

# CÓMO DISEÑAR UN SISTEMA DE INFERENCIA DIFUSA DE TIPO TSUKAMOTO

<sup>1</sup>Dra. Yesenia Eleonor González Navarro  
ygonzalezn@ipn.mx

<sup>2</sup>M. en C. Benito Granados Rojas  
bgranadosr@cinvestav.mx

<sup>3</sup>M. en C. Paola Nayeli Cortez Herrera  
pcortez@ipn.mx

<sup>1,3</sup>Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas-IPN. Ciudad de México.

<sup>2</sup>Departamento de Ingeniería Eléctrica – CINVESTAV, Ciudad de México.

## Resumen

*En este trabajo se describe un sistema de inferencia difusa de tipo Tsukamoto (Jang J., Sun C., 1997) y se resuelve paso a paso un ejemplo.*

*Palabras clave: Lógica difusa, sistema de inferencia difusa, Tsukamoto.*

## Introducción

Este artículo aborda el diseño de un sistema de inferencia difusa de tipo Tsukamoto (Jang J., Sun C., 1997) y es un trabajo consecutivo de (González Y., Granados B., Cortez P., 2019), en el cual se describe qué es un sistema de inferencia difusa y se aborda el diseño de sistemas de tipo Mamdani. Para poder comparar los sistemas Mamdani y Tsukamoto, en este documento se continúa trabajando con el mismo ejemplo resuelto anteriormente, con las modificaciones pertinentes.

## Conocimientos generales

### A. Conjuntos difusos

Un conjunto difuso es aquel representado por una función con una amplitud entre cero y uno donde el cambio de un valor numérico a otro es gradual, sin embargo, existen algunos requisitos para poder considerar a una función como un conjunto difuso, ver Tabla 1.

**Tabla 1. Requisitos para un conjunto difuso.**

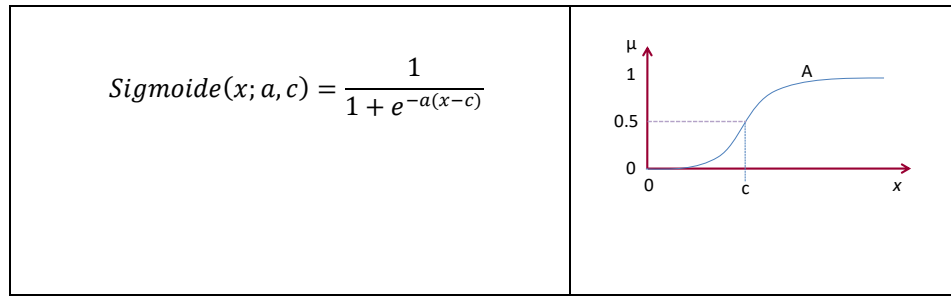
1	Un conjunto difuso es aquel donde el cambio de pertenencia a no pertenencia o viceversa es gradual.
2	Un conjunto difuso debe ser continuo y monotónicamente creciente o decreciente.
3	Un conjunto difuso puede pasar de no pertenencia a pertenencia y de nuevo a no pertenencia, pero, una vez que decae, no puede volver a adquirir valores numéricos mayores al anterior.
4	Al menos un elemento del conjunto difuso debe tener el mayor grado de pertenencia posible (uno).

5	El conjunto difuso debe estar definido en todo el universo.
---	---

Dichas funciones se conocen en el campo de la lógica difusa como funciones de membresía o de pertenencia (Jang J., Sun C., 1997), (Ross T., 2016). La Tabla 2 describe algunas funciones normalizadas en una dimensión difusa que pueden ser consideradas como conjuntos difusos. De acuerdo a la manera en que se programan, se catalogan como funciones discretas (definidas por secciones) y funciones continuas (definidas por una sola ecuación).

