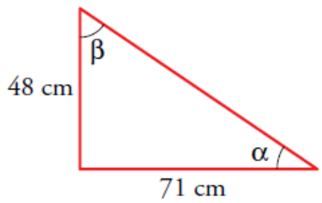
Soluciones a los ejercicios del 30 de marzo
4º ESO

Página 150:

- Ejercicio 1 → 4:

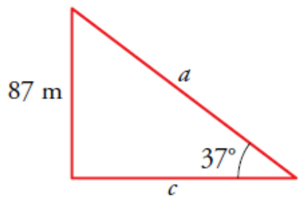
1. Los dos catetos de un triángulo rectángulo miden 48 cm y 71 cm. Halla los dos ángulos agudos.



$$tg\ \alpha = \frac{48}{71} = 0,676 \rightarrow \alpha = 34°\ 3'\ 39,27''$$

$$\beta = 90° - 34°\ 3'\ 39,27'' = 55°\ 86'\ 51,73''$$

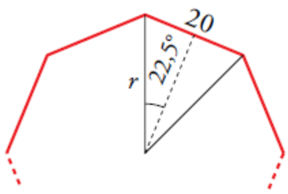
2. En un triángulo rectángulo, un ángulo agudo mide 37°, y el cateto opuesto, 87 m. Halla el otro cateto y la hipotenusa.



$$sen\ 37° = \frac{87}{a} \rightarrow a = \frac{87}{sen\ 37°} = 144,56 \text{ m}$$

$$tg\ 37° = \frac{87}{c} \rightarrow c = \frac{87}{tg\ 37°} = 115,45 \text{ m}$$

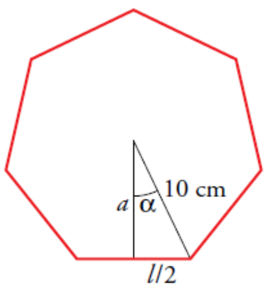
3. Calcula el radio de un octógono regular de 20 cm de lado. ¿Cuánto mide su apotema?



$$sen\ 22,5° = \frac{10}{r} \rightarrow r = \frac{10}{sen\ 22,5°} \approx 26,13 \text{ cm}$$

$$cos\ 22,5° = \frac{\text{apotema}}{r} \rightarrow \text{apotema} \approx 24,14 \text{ cm}$$

4. Halla la apotema de un heptágono regular de 10 cm de radio. Calcula también la longitud del lado.



$$\alpha = 360° : 14 = 25°\ 42'\ 51''$$

$$cos\ (25°\ 42'\ 51'') = \frac{a}{10} \rightarrow a = 10 \cdot cos\ (25°\ 42'\ 51'') \rightarrow$$

$$\rightarrow a = 9 \text{ cm}$$

$$sen\ (25°\ 42'\ 51'') = \frac{l/2}{10} \rightarrow \frac{l}{2} = 10 \cdot sen\ (25°\ 42'\ 51'') \rightarrow$$

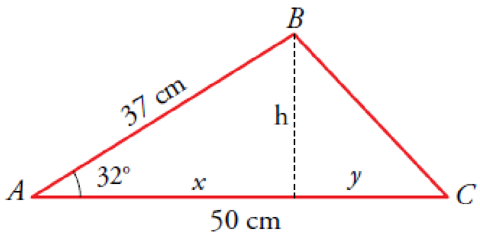
$$\rightarrow \frac{l}{2} = 4,34 \text{ cm} \rightarrow l = 8,68 \text{ cm}$$

Por tanto, el lado del heptágono mide 8,68 cm y su apotema 9 cm.

Página 151:

- Ejercicios 1 y 2:

1. En un triángulo ABC, halla $\overline{BC}$ conociendo $\overline{AB} = 37$ cm, $\overline{AC} = 50$ cm y $\hat{A} = 32°$.



