

CÓMO DISEÑAR UN SISTEMA DE INFERENCIA DIFUSA DE TIPO MAMDANI

¹Dra. Yesenia Eleonor González Navarro
ygonzalezn@ipn.mx

²M. en C. Benito Granados Rojas
bgranadosr@cinvestav.mx

³M. en C. Paola Nayeli Cortez Herrera
pcortez@ipn.mx

^{1,3}Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas-IPN. Ciudad de México.

²Departamento de Ingeniería Eléctrica – CINVESTAV, Ciudad de México.

Resumen

En este trabajo se describe qué es un sistema de inferencia y se resuelve paso a paso un ejemplo de un sistema de inferencia de tipo Mamdani (Jang J., Sun C., 1997).

Palabras clave: Lógica difusa, sistema de inferencia difusa, Mamdani.

Introducción

Este artículo aborda el diseño de un sistema de inferencia difusa de tipo Mamdani (Jang J., Sun C., 1997), Ross T. (2016). Se asume que el lector cuenta con los conocimientos básicos de la teoría de conjuntos difusos, reglas difusas “sí-entonces” y razonamiento difuso.

Sistemas de Inferencia Difusa

De acuerdo con (Jang J., Sun C., 1997), Ross T. (2016), existen 3 tipos de sistemas de inferencia difusa: Mamdani, Takagi-Sugeno-Kang y Tsukamoto. Estos sistemas de inferencia se diferencian entre sí de acuerdo al consecuente, es decir, a la forma de los conjuntos difusos dentro de los universos de salida. La Figura 1 muestra el diagrama a bloques de un sistema de inferencia difusa.

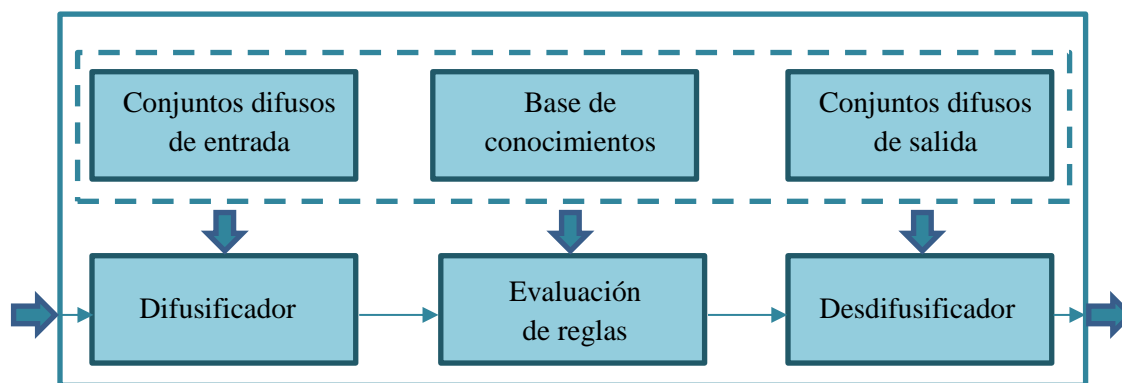


Figura 1. Diagrama general de un sistema de inferencia difusa.

A. Difusificador

Esta etapa recibe los valores numéricos de la o las variables de entrada (universos de entrada) y convierte estos valores numéricos del plano certero al plano difuso. Dicho de otra manera, cada valor de entrada es evaluado en cada uno de los conjuntos difusos o funciones de membresía del universo que le corresponde, generando así sus grados de pertenencia o membresía.

B. Evaluación de reglas difusas “si-entonces”

Conocidas también como reglas difusas o implicaciones difusas: “si x es A , entonces y es B ”. Donde A y B son valores lingüísticos definidos por conjuntos difusos en los universos de discurso X y Y , respectivamente. El número de reglas en un sistema de inferencia está definido por el número de universos de entrada y el número de conjuntos difusos dentro de cada universo de entrada (su combinación).

C. Desdifusificador

La mayoría de las veces es necesario tener una salida certera, especialmente cuando se utiliza al sistema difuso como controlador. Por lo tanto, es necesario utilizar un método de desdifusificación, es decir, un método para extraer un valor certero que mejor represente a la instrucción difusa de salida.

Sistema de Inferencia de tipo Mamdani

Este tipo de sistema de inferencia utiliza conjuntos difusos tanto en los universos de entrada como de salida. Algunas veces puede utilizarse en una de las variables ya sea de entrada o salida otro tipo de conjuntos conocidos como impulsos difusos, que son impulsos con amplitud unitaria que ocurren en el universo en cuestión.