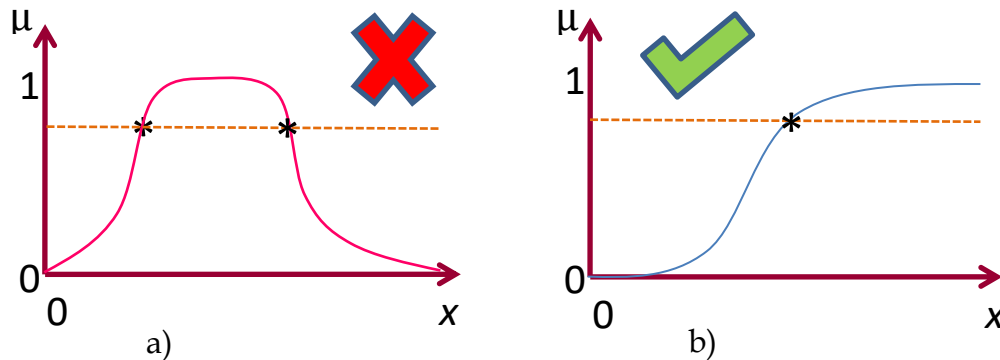
**Tabla 2. Funciones de membresía discretas y continuas en una dimensión difusa.**

Función	Gráfica
$Triangular(x; a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b < x \leq c \\ 0, & c < x \end{cases}$	
$Trapezoidal(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ 1, & b < x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c < x \leq d \\ 0, & d < x \end{cases}$	
$Gaussiana(x; c, \sigma) = e^{\frac{-1}{2}(\frac{x-c}{\sigma})^2}$	
$Campana(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left  \frac{x-c}{a} \right ^{2b}}$	



## Sistema de Inferencia Difusa de Tipo Tsukamoto

Como se menciona en (González Y., Granados B., Cortez P., 2019), la diferencia entre los sistemas de inferencia ocurre en el consecuente, es decir, en la forma de representar las variables de salida del sistema. En los sistemas de inferencia difusa de tipo Tsukamoto pueden utilizarse funciones de membresía (conjuntos difusos) discretos o continuos, pero, con la restricción de que, si se extiende una línea recta en todo el rango del universo a cualquier altura en el eje vertical, únicamente se debe cruzar a la función una sola vez (ver Figura 1), esto debido al método de desdifusificación que se utiliza, como se explicará más adelante.



*Figura 1. Funciones de membresía a) No válidas en un sistema de inferencia difusa de tipo Tsukamoto. B) Válidas en un sistema de inferencia difusa de tipo Tsukamoto.*

## Ejemplo

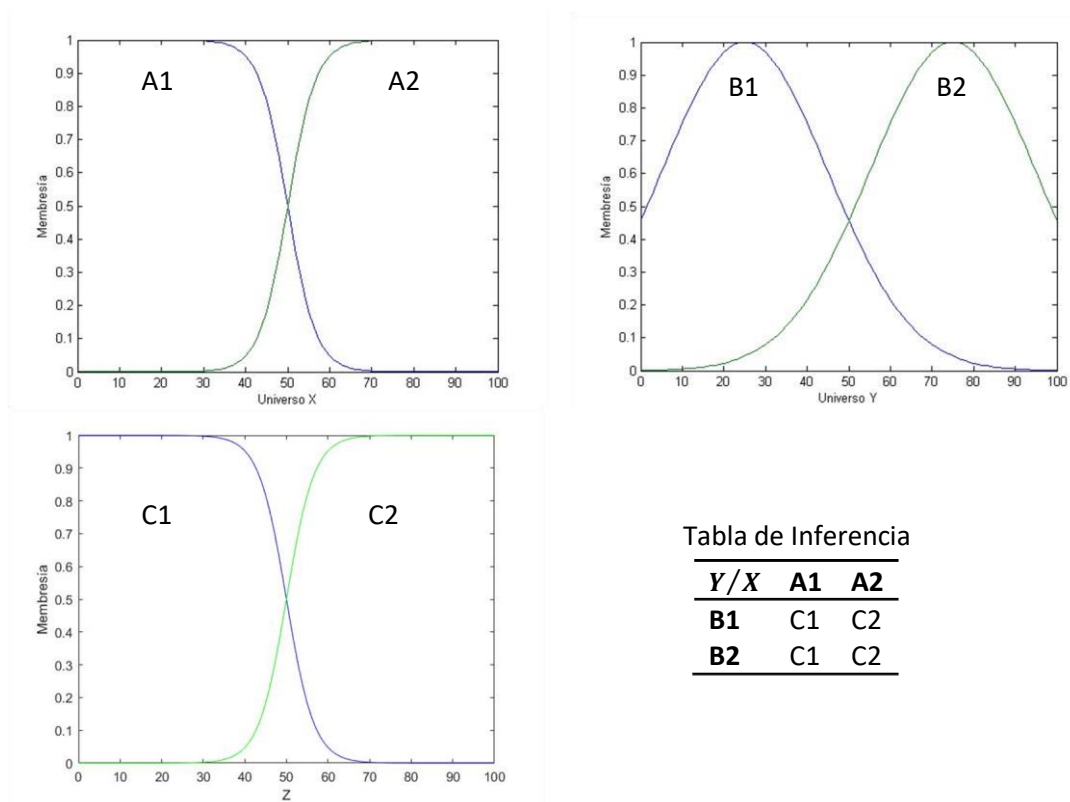
Se mantendrá el ejemplo resuelto en (González Y., Granados B., Cortez P., 2019), donde se requiere implementar un sistema de inferencia con dos universos de entrada ( $X$  y  $Y$ ) y un universo de salida ( $Z$ ), todos definidos en el rango  $[0,100]$ , adaptando los conjuntos difusos en el universo de salida a los requerimientos de un sistema Tsukamoto (se cambiaron a conjuntos de tipo sigmoidal). En el universo  $X$  se han propuesto los conjuntos  $A1$  y  $A2$ , en el universo  $Y$  los conjuntos difusos  $B1$  y  $B2$ , en el universo  $Z$  se tendrán los conjuntos difusos  $C1$  y  $C2$ , representados por las Ecuaciones 1-3.