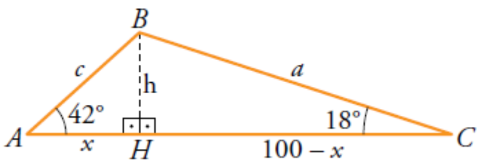
$$\cos 32° = \frac{x}{37} \rightarrow x = 31{,}38 \text{ cm}$$

$$\operatorname{sen} 32° = \frac{h}{37} \rightarrow h = 19{,}61 \text{ cm}$$

$$y = 50 - x = 50 - 31{,}38 = 18{,}62 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{h^2 + y^2} = 27{,}04 \text{ cm}$$

2. Halla los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ de un triángulo ABC en el que sabemos $\overline{AC} = 100$ cm, $\hat{A} = 42°$ y $\hat{C} = 18°$.



- Trazamos la altura sobre AC y dividimos el triángulo $\widehat{ABC}$ en dos triángulos rectángulos $\widehat{ABH}$ y $\widehat{BHC}$.

$$\left.\begin{array}{l} \text{En } \widehat{ABH}\text{: } tg\ 42° = \dfrac{h}{x} \\ \text{En } \widehat{BHC}\text{: } tg\ 18° = \dfrac{h}{100 - x} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 0{,}900 = \dfrac{h}{x} \\ 0{,}325 = \dfrac{h}{100 - x} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} h = 0{,}900x \\ h = 0{,}325\,(100 - x) \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0{,}900x = 0{,}325(100 - x) \rightarrow 0{,}900x = 32{,}5 - 0{,}325x \rightarrow$$

$$\rightarrow 1{,}225x = 32{,}5 \rightarrow x = \frac{32{,}5}{1{,}225} \rightarrow x = 26{,}5 \text{ cm} \rightarrow$$

$$\rightarrow h = 23{,}85 \text{ cm}$$

- Conociendo x y h podemos hallar los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$.

$$\text{En } \widehat{ABH}\text{: } \cos 42° = \frac{26{,}5}{c} \rightarrow c = \frac{26{,}5}{\cos 42°} \rightarrow c = 35{,}7 \text{ cm}$$

$$\text{En } \widehat{BHC}\text{: } \cos 18° = \frac{100 - 26{,}5}{a} \rightarrow a = \frac{73{,}5}{\cos 18°} \rightarrow a = 77{,}3 \text{ cm}$$

Por tanto, $\overline{AB} = c = 35{,}7$ cm y $\overline{BC} = a = 77{,}3$ cm.

Página 158:

- Ejercicios 1 → 3:

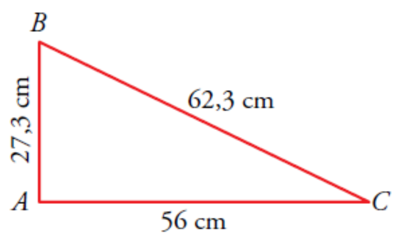
2. **Halla las razones trigonométricas de los ángulos agudos de los siguientes triángulos rectángulos ($\hat{A}$ = 90°):**

a) b **= 56 cm;** a **= 62,3 cm**

b) b **= 33,6 cm;** c **= 4,5 cm**

c) b **= 16 cm;** a **= 36 cm**

a)



$$sen\ \hat{B} = \frac{56}{62,3} \approx 0{,}90$$

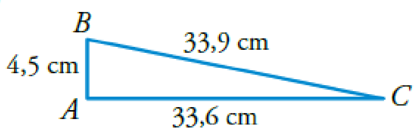
$$cos\ \hat{B} = \frac{\sqrt{62,3^2 - 56^2}}{62,3} = \frac{27,3}{62,3} \approx 0{,}438$$

$$tg\ \hat{B} = \frac{56}{27,3} \approx 2{,}051$$

$$sen\ \hat{C} = \frac{27,3}{62,3} \approx 0{,}438;\ \ cos\ \hat{C} = \frac{56}{62,3} \approx 0{,}90;\ \ tg\ \hat{C} = \frac{27,3}{56} = 0{,}4875$$

$$cos\ \alpha = \frac{60}{68} = \frac{15}{17} \approx 0{,}88;\ \ tg\ \alpha = \frac{32}{60} = \frac{8}{15} \approx 0{,}53$$

b)



