SOLUCIONES A LOS EXÁMENES
DE
JUNIO DE 2003

Asignatura: ***Introducción a la Inteligencia Artificial***

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas

U.N.E.D.

Un sistema puede encontrarse en un conjunto de estados {S0, …, S8}. Su estado inicial es S0 y los estados meta, S7 y S8. Considérense los siguientes operadores y costes asociados a cada operador:

OP1: S3→S8 (coste 5)	OP2: S2→S3 (coste 25)	OP3: S5→S3 (coste 20)
OP4: S1→S2 (coste 100)	OP5: S4→S2 (coste 80)	OP6: S6→S7 (coste 1)
OP7: S0→S1 (coste 10)	OP8: S0→S4 (coste 10)	OP9: S0→S5 (coste 20)
OP10: S0→S6 (coste 20)		

Considérense también los siguientes valores de la función heurística *h*, que estima el menor coste desde cada nodo a un nodo meta:

h(S0) = 40	*h*(S3) = 10	*h*(S6) = 110
h(S1) = 20	*h*(S4) = 40	*h*(S7) = 0
h(S2) = 20	*h*(S5) = 100	*h*(S8) = 0

Describir los pasos que componen cada una de las siguientes estrategias de búsqueda de un estado meta a partir de S0:

a) método del gradiente

b) búsqueda en profundidad

c) búsqueda bidireccional considerando en este apartado S8 como el único estado meta

d) búsqueda en profundidad progresiva

e) algoritmo A*

f) búsqueda en amplitud

g) búsqueda primero el mejor utilizando *h* como función heurística

SOLUCIÓN:

a) Método del gradiente

<u>PASO 1</u>: Situación inicial.

Elegido = S0(40)
Camino parcial hallado: {S0}

<u>PASO 2</u>: Se expande S0.

Sucesores de S0: {<u>S1(20)</u>, S6(110), S4(40), S5(100)}
Elegido = S1(20)
Camino parcial hallado: {S0 → S1}

<u>PASO 3</u>: Se expande S1.

Sucesores de S1: {<u>S2(20)</u>}

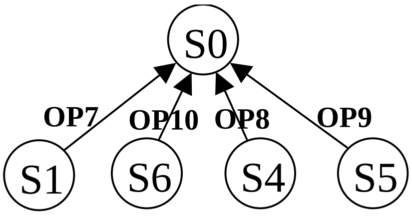
En este paso, debido a que ninguno de los sucesores de S1 puede mejorar el valor de su función heurística, el algoritmo devuelve *fallo*.

b) Búsqueda en profundidad

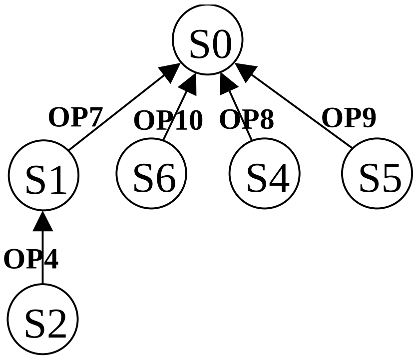
<u>PASO 1</u>: Situación inicial.

	PILA: {S0}

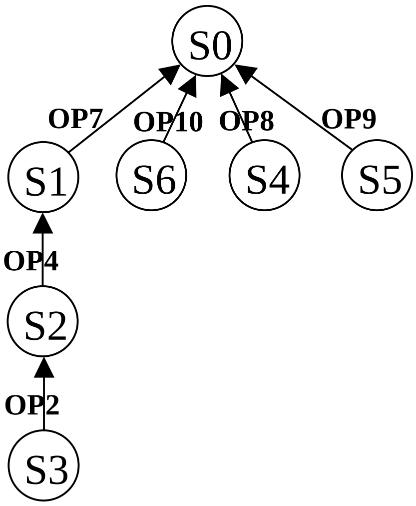
<u>PASO 2</u>: Se expande S0.