$$A1 = \frac{1}{1+\exp(0.3(x-50))} \quad , \quad A2 = \frac{1}{1+\exp(-0.3(x-50))} \quad (1)$$

$$B1 = \exp^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-25}{20}\right)^2} \quad , \quad B2 = \exp^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-75}{20}\right)^2} \quad (2)$$

$$C1 = \frac{1}{1+\exp(0.3(z-50))} \quad , \quad C2 = \frac{1}{1+\exp(-0.3(z-50))} \quad (3)$$

La Figura 2 muestra las gráficas de los universos X, Y y Z, además de la tabla de inferencia (que resume las reglas difusas “si-entonces”) del sistema, descritas en la Ecuación 4, que para este caso con 2 universos de entrada y 2 conjuntos difusos en cada uno de ellos se tendrán 4 reglas “si-entonces” (resultado de la combinación de los conjuntos en los universos de entrada).



**Figura 2. Propuesta de un sistema de inferencia difusa de tipo Tsukamoto. Muestra la caracterización de universos de entrada/salida y la tabla de inferencia difusa.**

- Regla 1: Si x es A1 y y es B1, entonces z es C1  
Regla 2: Si x es A1 y y es B2, entonces z es C1  
Regla 3: Si x es A2 y y es B1, entonces z es C2  
Regla 4: Si x es A2 y y es B2, entonces z es C2
- (4)

Considere entonces que en cierto instante ingresan al sistema un par de valores, de nuevo se utilizarán  $x = 60$  y  $y = 35$ . El primer paso será el proceso de difusificación de los valores certeros de entrada, es decir, la evaluación de los valores  $x$  y  $y$  en (1) y (2) respectivamente:

$$\mu_{A1}(x) = 0.047, \mu_{A2}(x) = 0.952 \quad (5)$$

$$\mu_{B1}(x) = 0.882, \mu_{B2}(x) = 0.135 \quad (6)$$

El paso siguiente es realizar la evaluación de las reglas “si-entonces”. Observe que cada regla en este ejemplo contiene 2 operadores: intersección y agregación (ver Figura 3). La intersección puede resolverse aplicando un operador T-norma, el más común es el operador *min*, que no es más que seleccionar el grado de membresía mínimo, a este valor se le denominará “peso” ( $w$  por la primera letra de la palabra en inglés). Para la agregación, una vez obtenidos los pesos, éstos serán utilizados para el proceso de desdifusificación del sistema, de acuerdo con la Ecuación (7), que corresponde a la misma ecuación de desdifusificación por centroide usada en el sistema Mamdani, pero adaptándola a las variables implicadas:

$$Z^* = \frac{\sum_{i=1}^R w_i * z_i}{\sum_{i=1}^R w_i}, \quad (7)$$

donde  $w_i$  es el  $i$ ésimo peso,  $z_i$  corresponde a la componente horizontal en el universo  $Z$  para la  $i$ ésima regla, resultante de considerar al valor  $w_i$  como la componente vertical en la función de membresía asignada a esa regla y  $R$  el número total de reglas. La representación de la evaluación de las reglas puede verse en la Figura 3. El número de términos a sumar corresponderá al número de reglas  $R$  propuestas en el sistema.