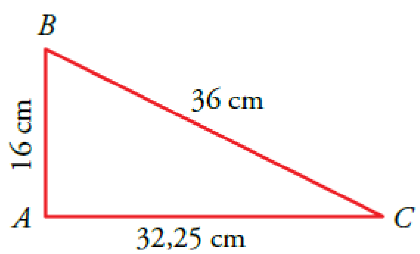
$$sen\ \hat{B} = \frac{33,6}{\sqrt{4,5^2 + 33,6^2}} = \frac{33,6}{33,9} \approx 0{,}991$$

$$cos\ \hat{B} = \frac{4,5}{33,9} \approx 0{,}133$$

$$tg\ \hat{B} = \frac{33,6}{4,5} \approx 7{,}467$$

$$sen\ \hat{C} = \frac{4,5}{33,9} \approx 0{,}133;\ \ cos\ \hat{C} = \frac{33,6}{33,9} \approx 0{,}991;\ \ tg\ \hat{C} = \frac{4,5}{33,6} \approx 9{,}955$$

c)



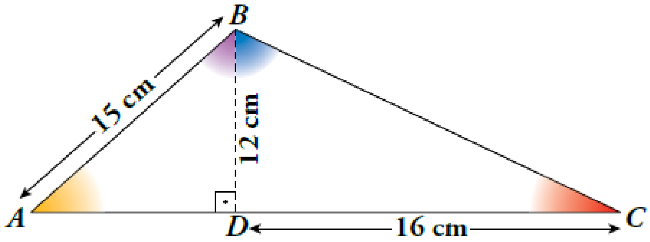
$$sen\ \hat{B} = \frac{\sqrt{36^2 - 16^2}}{36} \approx \frac{32,25}{36} \approx 0{,}896$$

$$cos\ \hat{B} = \frac{16}{36} = 0,\widehat{4}$$

$$tg\ \hat{B} = \frac{32,25}{16} \approx 2{,}016$$

$$sen\ \hat{C} = \frac{16}{36} = 0,\widehat{4};\ \ cos\ \hat{C} = \frac{32,25}{36} \approx 0{,}896;\ \ tg\ \hat{C} = \frac{16}{32,25} \approx 0{,}496$$

3. Calcula las razones trigonométricas de los ángulos $\hat{A}$, $\hat{C}$, $\widehat{ABD}$ y $\widehat{CBD}$.



$\overline{AD} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ cm

$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$ cm

	$\hat{A}$	$\hat{C}$	$\widehat{ABD}$	$\widehat{CBD}$
sen	$\frac{12}{15} = 0{,}8$	$\frac{12}{20} = 0{,}6$	$\frac{9}{15} = 0{,}6$	$\frac{16}{20} = 0{,}8$
cos	$\frac{9}{15} = 0{,}6$	$\frac{16}{20} = 0{,}8$	$\frac{12}{15} = 0{,}8$	$\frac{12}{20} = 0{,}6$
tg	$\frac{12}{9} = 1{,}\widehat{3}$	$\frac{12}{16} = 0{,}75$	$\frac{9}{12} = 0{,}75$	$\frac{16}{12} = 1{,}\widehat{3}$

- Ejercicios del 12 → 19:

12. Resuelve los siguientes triángulos rectángulos $(\hat{C} = 90°)$ hallando la medida de todos los elementos desconocidos:

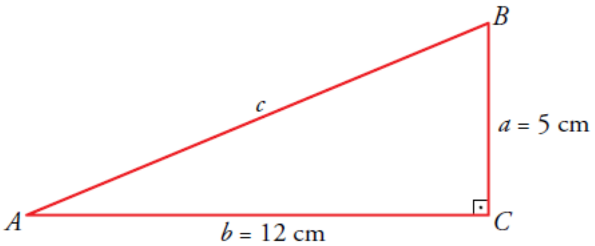
a) $a = 5$ cm, $b = 12$ cm. Halla c, $\hat{A}$, $\hat{B}$.

b) $a = 43$ m, $\hat{A} = 37°$. Halla b, c, $\hat{B}$.

c) $a = 7$ m, $\hat{B} = 58°$. Halla b, c, $\hat{A}$.

d) $c = 5{,}8$ km, $\hat{A} = 71°$. Halla a, b, $\hat{B}$.

a)



