned}$$

Cabe resaltar que todas estas transiciones ya eran permitidas aunque se debia crear o destruir un fonon.

## E.2. Base vestida

Debido a que el punto cuantico tiene interacciones en si mismo, esto hace que las transiciones del punto no sean entre los estados desnudos sino mas bien entre los estados vestidos por la interaccion. Por lo tanto, a continuacion revisamos que transiciones son permitidas desde el Hamiltoniano y cuales no.

Veamos que sucede con la transición de un exciton oscuro antisimetrico con  $n$ -fonones a cualquier otro estado

$$\begin{aligned} \langle X_{b-}, n | H | X_{d-}, n \rangle &= \frac{1}{2} B \mu_B \cos(\theta) (g_{ex} - g_{hx}) \\ \langle X_{d+}, n | H | X_{d-}, n \rangle &= -\frac{1}{2} B \mu_B \sin(\theta) (g_{ez} - g_{hz}) \end{aligned}$$

las otras transiciones son nulas, por lo tanto, sin campo magnético el estado de materia exciton oscuro antisimetrico no puede ser accesible por ningún otro estado.

A continuación las transiciones permitidas de un exciton oscuro simétrico con  $n$ -fonones a cualquier otro estado (sin repetir la del calculo anterior)

$$\begin{aligned} \langle X_{b+}, n-1 | H | X_{d+}, n \rangle &= \sqrt{2n} g_{bd} \\ \langle X_{b+}, n | H | X_{d+}, n \rangle &= B \mu_B \cos(\theta) (g_{ex} + g_{hx}) / 2 \\ \langle X_{b+}, n+1 | H | X_{d+}, n \rangle &= \sqrt{2(n+1)} g_{bd} \\ \langle X_{b-}, n-1 | H | X_{d+}, n \rangle &= i \sqrt{2n} g_{bd} \\ \langle X_{b-}, n+1 | H | X_{d+}, n \rangle &= i \sqrt{2(n+1)} g_{bd} \end{aligned}$$

como se puede observar se puede transitar hacia un exciton oscuro simetrico desde un exciton brillante simetrico por medio de la interacción electron fonon y el campo magnetico. La transicion es posible al crear o al destruir un fonon debido a la interacción electron fonon, tambien es posible la transicion sin necesidad del proceso de creación o destrucción del fonon activando un campo magnetico externo. Contrario a la transicion entre un exciton brillante antisimetrico y un exciton oscuro simetrico, el campo magnetico no activa esta transicion, unicamente es posible por la interaccion electron fonon.



Veamos como se transita a un exciton brillante antisimetrico a traves de cualquier otro estado (sin repetir los procesos anteriores)

$$\begin{aligned}\langle v, n | H | X_{b-}, n \rangle &= (\Omega_1 - \Omega_2)/\sqrt{2} \\ \langle X_{b+}, n-1 | H | X_{b-}, n \rangle &= -i\sqrt{n}g_{bb} \\ \langle X_{b+}, n | H | X_{b-}, n \rangle &= B\mu_B \sin(\theta)(g_{ez} + g_{hz})/2 \\ \langle X_{b+}, n+1 | H | X_{b-}, n \rangle &= -i\sqrt{n+1}g_{bb}\end{aligned}$$

similarmente al caso anterior se observa que el campo magnético permite la transición sin necesidad de la creación o destrucción de fonones.

Para transitar a un estado exciton brillante simétrico desde cualquier otro estado (sin repetir)

$$\langle v, n | H | X_{b+}, n \rangle = (\Omega_1 + \Omega_2)/\sqrt{2}$$

Las transiciones no permitidas son

$$\begin{aligned}\langle X_{d-}, m | H | X_{b+}, n \rangle \\ \langle v, m | H | X_{d+}, n \rangle \\ \langle v, m | H | X_{d-}, n \rangle\end{aligned}$$

Las transiciones que activa el campo magnético son

$$\begin{aligned}\langle X_{b-}, n | H | X_{d-}, n \rangle \\ \langle X_{d+}, n | H | X_{d-}, n \rangle \\ \langle X_{b+}, n | H | X_{d+}, n \rangle \\ \langle X_{b+}, n | H | X_{b-}, n \rangle\end{aligned}$$

A diferencia de la base desnuda las transiciones al exciton oscuro antisimetrico a partir del exciton brillante antisimetrico u oscuro simétrico únicamente son permitidas por efecto del campo magnético, las otras dos que activa el campo magnetico ya eran permitidas por la interaccion electron fonon, en este caso, la interacción entre excitones brillantes y oscuros con la vibración de la red.