	PILA: {S1, S6, S4, S5}

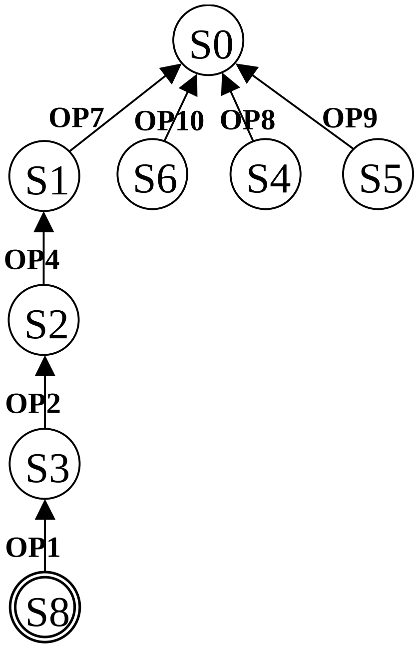
<u>PASO 3</u>: Se expande S1.

	PILA: {S2, S6, S4, S5}

<u>PASO 4</u>: Se expande S2.

	PILA: {S3, S6, S4, S5}

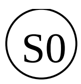
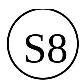
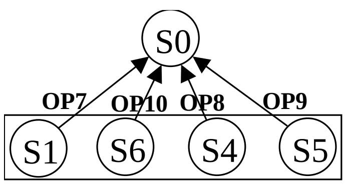
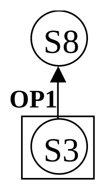
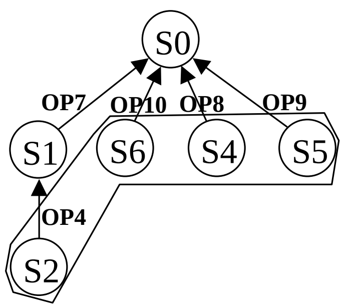
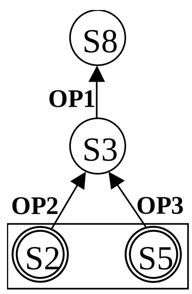
PASO 5: Se expande S3.



CAMINO SOLUCIÓN: S0 → S1 → S2 → S3 → S8.

c) Búsqueda bidireccional

Realizamos una búsqueda en amplitud desde S0 y una búsqueda en profundidad desde S8.

<table>
<tr><th>Búsqueda en amplitud desde S0</th><th>Búsqueda en profundidad desde S8</th></tr>
<tr><td>PASO 1a: Situación inicial.

COLA: {S0}</td><td>PASO 1b: Situación inicial.

PILA: {S8}</td></tr>
<tr><td>PASO 2a: Se expande S0.

COLA:
{S1, S6, S4, S5}</td><td>PASO 2b: Se expande S8.

PILA: {S3}</td></tr>
<tr><td>PASO 3a: Se expande S1.

COLA:
{S6, S4, S5, S2}</td><td>PASO 3b: Se expande S3.
</td></tr>
</table>

Al final del PASO 3 hemos encontrado dos soluciones, una que pasa por S2 y otra por S5.

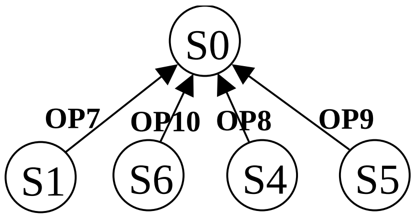
CAMINO SOLUCIÓN 1: S0 → S1 → S2 → S3 → S8.
CAMINO SOLUCIÓN 2: S0 → S5 → S3 → S8.

d) Búsqueda en profundidad progresiva

<u>PASO 1 (lp = 1)</u>: Situación inicial.

PILA: {S0}

<u>PASO 2 (lp = 1)</u>: Se expande S0.