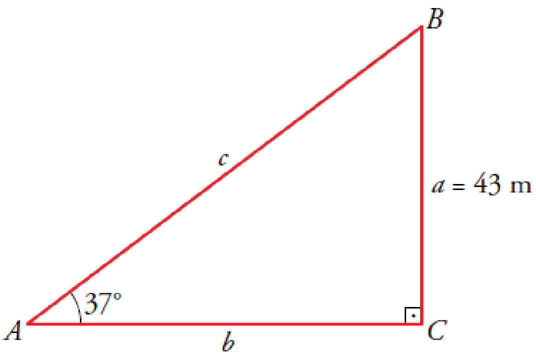
- Por el teorema de Pitágoras:

$c^2 = 5^2 + 12^2 \rightarrow c^2 = 169 \rightarrow c = 13$ cm

- $tg\,\hat{A} = \frac{5}{12} \rightarrow \hat{A} = 22°\ 37'\ 11''$

- $\hat{B} = 90° - \hat{A} \rightarrow \hat{B} = 67°\ 22'\ 49''$

b)

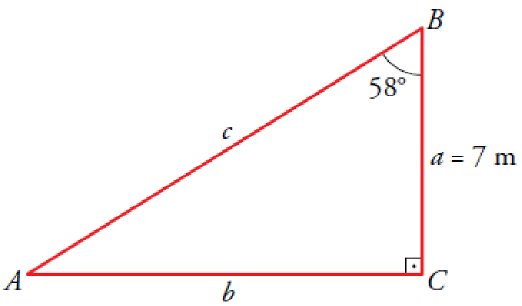


- $\hat{B} = 90° - \hat{A} \rightarrow \hat{B} = 53°$
- $sen\ 37° = \dfrac{43}{c} \rightarrow c = \dfrac{43}{sen\ 37°} \rightarrow$

  $\rightarrow c = 71{,}45$ m
- $tg\ 37° = \dfrac{43}{b} \rightarrow b = \dfrac{43}{tg\ 37°} \rightarrow$

  $\rightarrow b = 57{,}06$ m

c)

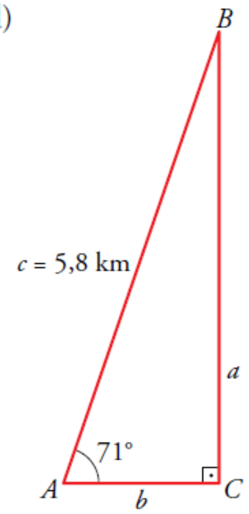


- $\hat{A} = 90° - \hat{B} \rightarrow \hat{A} = 32°$
- $tg\ 58° = \dfrac{b}{7} \rightarrow b = 7 \cdot tg\ 58° \rightarrow$

  $\rightarrow b = 11{,}20$ m
- $cos\ 58° = \dfrac{7}{c} \rightarrow c = \dfrac{7}{cos\ 58°} \rightarrow$

  $\rightarrow c = 13{,}21$ m

d)

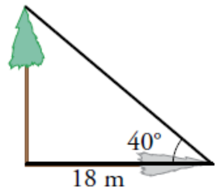


- $\hat{B} = 90° - \hat{A} \rightarrow \hat{B} = 19°$
- $sen\ 71° = \dfrac{a}{5{,}8} \rightarrow a = 5{,}8 \cdot sen\ 71° \rightarrow$

  $\rightarrow a = 5{,}48$ km
- $cos\ 71° = \dfrac{b}{5{,}8} \rightarrow b = 5{,}8 \cdot cos\ 71° \rightarrow$

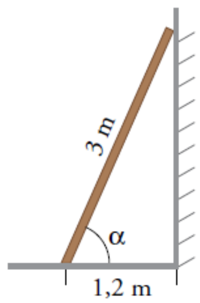
  $\rightarrow b = 1{,}89$ km

13. **Cuando los rayos del sol forman 40° con el suelo, la sombra de un árbol mide 18 m. ¿Cuál es su altura?**



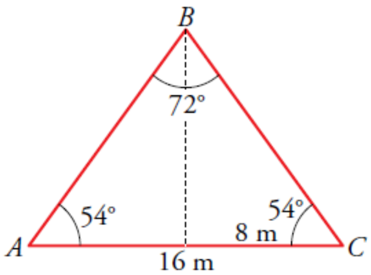
$tg\ 40° = \dfrac{x}{18} \rightarrow$ El árbol mide $x = 15{,}1$ m.