## F. Ecuación maestra

$$\dot{\rho} = i[\rho, H] + \kappa \mathcal{L}(c) + \gamma_b \sum_{j=1}^2 \mathcal{L}(\sigma_{vj}) + \gamma_d \sum_{j=3}^4 \mathcal{L}(\sigma_{vj}) + \gamma_\phi \sum_{j=1}^4 \mathcal{L}(\sigma_{jj}) \quad (\text{F.1})$$

donde  $\mathcal{L}(O)$  es el superoperador de Lindblad aplicado al operador  $O$ . Su forma completa es  $\mathcal{L}(O) = O\rho O^\dagger - \{\rho, O^\dagger O\}/2$ , con  $\{\rho, O^\dagger O\}$  el anticonmutador de los operadores  $\rho$  y  $O^\dagger O$ .

## Referencias

- Afek, I., Ambar, O., & Silberberg, Y. (2010). High-NOON States by Mixing Quantum and Classical Light. *Science*, *328*, 879-881. <https://doi.org/10.1126/science.1188172>
- Arrangoiz-Arriola, P., Wollack, E. A., Pechal, M., Witmer, J. D., Hill, J. T., & Safavi-Naeini, A. H. (2018). Coupling a Superconducting Quantum Circuit to a Phononic Crystal Defect Cavity. *Physical Review X*, *8*, 031007. <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.8.031007>
- Ask, A., Ekström, M., Delsing, P., & Johansson, G. (2019). Cavity-free vacuum-Rabi splitting in circuit quantum acoustodynamics. *Physical Review A*, *99*, 013840. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.99.013840>
- Bayer, M., Ortner, G., Stern, O., Kuther, A., Gorbunov, A. A., Forchel, A., Hawrylak, P., Fafard, S., Hinzer, K., Reinecke, T. L., Walck, S. N., Reithmaier, J. P., Klopff, F., & Schäfer, F. (2002). Fine structure of neutral and charged excitons in self-assembled In(Ga)As/(Al)GaAs quantum dots. *Physical Review B*, *65*, 195315. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.65.195315>
- Bayer, M., Reinecke, T. L., Weidner, F., Larionov, A., McDonald, A., & Forchel, A. (2001). Inhibition and Enhancement of the Spontaneous Emission of Quantum Dots in Structured Microresonators. *Physical Review Letters*, *86*, 3168-3171. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.3168>
- Bayer, M., Stern, O., Kuther, A., & Forchel, A. (2000). Spectroscopic study of dark excitons in  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  self-assembled quantum dots by a magnetic-field-induced symmetry breaking. *Physical Review B*, *61*, 7273-7276. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.61.7273>
- Belhadj, T., Simon, C.-M., Amand, T., Renucci, P., Chatel, B., Krebs, O., Lemaître, A., Voisin, P., Marie, X., & Urbaszek, B. (2009). Controlling the Polarization Eigenstate of a Quantum Dot Exciton with Light. *Physical Review Letters*, *103*, 086601. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.086601>
- Bienfait, A., Satzinger, K. J., Zhong, Y. P., Chang, H. S., Chou, M. H., Conner, C. R., Dumur, É., Grebel, J., Peairs, G. A., Povey, R. G., & Cleland, A. N. (2019). Phonon-mediated quantum state transfer and remote qubit entanglement. *Science*, *364*, 368-371. <https://doi.org/10.1126/science.aaw8415>
- Bin, Q., Lü, X.-Y., Laussy, F. P., Nori, F., & Wu, Y. (2020).  $N$ -Phonon Bundle Emission via the Stokes Process. *Physical Review Letters*, *124*, 053601. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.053601>
- Blockley, C. A., Walls, D. F., & Risken, H. (1992). Quantum Collapses and Revivals in a Quantized Trap. *Europhysics Letters (EPL)*, *17*, 509-514. <https://doi.org/10.1209/0295-5075/17/6/006>
- Borri, P., Langbein, W., Schneider, S., Woggon, U., Sellin, R., Ouyang, D., & Bimberg, D. (2001). Ultralong Dephasing Time in InGaAs Quantum Dots. *Physical Review Letters*, *87*, 157401. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.157401>
- Breuer, H.-P., & Petruccione, F. (2007, enero). *The Theory of Open Quantum Systems*. Oxford University PressOxford. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780199213900.001.0001>
- Chu, Y., Kharel, P., Yoon, T., Frunzio, L., Rakich, P. T., & Schoelkopf, R. J. (2018). Creation and control of multi-phonon Fock states in a bulk acoustic-wave resonator. *Nature*, *563*, 666-670. <https://doi.org/10.1038/s41586-018-0717-7>