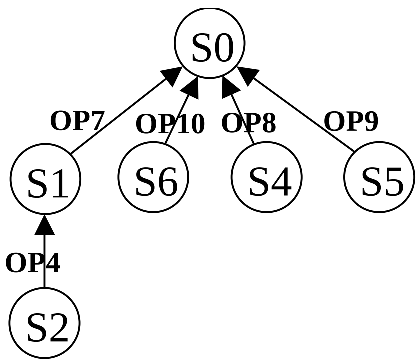


PILA: {S1, S6, S4, S5}

<u>PASO 3 (lp = 2)</u>:

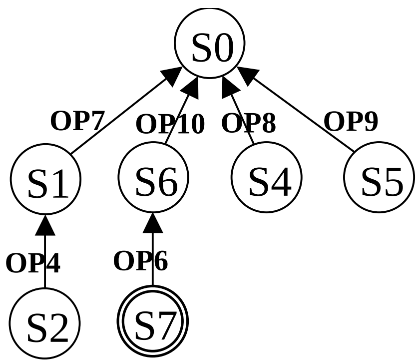
a) Repetir PASO 1 y PASO 2

b) Se expande S1.



PILA: {S6, S4, S5}

<u>PASO 4 (lp = 2)</u>: Se expande S6.



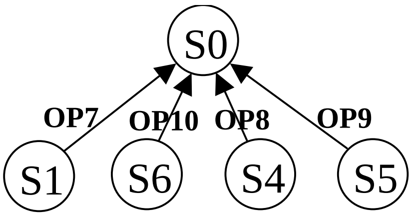
CAMINO SOLUCIÓN: S0 → S6 → S7.

e) Algoritmo A*

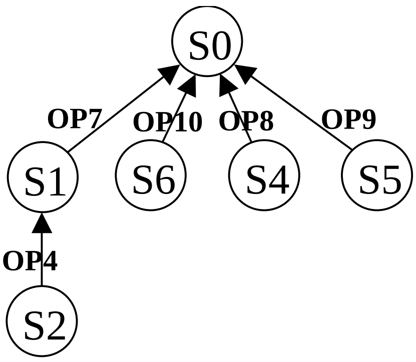
PASO 1: Situación inicial.

	ABIERTA: {S0(0 + 40 = 40)} CERRADA: {}

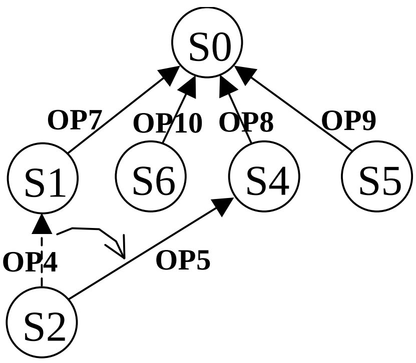
PASO 2: Se expande S0.

	ABIERTA: {S1(30), S4(50), S5(120), S6(130)} CERRADA: {S0}

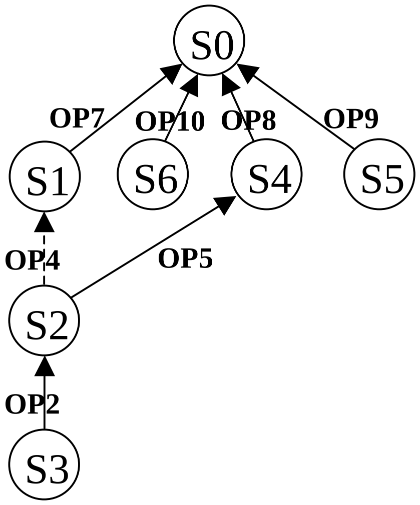
PASO 3: Se expande S1.

	ABIERTA: {S4(50), S5(120), S6(130), S2(130)} CERRADA: {S0, S1}

PASO 4: Se expande S4.