14. **Una escalera de 3 m está apoyada en una pared. ¿Qué ángulo forma la escalera con el suelo si su base está a 1,2 m de la pared?**



$cos\ \alpha = \dfrac{1{,}2}{3} = 0{,}4 \rightarrow \alpha = 66°\ 25'\ 19''$

15. **Calcula el perímetro y el área de un triángulo isósceles en el que el ángulo desigual mide 72° y la medida del lado opuesto a ese ángulo es de 16 m.**



$\hat{A} = \dfrac{180° - 72°}{2} = 54°$

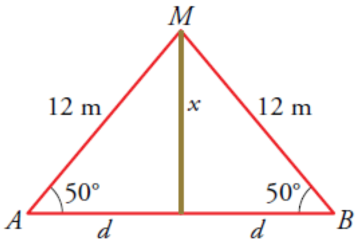
$cos\ 54° = \dfrac{8}{\overline{BC}} \rightarrow \overline{BC} = \dfrac{8}{cos\ 54°} = 13{,}6$ m

Perímetro = $13{,}6 \cdot 2 + 16 = 43{,}2$ m

Altura, h: $tg\ 54° = \dfrac{h}{8} \rightarrow h = 8 \cdot tg\ 54° = 11{,}01$ m

Área = $\dfrac{16 \cdot 11{,}01}{2} \approx 88{,}1\ m^2$

16. **Un mástil está sujeto a tierra con dos cables de 12 m que forman ángulos de 50° con el suelo. Calcula la altura del mástil y la distancia de la base a los puntos de sujeción.**

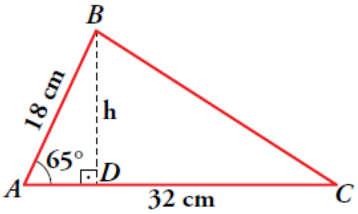


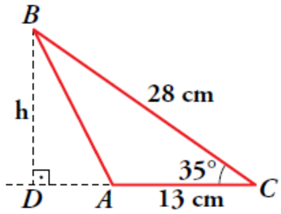
$$sen\ 50° = \frac{x}{12} \rightarrow x = 12 \cdot sen\ 50° \rightarrow x = 9{,}19\ \text{m}$$

$$cos\ 50° = \frac{d}{12} \rightarrow d = 12 \cdot cos\ 50° \rightarrow d = 7{,}71\ \text{m}$$

El mástil mide 9,19 m y la distancia de la base del mástil a los puntos de sujeción A y B es 7,71 m.

17. **Calcula la altura, h, y el área de los siguientes triángulos:**





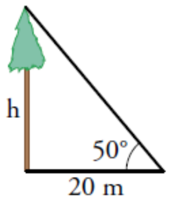
$$sen\ 65° = \frac{h}{18} \rightarrow h \approx 16{,}3\ \text{cm}$$

$$A = \frac{32 \cdot 16{,}3}{2} = 260{,}8\ \text{cm}^2$$

$$sen\ 35° = \frac{h}{18} \rightarrow h \approx 16{,}1\ \text{cm}$$

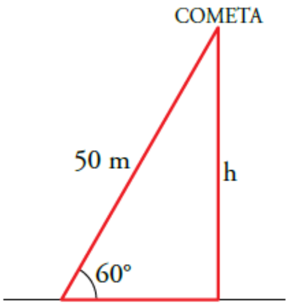
$$A = \frac{13 \cdot 16{,}1}{2} = 104{,}61\ \text{cm}^2$$

18. **Para medir la altura de un árbol, nos situamos a 20 m de su base y observamos, desde el suelo, su parte más alta bajo un ángulo de 50°. ¿Cuánto mide el árbol?**



$$tg\ 50° = \frac{h}{20} \rightarrow h = 20 \cdot tg\ 50° = 23{,}8\ \text{m}$$

19. **Una cometa está sujeta al suelo mediante un hilo que mide 50 m y que forma con la horizontal un ángulo de 60°. ¿A qué altura está la cometa?**



$$sen\ 60° = \frac{h}{50} \rightarrow h = 50 \cdot sen\ 60° \rightarrow h = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow h = 25\sqrt{3}\ \text{m}$$

La cometa está a una altura de $25\sqrt{3}$ m.