De los grados de pertenencia obtenidos en (5) y (6), si primero se evalúan las intersecciones de las 4 reglas por medio del operador *min*, se tiene:

Tabla de Inferencia		
$Y/X$	<b>A1</b>	<b>A2</b>
<b>B1</b>	0.047	0.882
<b>B2</b>	0.047	0.135

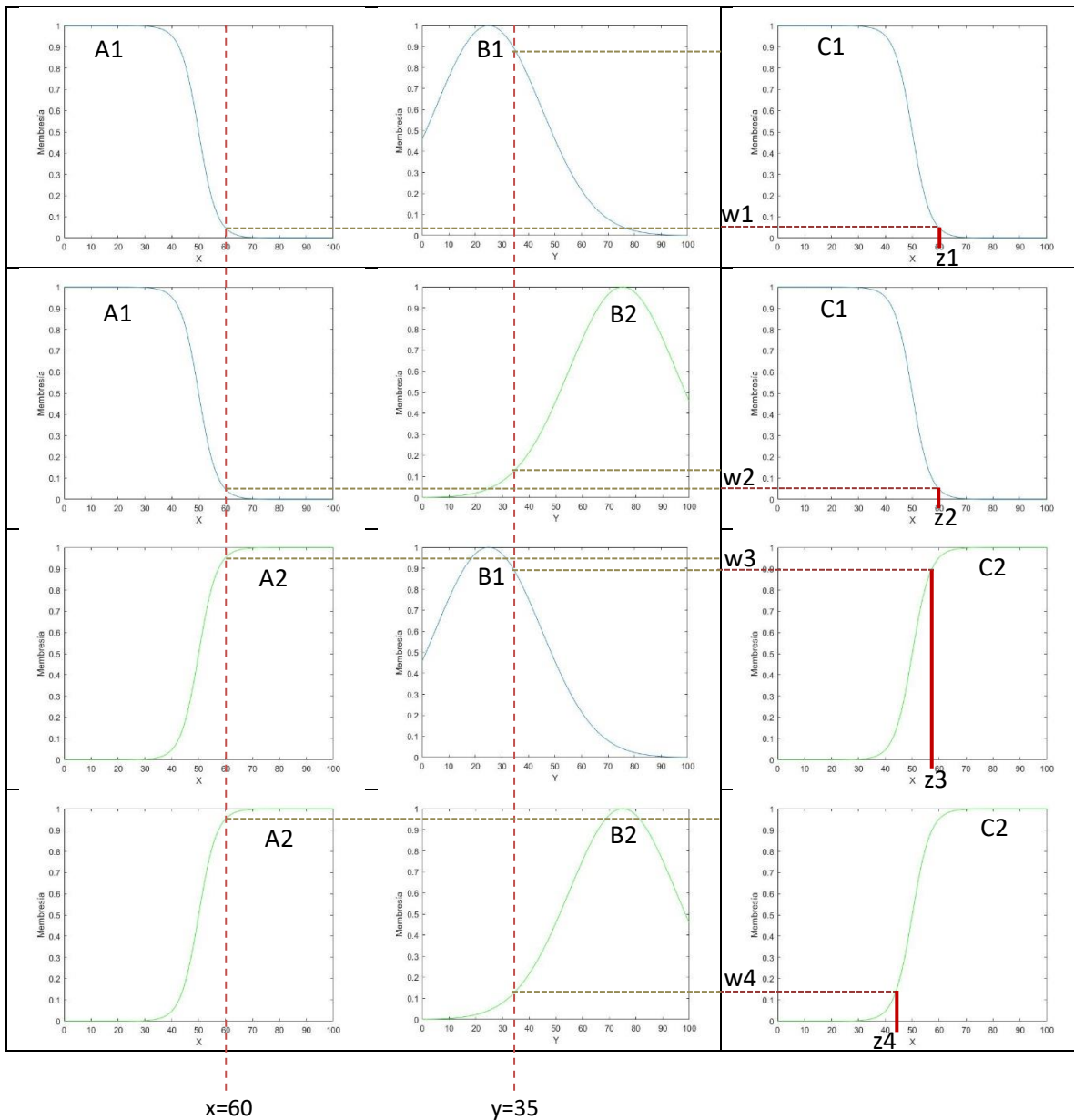
(8)