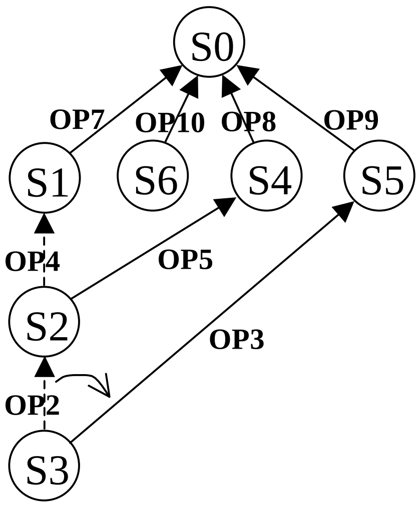
	ABIERTA: {S2(110), S5(120), S6(130)} CERRADA: {S0, S1, S4}

PASO 5: Se expande S2.



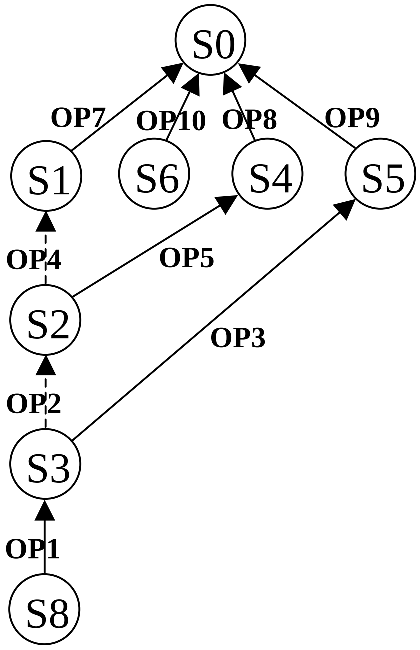
ABIERTA: {S5(120), S3(125), S6(130)}
CERRADA: {S0, S1, S4, S2}

PASO 6: Se expande S5.



ABIERTA: {S3(50), S6(130)}
CERRADA: {S0, S1, S4, S2, S5}

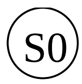
<u>PASO 7</u>: Se expande S3.

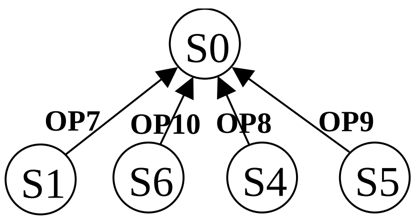
CAMINO SOLUCIÓN: S0 → S5 → S3 → S8.

f) Búsqueda en amplitud

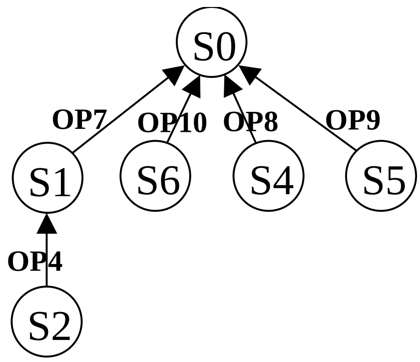
<u>PASO 1</u>: Situación inicial.

	COLA: {S0}

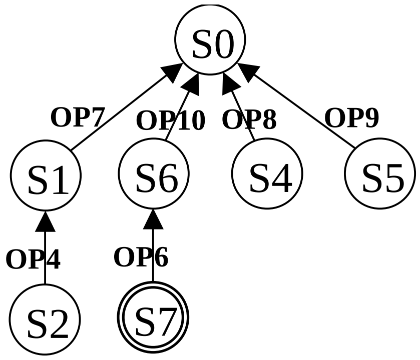
<u>PASO 2</u>: Se expande S0.

	COLA: {S1, S6, S4, S5}

<u>PASO 3</u>: Se expande S1.

	COLA: {S6, S4, S5, S2}

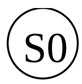
PASO 4: Se expande S6.