- Crooker, S. A., Barrick, T., Hollingsworth, J. A., & Klimov, V. I. (2003). Multiple temperature regimes of radiative decay in CdSe nanocrystal quantum dots: Intrinsic limits to the dark-exciton lifetime. *Applied Physics Letters*, *82*, 2793-2795. <https://doi.org/10.1063/1.1570923>
- D'Angelo, M., Chekhova, M. V., & Shih, Y. (2001). Two-Photon Diffraction and Quantum Lithography. *Physical Review Letters*, *87*, 013602. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.013602>
- Gauthier, D. J., Wu, Q., Morin, S. E., & Mossberg, T. W. (1992). Realization of a continuous-wave, two-photon optical laser. *Physical Review Letters*, *68*, 464-467. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.68.464>
- Gustafsson, M. V., Aref, T., Kockum, A. F., Ekström, M. K., Johansson, G., & Delsing, P. (2014). Propagating phonons coupled to an artificial atom. *Science*, *346*, 207-211. <https://doi.org/10.1126/science.1257219>
- Hartke, T. R., Liu, Y.-Y., Gullans, M. J., & Petta, J. R. (2018). Microwave Detection of Electron-Phonon Interactions in a Cavity-Coupled Double Quantum Dot. *Physical Review Letters*, *120*, 097701. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.120.097701>
- Jiménez-Orjuela, C. A., Vinck-Posada, H., & Villas-Bôas, J. M. (2017). Dark excitons in a quantum-dot-cavity system under a tilted magnetic field. *Physical Review B*, *96*, 125303. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.125303>
- Kabuss, J., Carmele, A., Brandes, T., & Knorr, A. (2012). Optically Driven Quantum Dots as Source of Coherent Cavity Phonons: A Proposal for a Phonon Laser Scheme. *Physical Review Letters*, *109*, 054301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.054301>
- Kettler, J., Vaish, N., de Lépinay, L. M., Besga, B., de Assis, P.-L., Bourgeois, O., Auffèves, A., Richard, M., Claudon, J., Gérard, J.-M., Pigeau, B., Arcizet, O., Verlot, P., & Poizat, J.-P. (2021). Inducing micromechanical motion by optical excitation of a single quantum dot. *Nature Nanotechnology*, *16*, 283-287. <https://doi.org/10.1038/s41565-020-00814-y>
- Kim, H., Shen, T. C., Sridharan, D., Solomon, G. S., & Waks, E. (2011). Magnetic field tuning of a quantum dot strongly coupled to a photonic crystal cavity. *Applied Physics Letters*, *98*, 091102. <https://doi.org/10.1063/1.3562344>
- Kubanek, A., Ourjoumtsev, A., Schuster, I., Koch, M., Pinkse, P. W. H., Murr, K., & Rempe, G. (2008). Two-Photon Gateway in One-Atom Cavity Quantum Electrodynamics. *Physical Review Letters*, *101*, 203602. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.203602>
- Lemonde, M.-A., Meesala, S., Sipahigil, A., Schuetz, M. J. A., Lukin, M. D., Loncar, M., & Rabl, P. (2018). Phonon Networks with Silicon-Vacancy Centers in Diamond Waveguides. *Physical Review Letters*, *120*, 213603. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.120.213603>
- Lüker, S., Kuhn, T., & Reiter, D. E. (2017). Phonon-assisted dark exciton preparation in a quantum dot. *Physical Review B*, *95*, 195305. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.95.195305>
- Manzano, D., & Hurtado, P. (2018). Harnessing symmetry to control quantum transport. *Advances in Physics*, *67*, 1-67. <https://doi.org/10.1080/00018732.2018.1519981>
- Michler, P., Kiraz, A., Becher, C., Schoenfeld, W. V., Petroff, P. M., Zhang, L., Hu, E., & Imamoglu, A. (2000). A Quantum Dot Single-Photon Turnstile Device. *Science*, *290*, 2282-2285. <https://doi.org/10.1126/science.290.5500.2282>