Entonces, los valores de peso de acuerdo al orden de las reglas consideradas en (4) son:  $w_1 = 0.047$ ,  $w_2 = 0.047$ ,  $w_3 = 0.882$  y  $w_4 = 0.135$ . Una forma de obtener los valores  $z_i$  correspondientes, es realizar el despeje de  $z$  en la función de membresía utilizada (aplicable cuando se utilizan funciones continuas). La ecuación sigmoideal usada en (3) puede verse de forma general en la Tabla 2. En (9) se muestra el despeje de  $z$ , considerando que la amplitud de la función corresponde ahora al valor de peso conocido  $w_i$ .

$$z_i = c - \log \left( \frac{1}{w_i} - 1 \right) / a. \quad (9)$$

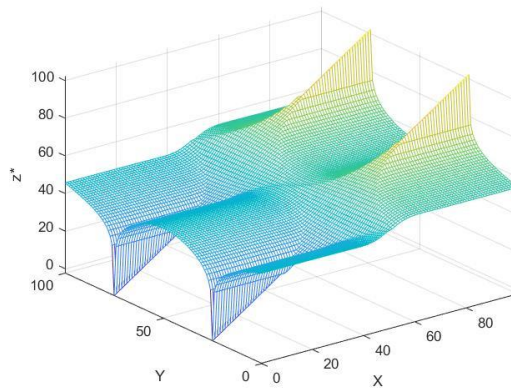
Otra forma de obtener los valores de  $z_i$  es, asumiendo que cada función de membresía en el universo  $Z$  está almacenada como un vector, si se realiza un barrido en cada localidad del vector buscando el valor numérico más cercano al valor de peso correspondiente, una vez localizado, la posición donde se encuentre estará asociada al valor de  $z_i$ .

Para los valores de entrada de  $x$  y  $y$  propuestos:  $z_1 = 60$ ,  $z_2 = 60$ ,  $z_3 = 56.7$ ,  $z_4 = 43.8$ . Aplicando entonces (7), el valor desdifusificado resultante es  $z^* = 55.43$ .



*Figura 3. Representación del proceso de evaluación de reglas en un sistema Tsukamoto. Asumiendo que ingresa al sistema un par de valores en los universos de entrada  $X$  y  $Y$  y se obtienen los parámetros de salida  $w_i$  y  $z_i$  para cada regla.*

Para obtener toda la superficie o manta de control del sistema, al igual que en el sistema de inferencia difusa de tipo Mamdani, esta resulta de evaluar todos los posibles pares de entrada  $(x, y)$  del sistema y almacenar el valor  $z^*$  desdifusificado correspondiente de salida. Ver Figura 4.



**Figura 4. Superficie de control resultante aplicando un sistema de inferencia difusa de tipo Tsukamoto.**

La superficie de control obtenida debe de reflejar el comportamiento planteado en las reglas “si-entonces” o de manera resumida, en la tabla de inferencia. Para el ejemplo resuelto, ya que se propusieron 4 reglas de control, la superficie debe contener 4 regiones de comportamiento. A diferencia de un sistema de inferencia difusa de tipo Mamdani, Tsukamoto genera superficies con comportamientos más abruptos, indeseados desde el punto de vista de control.

## Referencias

- Jang J., Sun C. (1997). Neuro-Fuzzy and Soft Computing. A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence. Ed. Prentice Hall.
- González Y., Granados B., Cortez P. (2019). Cómo diseñar un sistema de inferencia difusa de tipo Mamdani. Boletín UPIITA No. 75. <http://www.boletin.upiita.ipn.mx/index.php/ciencia/845-cyt-numero-75/1760-como-disenar-un-sistema-de-inferencia-difusa-de-tipo-mamdani>
- Ross T. (2016). Fuzzy Logic with Engineering Applications. Ed. Wiley.