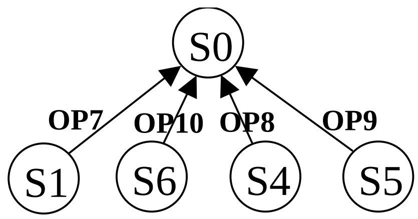
CAMINO SOLUCIÓN: S0 $\rightarrow$ S6 $\rightarrow$ S7

g) Búsqueda primero el mejor

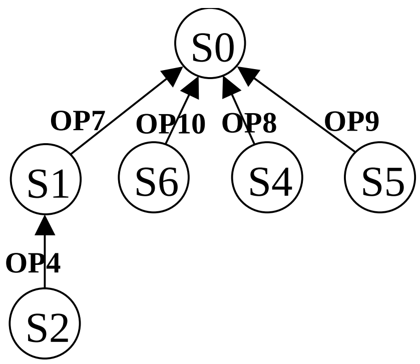
PASO 1: Situación inicial.

	ABIERTA: {S0(40)} CERRADA: {}

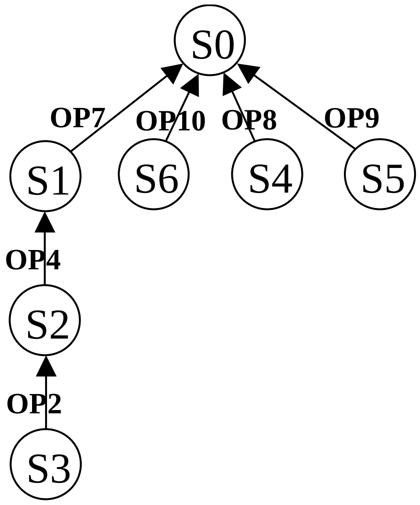
PASO 2: Se expande S0.

	ABIERTA: {S1(20), S4(40), S5(100), S6(110)} CERRADA: {S0}

PASO 3: Se expande S1.

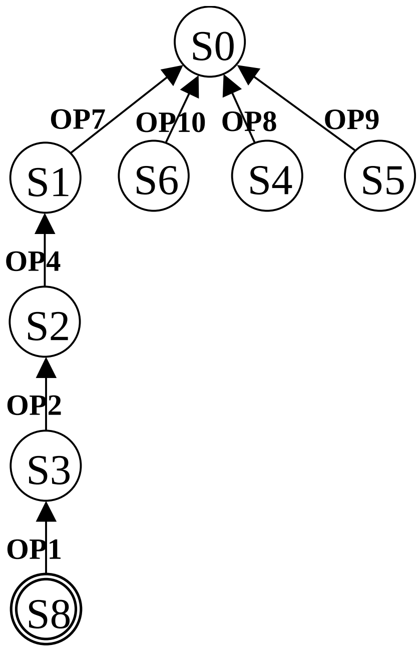
	ABIERTA: {S2(20), S4(40), S5(100), S6(110)} CERRADA: {S0, S1}

<u>PASO 4</u>: Se expande S2.



ABIERTA: {S3(10), S4(40), S5(100), S6(110)}
CERRADA: {S0, S1, S2}

<u>PASO 5</u>: Se expande S3.



CAMINO SOLUCIÓN: S0 $\rightarrow$ S1 $\rightarrow$ S2 $\rightarrow$ S3 $\rightarrow$ S8.

Supongamos que tenemos dos cubos inicialmente vacíos, uno de 6 litros de capacidad y otro de 8 litros de capacidad. Ninguno de los cubos tiene marca ni división alguna. Disponemos de un grifo de agua que podemos utilizar. ¿Cómo podríamos llenar el cubo de 8 litros de capacidad exactamente hasta la mitad? Explique detalladamente las características de la técnica o método que ha seguido para resolver este problema, así como los pasos realizados en su ejecución.

SOLUCIÓN:

Resolvemos este problema mediante una búsqueda en un espacio de estados. Para ello definiremos: cómo representamos cada estado, qué operadores utilizamos para cambiar de estado y, finalmente, qué estrategia de exploración seguimos para resolver el problema.

ESTADOS:

Cada estado lo representamos por un par (x, y) donde x sería el número de litros de agua que contiene el cubo de 6 litros de capacidad y donde y representa el número de litros de agua que contiene el cubo de 8 litros de capacidad. Por tanto,

$$0 \le x \le 6 \text{ y } 0 \le y \le 8.$$

El estado inicial del problema lo representamos mediante el par (0, 0) mientras que el estado final o meta sería (0, 4).