- Muñoz, C. S., del Valle, E., Tudela, A. G., Müller, K., Lichtmannecker, S., Kaniber, M., Tejedor, C., Finley, J. J., & Laussy, F. P. (2014). Emitters of N-photon bundles. *Nature Photonics*, 8, 550-555. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2014.114>
- Ota, Y., Iwamoto, S., Kumagai, N., & Arakawa, Y. (2011). Spontaneous Two-Photon Emission from a Single Quantum Dot. *Physical Review Letters*, 107, 233602. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.233602>
- Perea, J. I., Porras, D., & Tejedor, C. (2004). Dynamics of the excitations of a quantum dot in a microcavity. *Physical Review B*, 70, 115304. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.70.115304>
- Poem, E., Kodriano, Y., Tradonsky, C., Lindner, N. H., Gerardot, B. D., Petroff, P. M., & Gershoni, D. (2010). Accessing the dark exciton with light. *Nature Physics*, 6, 993-997. <https://doi.org/10.1038/nphys1812>
- Reithmaier, J. P., S k, G., Löffler, A., Hofmann, C., Kuhn, S., Reitzenstein, S., Keldysh, L. V., Kulakovskii, V. D., Reinecke, T. L., & Forchel, A. (2004). Strong coupling in a single quantum dot–semiconductor microcavity system. *Nature*, 432, 197-200. <https://doi.org/10.1038/nature02969>
- Reitzenstein, S. (2012). Semiconductor Quantum Dot–Microcavities for Quantum Optics in Solid State. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 18, 1733-1746. <https://doi.org/10.1109/JSTQE.2012.2195159>
- Roszak, K., Axt, V. M., Kuhn, T., & Machnikowski, P. (2007). Exciton spin decay in quantum dots to bright and dark states. *Physical Review B*, 76, 195324. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.76.195324>
- Schütz, M. J. A. (2017). Universal Quantum Transducers Based on Surface Acoustic Waves. En *Quantum Dots for Quantum Information Processing: Controlling and Exploiting the Quantum Dot Environment* (pp. 143-196). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-48559-1\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-319-48559-1_4)
- Stock, E., Dachner, M.-R., Warming, T., Schliwa, A., Lochmann, A., Hoffmann, A., Toropov, A. I., Bakarov, A. K., Derebezov, I. A., Richter, M., Haisler, V. A., Knorr, A., & Bimberg, D. (2011). Acoustic and optical phonon scattering in a single In(Ga)As quantum dot. *Physical Review B*, 83, 041304. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.83.041304>
- Stekalov, D. V. (2014). A bundle of photons, please. *Nature Photonics*, 8, 500-501. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2014.144>
- Takagahara, T. (2002). Theory of Exciton Dephasing in Semiconductor Quantum Dots. En Y. Masumoto & T. Takagahara (Eds.), *Semiconductor Quantum Dots: Physics, Spectroscopy and Applications* (pp. 353-388). Springer Berlin Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-662-05001-9\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-662-05001-9_9)
- Toyoda, K., Hiji, R., Noguchi, A., & Urabe, S. (2015). Hong–Ou–Mandel interference of two phonons in trapped ions. *Nature*, 527, 74-77. <https://doi.org/10.1038/nature15735>
- Vargas-Calderón, V. (2018, mayo). *Phonon-assisted tunnelling in double quantum dot molecules immersed in a microcavity* [Tesis doctoral]. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.31486.23360/1>
- Vargas-Calderón, V., Vinck-Posada, H., & Villas-Boas, J. M. (2022). Dark-exciton giant Rabi oscillations with no external magnetic field. *Physical Review B*, 106, 035305. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.106.035305>

- von Lüpke, U., Yang, Y., Bild, M., Michaud, L., Fadel, M., & Chu, Y. (2022). Parity measurement in the strong dispersive regime of circuit quantum acoustodynamics. *Nature Physics*, 18, 794-799. <https://doi.org/10.1038/s41567-022-01591-2>
- Wan, K., Choi, S., Kim, I. H., Shutty, N., & Hayden, P. (2021). Fault-Tolerant Qubit from a Constant Number of Components. *PRX Quantum*, 2, 040345. <https://doi.org/10.1103/PRXQuantum.2.040345>
- Wei, M., & Krenner, H. J. (2018). Interfacing quantum emitters with propagating surface acoustic waves. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 51, 373001. <https://doi.org/10.1088/1361-6463/aace3c>
- Wigger, D., Wei, M., Lienhart, M., Mller, K., Finley, J. J., Kuhn, T., Krenner, H. J., & Machnikowski, P. (2021). Resonance-fluorescence spectral dynamics of an acoustically modulated quantum dot. *Physical Review Research*, 3, 033197. <https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.3.033197>
- Woods, L. M., Reinecke, T. L., & Kotlyar, R. (2004). Hole spin relaxation in quantum dots. *Physical Review B*, 69, 125330. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.69.125330>
- Zhang, J., Um, M., Lv, D., Zhang, J.-N., Duan, L.-M., & Kim, K. (2018). NOON States of Nine Quantized Vibrations in Two Radial Modes of a Trapped Ion. *Physical Review Letters*, 121, 160502. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.121.160502>
- Zhang, W., Yu, Z., Liu, Y., & Peng, Y. (2014). Optical nonlinearity in a quantum dot–microcavity system under an external magnetic field. *Journal of the Optical Society of America B*, 31, 296. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.31.000296>