Algunos métodos de desdifusificación utilizados en el sistema Mamdani son: izquierda del máximo, media del máximo, derecha del máximo, bisectriz, promediado de pesos, centroide del área (Jang J., Sun C., 1997).

Una mejor representación de la conversión del plano difuso al plano certero se logra (en opinión de los autores de este artículo) con los métodos de desdifusificación de bisectriz, promediado de pesos o de centroide del área, pero, de estos 3, el de menor complejidad para su implementación es el método de centroide del área. Su ecuación descriptiva se muestra en la Ecuación 1.

$$z^* = \frac{\sum \mu_{CT}(z)z}{\sum \mu_{CT}(z)} \quad (1)$$

donde z^* es el valor certero desdifusificado, que resulta de evaluar cada elemento z del universo de salida ponderado por su pertenencia en el conjunto de salida CT .

Ejemplo

Se desea implementar un sistema de inferencia de tipo Mamdani con dos universos de entrada (X y Y) y un universo de salida (Z), todos definidos en el rango $[0,100]$. En el universo X se han propuesto los conjuntos $A1$ y $A2$, en el universo Y los conjuntos difusos $B1$ y $B2$, en el universo Z se propusieron los conjuntos difusos $C1$ y $C2$, representados por las Ecuaciones 2-4.

$$A1 = \frac{1}{1+\exp(0.3(x-50))} \quad , \quad A2 = \frac{1}{1+\exp(-0.3(x-50))} \quad (2)$$

$$B1 = \exp^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-25}{20}\right)^2} \quad , \quad B2 = \exp^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-75}{20}\right)^2} \quad (3)$$

$$C1 = \frac{1}{1+\exp(0.3(z-50))} \quad , \quad C2 = \exp^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-75}{20}\right)^2} \quad (4)$$

La Figura 2 muestra las gráficas de los universos X , Y y Z , además de la tabla de inferencia (que resume las reglas difusas “si-entonces”) del sistema, descritas en la Ecuación 5, que para este caso con 2 universos de entrada y 2 conjuntos difusos en cada uno de ellos se tendrán 4 reglas “si-entonces”. Para este ejemplo se eligió que las reglas 1 y 2 se relacionaran con el conjunto de salida $C1$ y las reglas 3 y 4 se relacionaran con el conjunto de salida $C2$.

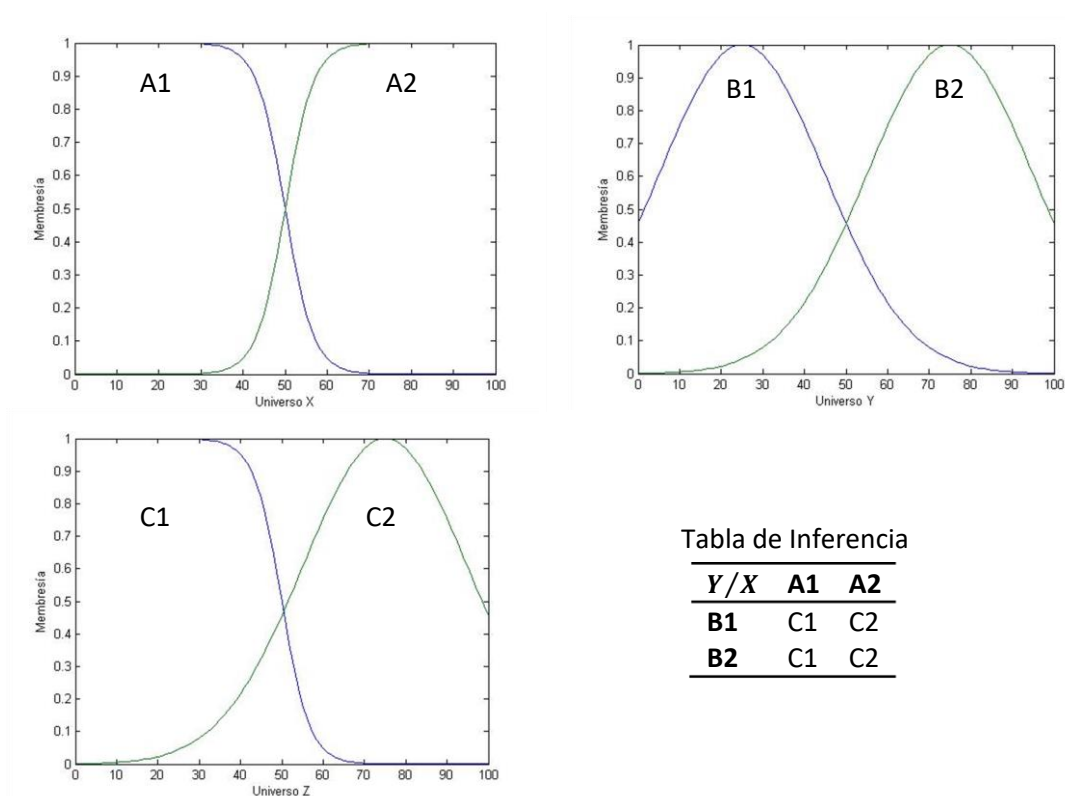


Figura 2. Propuesta de un sistema de inferencia difusa de tipo Mamdani.. Muestra la caracterización de universos de entrada/salida y la tabla de inferencia difusa.