OPERADORES:

Cada operador establece una transformación específica desde un estado (x_1, y_1) a otro (x_2, y_2) mediante un determinado tipo de interacción con los cubos o el grifo. Consideramos los siguientes operadores:

Nombre	*Precondiciones*	*Postcondiciones*	*Operación*
op1	$x_1 < 6$	$x_2 = 6$	Llenado del cántaro de 6 litros
op2	$y_1 < 8$	$y_2 = 8$	Llenado del cántaro de 8 litros
op3	$x_1 > 0$	$x_2 = 0$	Vaciado del cántaro de 6 litros
op4	$y_1 > 0$	$y_2 = 0$	Vaciado del cántaro de 8 litros
op5	$x_1 > 0$ $y_1 < 8$ $x_1 + y_1 > 8$	$x_2 = x_1 - (8 - y_1)$ $y_2 = 8$	Llenado del cántaro de 8 litros con parte del agua del cántaro de 6 litros
op6	$x_1 < 6$ $y_1 > 0$ $x_1 + y_1 > 6$	$x_2 = 6$ $y_2 = y_1 - (6 - x_1)$	Llenado del cántaro de 6 litros con parte del agua del cántaro de 8 litros
op7	$y_1 > 0$ $x_1 + y_1 \le 6$	$x_2 = x_1 + y_1$ $y_2 = 0$	Vaciado del cántaro de 8 litros en el cántaro de 6 litros
op8	$x_1 > 0$ $x_1 + y_1 \le 8$	$x_2 = 0$ $y_2 = x_1 + y_1$	Vaciado del cántaro de 6 litros en el cántaro de 8 litros

ESTRATEGIA DE EXPLORACIÓN:

Varias estrategias de exploración son posibles para intentar resolver este problema. Ya que conocemos explícitamente el estado meta, vamos a aplicar una búsqueda bidireccional.

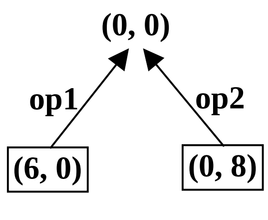
En la búsqueda bidireccional se intercalan dos tipos de búsqueda: una descendente que parte del estado inicial en busca del estado meta y otra ascendente que parte del estado meta en busca del estado inicial. La búsqueda bidireccional termina tan pronto como las búsquedas descendente y ascendente lleguen a un mismo estado intermedio. Conviene reseñar que en la búsqueda descendente se comprueba si el estado actual cumple las precondiciones de los operadores, mientras que en la búsqueda ascendente se comprueba si el estado actual cumple las postcondiciones de los operadores. Para que la búsqueda bidireccional se pueda llevar a cabo, al menos uno de los dos tipos de búsqueda debe ser en amplitud. Si las dos búsquedas fueran en profundidad, podría ocurrir que estas no se cruzaran en ningún estado intermedio.

El empleo de una búsqueda bidireccional reduce la complejidad temporal y espacial propia de una búsqueda en amplitud desde n^p hasta $n^{p/2}$, donde n es e factor de ramificación (número medio de sucesores de cada estado) y p es la profundidad de la solución.

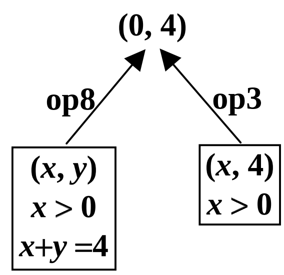
Tanto en la búsqueda ascendente como en la descendente es necesario en cada paso de las mismas enlazar cada estado expandido con los generados en su expansión, para así poder determinar en cualquier momento el camino existente desde el estado actual hasta el estado inicial, si estamos en la búsqueda descendente, o hasta el estado meta, si estamos en la búsqueda descendente.

