Examen Diagnóstico. Lógica Difusa 2TM9

Abonza Romero José Ángel

Parte 1.

1. Comprobar si los siguientes vectores son ortogonales

$$\vec{P}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{P}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{P}_1 \cdot \vec{P}_2 = (-1)(1) + (1)(1) + (1)(1) + (-1)(-1) + (-1)(1) + (1)(-1)$$
$$= -1 + 1 + 1 + 1 - 1 - 1$$
$$= 0$$

$\therefore \vec{P}_1$ y $\vec{P}_2$ son vectores ortogonales.

2. Normalizar el siguiente vector

$$\vec{P} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \hat{P} = \frac{\vec{P}}{\|\vec{P}\|} = \frac{(3,1,5,2)}{\sqrt{3^2+1^2+5^2+2^2}} = \frac{(3,1,5,2)}{\sqrt{39}}$$

3. Realizar lo siguiente:

a) $$\underbrace{[1 \ \ -1 \ \ 1]}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B} \rightarrow AB = [(1)(1) + (-1)(-1) + (1)(1)] = [3]$$

$m \times n = 1 \times 3$ $\quad n \times k = 3 \times 1$

$n = 3$

b. $$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{[1 \ \ -1 \ \ 1]}_{B} \rightarrow AB = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$m \times n = 3 \times 1$ $\quad n \times k = 1 \times 3$

$n = 1$

$c_{11} = (1)(1) + (0)(-1) + (0)(1) = 1$
$c_{21} = (-1)(1) = -1$
$c_{31} = (1)(1) = 1$
$c_{12} = (1)(-1) = -1$
$c_{22} = (-1)(-1) = 1$
$c_{32} = (1)(-1) = -1$

$c_{13} = (1)(1) = 1$
$c_{23} = (-1)(1) = -1$
$c_{33} = (1)(1) = 1$

4. Obtener los valores y vectores propios (eigenvalores y eigenvectores) de la siguiente matriz.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$P(\lambda) = \det(A - \lambda I) = \begin{bmatrix} -1-\lambda & 1 \\ 0 & -2-\lambda \end{bmatrix} = (-1-\lambda)(-2-\lambda) - 0 = 0$$

$$P(\lambda) = 0 = 2 + \lambda + 2\lambda + \lambda^2 = \lambda^2 + 3\lambda + 2 = (\lambda+1)(\lambda+2)$$

$$\lambda_1 = -1, \ \lambda_2 = -2$$

$$Ax = x\lambda$$

Para $\lambda = -1$

$$Ax = x\lambda \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = (-1)\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -x_1 & x_2 \\ 0 & -2x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_1 \\ -x_2 \end{bmatrix}$$

$$-x_1 + x_2 = -x_1 \rightarrow x_2 = 0 \qquad u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$-2x_2 = -x_2 \rightarrow x_1 = 1$$

Para $\lambda = -2$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = (-2)\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -x_1 & x_2 \\ 0 & -2x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2x_1 \\ -2x_2 \end{bmatrix}$$

$$-x_1 + x_2 = -2x_1 \rightarrow x_2 = -x_1$$

$$-2x_2 - 2x_2 \rightarrow x_2 = x_2 \qquad \text{Si } x_2 = 1, \ x_1 = -1$$

$$u_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Comprobación con $u_2$. $Au_2 = \lambda_2 u_2$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = (-2)\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(-1)(-1) + (1)(1) = 2$$

$$-2(1) = -2 \quad \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Comprobación con $u_1$. $Au_1 = \lambda_1 u_1$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = (-1)\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(-1)(1) + (1)(0) = -1$$

$$(0)(2) + (2)(0) = 0 \quad \rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5. Obtener la transpuesta y la inversa de la siguiente matriz:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad B^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{(Adj(B))^T}{|B|}$$

$adj_{1,1} = (-1)^2 \cdot |2| = 2$ , $adj_{2,1} = (-1)^{2+1} \cdot |5| = -5$

$adj_{1,2} = (-1)^{1+2} \cdot |3| = -3$ , $adj_{2,2} = (-1)^{2+2} \cdot |1| = 1$

$$Adj(B) = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}, \quad (Adj(B))^T = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|B| = (1)(2) - (3)(5) = 2 - 15 = -13$$

$$B^{-1} = -\frac{1}{13}\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2/13 & 5/13 \\ 3/13 & -1/13 \end{bmatrix}$$

6. Realice la ortogonalización de los siguientes vectores. Mencione el método elegido.

$$\vec{p}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}, \quad \vec{p}_2 = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Haciendo la ortogonalización por el método de Gram-Smith

$$\vec{v}_1 = \vec{p}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \vec{p}_2 - \left(\frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{p}_2}{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_1}\right)\vec{v}_1$$

$$\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} - \left(\frac{(3)(6) + (1)(2) + (7)(4)}{3^2 + 1^2 + 7^2}\right)\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} - \left(\frac{48}{59}\right)\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 210/59 \\ 70/59 \\ -100/59 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 210/59 \\ 70/59 \\ -100/59 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0$$

7. Realiza lo siguiente:

a/ ¿Qué nombre recibe el tipo de diagrama mostrado?

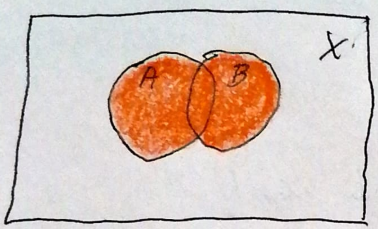
R: Diagrama de Venn

b/ Describa cada una de las variables que aparecen en la figura 1

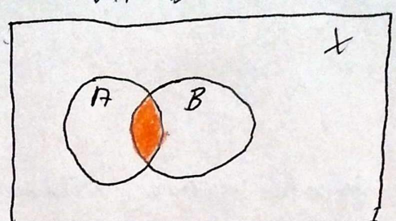
R: A y B son subconjuntos del universo X.

c/ Realice las siguientes operaciones:

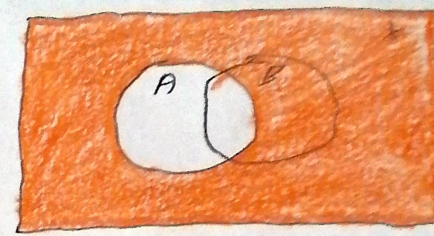
$A \cup B$




$A \cap B$




$\bar{A}$




## Parte 2

Intenté hacer los programas pero no pude :c

Este fin de semana prometo aprender tanto como me sea posible de programación en python.