$$\begin{aligned}
&\text{Regla 1: Si } x \text{ es } A1 \text{ y } y \text{ es } B1, \text{ entonces } z \text{ es } C1 \\
&\text{Regla 2: Si } x \text{ es } A1 \text{ y } y \text{ es } B2, \text{ entonces } z \text{ es } C1 \\
&\text{Regla 3: Si } x \text{ es } A2 \text{ y } y \text{ es } B1, \text{ entonces } z \text{ es } C2 \\
&\text{Regla 4: Si } x \text{ es } A2 \text{ y } y \text{ es } B2, \text{ entonces } z \text{ es } C2
\end{aligned} \tag{5}$$

Hasta este punto ya se ha realizado el diseño del sistema, entonces, ¿cómo obtener las funciones de control o salida del sistema de inferencia?

Considere que en cierto instante ingresan al sistema un par de valores, por ejemplo, que $x = 60$ y $y = 35$. El primer paso, según la Figura 1 es la difusificación de los valores certeros, que consiste en evaluar en (2) y (3) respectivamente a x y y , obteniendo los grados de pertenencia o membresía en los conjuntos difusos de entrada:

$$\begin{aligned}
\mu_{A1}(x) &= 0.047, \mu_{A2}(x) = 0.952 \\
\mu_{B1}(y) &= 0.882, \mu_{B2}(y) = 0.135
\end{aligned} \tag{6}$$

El paso siguiente es realizar la evaluación de las reglas “si-entonces”. Observe que cada regla en este ejemplo contiene 2 operadores: intersección y agregación (ver Figura 3). La intersección puede resolverse aplicando un operador T-norma, el más común es el operador *min*, que no es más que seleccionar el grado de membresía mínimo. Para la agregación, puede resolverse aplicando un operador S-norma, el más común es el operador *max*, que consiste en seleccionar el grado de pertenencia máximo. La *composición difusa* conjunta las operaciones necesarias (intersección y agregación) para resolver las reglas de inferencia, siendo *max – min* la composición más usada.

$$\text{Regla 1: Si } x \text{ es } A1 \text{ } \boxed{\text{y}} \text{ } y \text{ es } B1, \boxed{\text{entonces}} z \text{ es } C1$$

T-norma S-norma

Figura 3. Tipos de operadores en una regla de inferencia “si-entonces”.

De los grados de pertenencia obtenidos en el ejemplo, si primero se evalúan las intersecciones de las 4 reglas por medio del operador *min*, se tiene:

Tabla de Inferencia		
Y/X	A1	A2
B1	0.047	0.882
B2	0.047	0.135

(8)

Una vez obtenidas las intersecciones, observe que las reglas 1 y 2 (ver Ecuación 5) tienen como conjunto de salida a $C1$, por lo tanto, de las intersecciones de esas 2 reglas, el paso siguiente es aplicar la agregación hacia $C1$, que en este caso se realizará con el operador *max*. De igual manera, las reglas 3 y 4 (ver Ecuación 5)

tienen como conjunto de salida a C2, por lo que también se obtendrá la agregación hacia C2.

Tabla de Inferencia			Agregación (C1)
Y/X	A1	A2	
B1	C1	C2	Agregación (C2)
B2	C1	C2	

Por composición difusa, las agregaciones se obtienen como:

$$\text{Agregación (C1)} = \max(\min(\mu_{A1}(x), \mu_{B1}(y)), \min(\mu_{A1}(x), \mu_{B2}(y))) \quad (10)$$

$$\text{Agregación (C1)} = \max(\min(0.047, 0.882), \min(0.047, 0.135)) = 0.047 \quad (11)$$

$$\text{Agregación (C2)} = \max(\min(\mu_{A2}(x), \mu_{B1}(y)), \min(\mu_{A2}(x), \mu_{B2}(y))) \quad (12)$$

$$\text{Agregación (C2)} = \max(\min(0.952, 0.882), \min(0.952, 0.135)) = 0.882 \quad (13)$$

En el sistema de inferencia difusa de tipo Mamdani, los valores resultantes de la agregación se utilizan para recortar los conjuntos en los universos de salida correspondientes. La Figura 4 muestra los conjuntos de salida C1 y C2 recortados.