A continuación figuran los pasos que se desarrollarían mediante una búsqueda bidireccional con una búsqueda descendente en amplitud y una búsqueda ascendente en profundidad. En cada paso se lleva a cabo un ciclo de la búsqueda descendente y un ciclo de la búsqueda ascendente. Para la realización de la búsqueda descendente es necesario utilizar una estructura de datos tipo cola, mientras que para la realización de búsqueda ascendente hay que ayudarse de una estructura de datos tipo pila. En cada una de las dos búsquedas suponemos que no se generará un nodo que ya haya sido generado con anterioridad.

<table>
<tr><th>BÚSQUEDA DESCENDENTE EN AMPLITUD</th><th>BÚSQUEDA ASCENDENTE EN PROFUNDIDAD</th></tr>
<tr><td>
<u>PASO 1</u>: Se expande (0, 0)

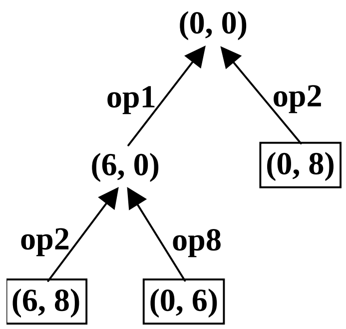


</td><td>
<u>PASO 1</u>: Se expande (0, 4)

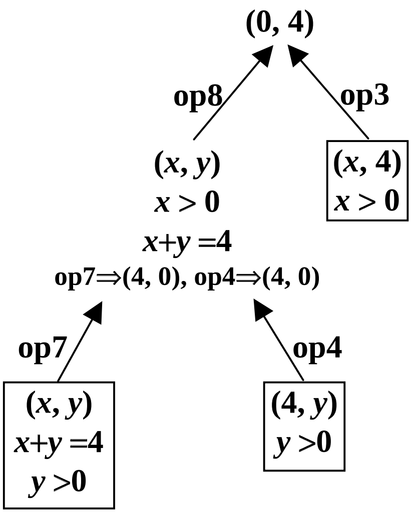


</td></tr>
</table>

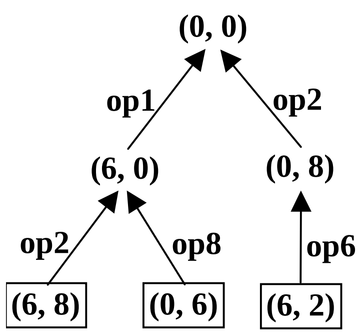
<u>PASO 2</u>: Se expande (6, 0)



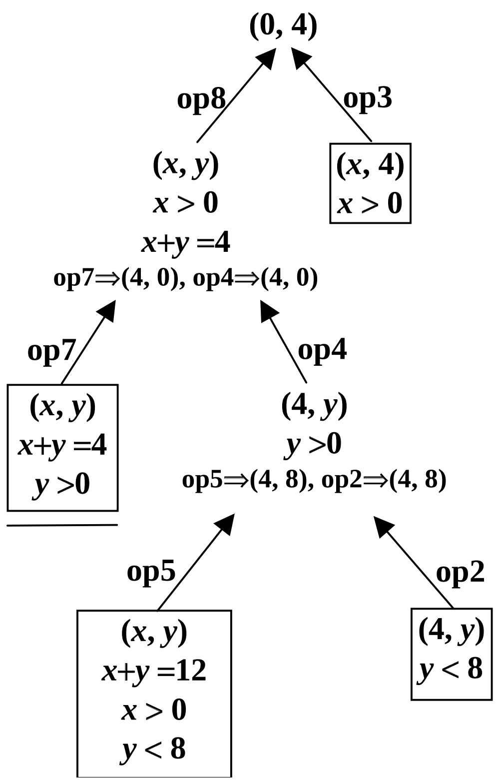
<u>PASO 2</u>: Se expande (x, y) tal que $x > 0$ y $x + y = 4$

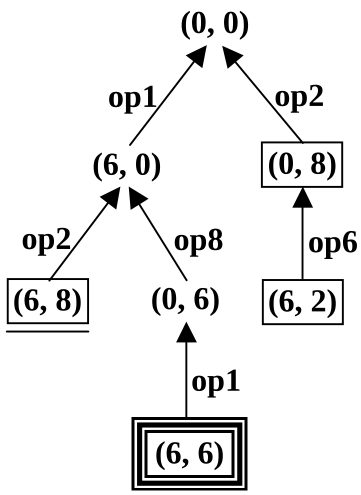


<u>PASO 3</u>: Se expande (0, 8)



<u>PASO 3</u>: Se expande (x, y) tal que $x + y = 4$ e $y > 0$. Al ser un callejón sin salida, se expande $(4, y)$ tal que $y > 0$.



<u>PASO 4</u>: Se expande (6, 8). Al no tener sucesores, se expande a continuación (0, 6). 	

La búsqueda finaliza al ser generado el estado (6, 6) en la búsqueda descendente, que coincide con el estado (*x*, *y*) tal que x + y = 12, x > 0 e y < 8, generado en la búsqueda ascendente. Por tanto, hemos encontrado la siguiente solución a nuestro problema:

(0, 0) → op1 → (6, 0) → op8 → (0, 6) → op1 → (6, 6) → op5 → (4, 8) → op4 → (4, 0) → op8 → **(0, 4)**

¿Qué capacidades adicionales ofrece la *lógica modal* respecto a la *lógica de predicados*? Dar una prueba del siguiente razonamiento lógico:

> "*Necesariamente, toda persona que no come se muere.*"
>
> "*Es posible que existan dos niños que no comen.*"
>
> "*Los niños son necesariamente personas.*"
>
> *Por tanto*, "*Es posible que dos niños mueran.*"

SOLUCIÓN

La contestación a la primera pregunta requiere explicar brevemente los contenidos que aparecen en la sección 5.5.1 del libro base de teoría. A la comprensión de esta sección por parte del alumno puede ayudar la lectura de la sección teórica 3.2.3 del libro base de problemas.

Por lo que respecta a la segunda parte de este ejercicio, requiere utilizar conceptos de lógica modal y de lógica de predicados con identidad. Demostraremos el razonamiento lógico presentado por reducción al absurdo:

1.	$\Box\, \forall x\, (\, (Px \wedge NCx) \rightarrow Mx\,)$	
2.	$\Diamond\, \exists x,y\, (\, Nx \wedge Ny \wedge NCx \wedge NCy \wedge x \neq y\,)$	
3.	$\underline{\Box\, \forall x\, (\, Nx \rightarrow Px\,)}$	
$\therefore$	$\Diamond\, \exists x,y\, (\, Nx \wedge Ny \wedge Mx \wedge My \wedge x \neq y\,)$	
4.	$\neg \Diamond\, \exists x,y\, (\, Nx \wedge Ny \wedge Mx \wedge My \wedge x \neq y\,)$	(Negación de la conclusión)
5.	$\Box\, \neg \exists x,y\, (\, Nx \wedge Ny \wedge Mx \wedge My \wedge x \neq y\,)$	de 4
6.	$\Box\, \forall x,y\, (\, \neg Nx \vee \neg Ny \vee \neg Mx \vee \neg My \vee x = y\,)$	de 5
7.	$W1$: $Na \wedge Nb \wedge NCa \wedge NCb \wedge a \neq b$	de 2
8.	$W1$: $(Pa \wedge NCa) \rightarrow Ma$	de 1
9.	$W1$: $Na \rightarrow Pa$	de 3
10.	$W1$: $(Pb \wedge NCb) \rightarrow Mb$	de 1
11.	$W1$: $Nb \rightarrow Pb$	de 3
12.	$W1$: Ma	de 7, 9 y 8
13.	$W1$: Mb	de 7, 11 y 10
14.	$W1$: $\neg Na \vee \neg Nb \vee \neg Ma \vee \neg Mb \vee a = b$	de 6, contradiciendo a 12, 13 y 7.