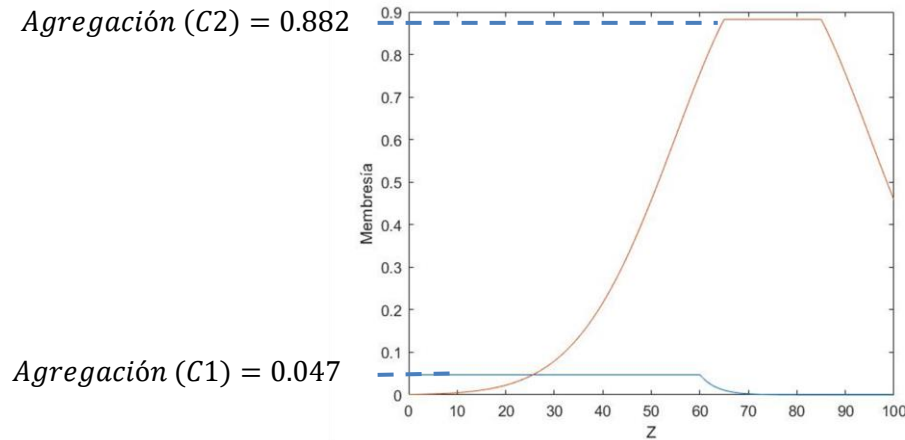


Figura 4. Corte a los conjuntos C1 y C2 del universo de salida Z.

Los conjuntos C1 y C2 recortados dentro del universo de salida Z ya presentan una orden de control del sistema, sin embargo, es una orden difusa, ya que está compuesta por la pertenencia de cada elemento del universo Z de salida en cada uno de los conjuntos C1 y C2 recortados. Para poder obtener una orden certera, es necesario entonces aplicar el proceso de desdifusificación.

Para utilizar el método de centroide del área (Ecuación 1), será necesario primero obtener una sola curva CT compuesta de la unión de los conjuntos C1 y C2 recortados, como se observa en la Figura 5. Una vez obtenida esa curva, será posible obtener el valor z^* desdifusificado de salida.

Para el ejemplo, utilizando un tamaño de paso de 1 en el universo de salida Z se tiene que $z^* = 69.584$.

Para obtener toda la superficie o manta de control del sistema, esta resulta de evaluar todos los posibles pares de entrada (x,y) del sistema y almacenar el valor z^* desfusificado correspondiente de salida. Ver Figura 6.

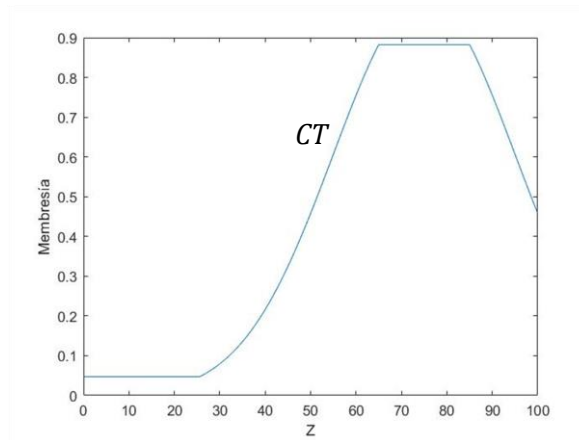


Figura 5. Curva resultante de la unión de los conjuntos $C1$ y $C2$ recortados.

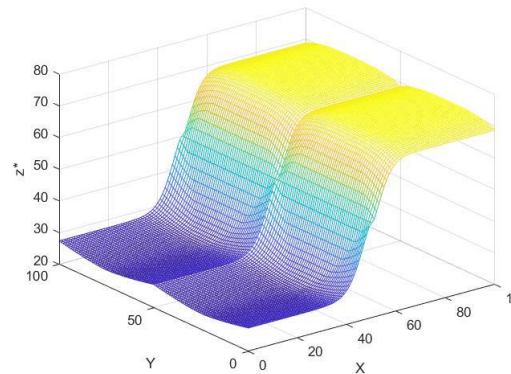


Figura 6. Superficie de control resultante.

La superficie de control obtenida debe de reflejar el comportamiento planteado en las reglas “si-entonces” o de manera resumida, en la tabla de inferencia. Para el ejemplo resuelto, ya que se propusieron 4 reglas de control, la superficie debe contener 4 regiones de comportamiento.

Referencias

- Jang J., Sun C. (1997). Neuro-Fuzzy and Soft Computing. A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence. Ed. Prentice Hall.
- Ross T. (2016). Fuzzy Logic with Engineering Applications. Ed. Wiley.